

Beitrag zur quantitativen Kornformcharakterisierung unter besonderer Berücksichtigung der digitalen Bildaufnahmetechnik

Von der Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik der
Technischen Universität Bergakademie Freiberg

genehmigte

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieurs

Dr.-Ing.,

vorgelegt

von Dipl.-Ing. Metodi Zlatev

geboren am 20.11.1973 in Bansko- Bulgarien

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Georg Unland
Prof. Dr.-Ing. habil. Anette Müller
Prof. Dr.-Ing. habil. Klaus Husemann

Tag der Verleihung: 27.05.2005

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Forschungsstudent am Institut für Aufbereitungsmaschinen der Technischen Universität Bergakademie Freiberg unter der Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Unland.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Unland danke ich herzlich, da er dieses Forschungsprojekt ermöglichte und mich mit wertvollen Anregungen und Hinweisen zur Anfertigung der Arbeit jederzeit unterstützte.

Danken möchte ich auch der Eitel- Fritz und Hertha Haver Stiftung für die finanzielle Unterstützung.

Prof. Dr.-Ing. habil. Anette Müller und Prof. Dr.-Ing. habil. Klaus. Husemann möchte ich für die wertvollen Hinweise und die Übernahme der Korreferate danken.

Dr. Folgner danke ich für sein stetes Interesse und die klärenden Diskussionen.

Der Firma Haver & Boecker danke ich für die Bereitstellung der benötigte Aufnahmetechnik.

Herr Marquardt, von, Hodenberg von der Firma Haver & Boecker und Herr Mathias Schumann von der Firma TAURUS Instruments GmbH danke ich für die wertvolle technische Unterstützung und die zahlreichen Diskussionen.

Besonders sei auch meiner Familie gedankt, die mich immer bei meiner Arbeit unterstützt hat.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	I
Abbildungsverzeichnis.....	IV
Tabellenverzeichnis.....	VIII
Symbolverzeichnis	IX
1 Einleitung.....	1
2 Wissenschaftlich - technischer Stand der Kornformbeschreibung	3
2.1 Verbale Beschreibung der Kornform.....	3
2.2 Formbeschreibung durch Formfaktoren (Kennzahlen).....	4
2.2.1 Geometrische Formfaktoren	6
2.2.1.1 Formkennwerte aus Hauptabmessungen	9
2.2.1.2 Formkennwerte aus Größen der Teilchenprojektion	11
2.2.1.3 Kennzahlen aus Volumen und Oberfläche	14
2.2.2 Dynamische Formfaktoren	16
2.3 Formbeschreibung mit Hilfe von mathematischen Formfunktionen	17
2.3.1 Radius- Winkel- Funktion	19
2.3.2 Sehnen- Winkel- Funktion (Fraktale Dimension)	21
2.3.3 Tangenten- Winkel- Funktion.....	22
2.4 Bewertung der Methoden für Kornformbeschreibung und Konkretisierung der Aufgabenstellung.....	23
2.4.1 Bewertung der Formbeschreibungsmethoden	24
2.4.2 Konkretisierung der Aufgabenstellung für die Weiterentwicklung der quantitativen Formbeschreibung	26
3 Digitale Aufnahmetechnik zur automatischen Bildaufnahme	31
3.1 Grundprinzipien der digitalen Bildanalyse	31
3.2 Projektionsverfahren für die Korngrößen- und Kornformbestimmung	33
3.2.1 2-D-Projektionsverfahren	33
3.2.2 3-D-Projektionsverfahren	34
3.3 Digitale Aufnahmetechnik und Prozesse bei der Bilddigitalisierung	34
3.3.1 Photooptischer Sensor als Hauptelement einer Digitalkamera	35
3.3.2 Das Prinzip der Bilddigitalisierung.....	36
3.3.3 Aufnahmeprinzipien zur Erzeugung von 2- D-Projektionsbildern	37
3.3.3.1 Matrixkamera.....	37
3.3.3.2 Zeilenkamera	38
3.4 Fehlerbetrachtungen zur statistischen Bildaufnahme mit einer Zeilenkamera	39
3.4.1 Charakterisierung der systematischen und zufälligen Bildaufnahmefehler.....	39
3.4.2 Theoretische Betrachtungen zum systematischen Aufnahmefehler	40

II

3.5	Ermittlung der wichtigsten physikalischen Fallparameter von kugelförmigen Partikeln mit unterschiedlichen Äquivalentdurchmessern	43
3.5.1	Ermittlung der stationären Sinkgeschwindigkeit V_{\max}	45
3.5.2	Berechnung der physikalischen Fallparameter eines Teilchens	47
3.5.2.1	Ermittlung der Fallzeit eines Partikels als Funktion der Fallhöhe	47
3.5.2.2	Ermittlung der Fallgeschwindigkeit	48
3.5.2.3	Ermittlung des Beschleunigungsverlaufes eines freifallenden Partikels	49
3.6	Theoretische Optimierung des Aufnahmeprinzips bei vorgegebener Kameraeinstellung	50
3.6.1	Hardwaremäßige Ausgangsparameter der verwendeten Aufnahmetechnik	50
3.6.2	Optimierung der Messbedingungen bei vorgegebenen Kameraparametern	51
3.6.3	Einfluss der Fallbeschleunigung auf die Partikelbildaufnahme	53
3.7	Experimentelle Untersuchungen zur Überprüfung des Aufnahmeprinzips	60
3.7.1	Messtechnische Ermittlung aufnahmerelevanter Parameter	61
3.7.2	Untersuchungen zur Reproduzierbarkeit des Aufnahmeprinzips	63
3.8	Anwendungsgrenzen der digitalen Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Kornformbestimmung	65
3.8.1	Einfluss der Pixelform auf das Projektionsbild eines Teilchens	65
3.8.2	Einfluss der Pixelgröße auf das Projektionsbild eines Teilchens	66
4	Betrachtungen zur Bildbearbeitung und -auswertung	71
4.1	Flächenerosion	71
4.2	Randkonturabtastprinzip (Randkonturabfrageschleife)	72
4.3	Partikelabbildungslage	73
4.4	Ermittlung der Punkt-Zug-Kurve	83
4.5	Auswahl einer Methode zur mathematischen Auswertung der Punkt-Zug-Kurve	84
4.5.1	Fast-Fourier-Transformation zur Ermittlung der Fourierkoeffizienten	85
4.6	Verwendung der Fourierkoeffizienten als universelle Informationsträger für eine quantitative Formbeschreibung	89
4.7	Entwicklung eines Rechenprogramms für die Automatisierung der Berechnungen nach der neuen Formbeschreibungsmethode	90
5	Formbewertung der Test- und Realpartikel mit der neuen Kornformbeschreibungsmethode	92
5.1	Formbeschreibung im Makro- und Mesogestaltsbereich	92
5.1.1	Untersuchungen mit Testpartikeln	93
5.1.2	Untersuchungen mit Realpartikeln	95
5.1.2.1	Auswertung der Realpartikel mit der neuen Methode	96
5.1.2.2	Berechnungen mit der Radius-Winkel-Funktion	98
5.1.3	Ergebnisvergleich zwischen neuer Methode und Radius-Winkel-Funktion	101
5.2	Formbeschreibung im Mikrogestaltsbereich	103

III

5.2.1	Betrachtungen zur Quantifizierung der Rauigkeit (Mikrogestalt)	103
5.2.2	Rechentechnische Untersuchungen mit Modellkörpern zum Nachweis der Anwendbarkeit der Rauigkeitskennzahl R_p	104
5.2.3	Festlegung von Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik zur Bestimmung der Rauigkeitskennzahl	106
5.2.4	Praktische Untersuchung der Rauigkeitskennzahl R_p an Realstoffgemischen	109
5.2.4.1	Untersuchung der Rauigkeitskennzahl R_p von gebrochen und ungebrochen Splittgemischen für $d_{\text{aq}} = 4$ bis 16 mm	109
5.2.4.2	Untersuchung der Rauigkeitskennzahl mit Siliziumkarbid für $d_{\text{aq}} = 15$ bis 40 μm	112
5.2.5	Korrelationsermittlung zwischen dem Fourierkoeffizienten und der Rauigkeitskennzahl R_p	113
5.2.5.1	Korrelation zwischen den Fourierkoeffizienten und der Rauigkeitskennzahl R_p	113
5.2.5.2	Korrelation zwischen den Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) und der Rauigkeitskennzahl R_p	114
5.2.5.3	Ergebnisvergleich zwischen der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion für die Formbeschreibung im Mikrogestaltsbereich	116
6	Zusammenfassung	118
	Literaturverzeichnis	123
	Anlagenverzeichnis	131
	Anhang A: Bewertung der bekannten Methoden für die Kornformbeschreibung	131
	Anhang B: Optimierung des Aufnahmeprinzips (Aufnahme im freien Fall)	134
	Anhang C: Einfluss der Abbildungslage auf die Umfangsberechnung eines Partikels	155
	Anhang D: Anwendung der Fourierkoeffizienten für die Kornformcharakterisierung	159
	Anhang E: Rechenprogramm (Matlab) zur Kornformcharakterisierung nach der neue Methode	160
	Anhang F: Berechnungen mit selbstkonfigurierten Testpartikeln zur Ermittlung einer Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten (neue Methode) und Formfaktoren aus dem Makro- und Mesogestaltsbereich	172
	Anhang G: Berechnungen mit Realpartikeln zur Ermittlung einer Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten (neue Methode bzw. Radius-Winkel-Funktion) und Formfaktoren aus dem Makro- und Mesogestaltsbereich	179
	Anhang H: Berechnungen mit Modellpartikeln bezüglich der neuen Rauigkeitskennzahl R_p und die Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik	193
	Anhang I: Berechnungen mit Realpartikeln bezüglich der neuen Rauigkeitskennzahl R_p und die Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik	204
	Anhang J: Berechnungen mit Realpartikeln (gebrochen und ungebrochen) zur Ermittlung einer Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten (neue Methode bzw. Radius-Winkel-Funktion) und der Rauigkeitskennzahl R_p	208

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1:	Methoden zur Bewertung der Kornform	3
Abb. 2:	Haupt- und Größtabmessungen eines Teilchens.....	7
Abb. 3:	Statistische Längen, Messrichtung B.....	7
Abb. 4:	Formendiagramm nach Walz.....	11
Abb. 5:	Bestimmung des Rundungsgrades nach <i>Szadeczky</i> und <i>Kardoss</i>	13
Abb. 6:	Bestimmung der Rundheit nach der Definition von Wadell [139].....	13
Abb. 7:	Berechnung der Radius- Winkel- Funktion	19
Abb. 8:	Rand- Segment Methode [4].....	20
Abb. 9:	Berechnung der Fraktalen Dimension eines Teilchens.....	21
Abb. 10:	Tangenten- Winkel- Funktion.....	23
Abb. 11:	Grundprinzip der digitalen Bildanalyse.....	31
Abb. 12:	Anwendungsgrenzen der bekannten Methoden für die quantitative Kornformcharakterisierung.....	32
Abb. 13:	2-D-Projektion von zwei Körnern unterschiedlicher Form	33
Abb. 14:	Projektionsverfahren nach <i>Weichert</i> und <i>Huller</i>	34
Abb. 15:	Grundprinzip zum Aufbau von CCD-Sensoren.....	35
Abb. 16:	Flächen- und Zeilensensortyp.....	36
Abb. 17:	Grauwerte von Partikel und Hintergrund.....	37
Abb. 18:	Partikelaufnahme mit Hilfe einer Matrixkamera	38
Abb. 19:	Partikelaufnahme mit Hilfe einer Zeilenkamera.....	38
Abb. 20:	Bearbeitungsablauf zur systematischen und zufälligen Fehleranalyse bei der Bildaufnahme	39
Abb. 21:	Komponenten des Bildaufnahmefehlers.....	40
Abb. 22:	Wichtige optische Zusammenhänge (Prinzipskizze zum Messsystem).....	40
Abb. 23:	Theoretisches Modell zur Ermittlung der möglichen Fehlerquellen bei der Bildaufnahme.....	41
Abb. 24:	Projektionsabbildungen bei unterschiedlichen Zeilenabtastfrequenzen F_k	42
Abb. 25:	Wichtige Zusammenhänge bezüglich der korrekten Bildaufnahme	42
Abb. 26:	Wichtige Wirkungskräfte auf ein freifallendes Partikel	44
Abb. 27:	Einfluss von Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$ und Teilchendichte auf die stationäre Fallgeschwindigkeit V_{max}	46
Abb. 28:	Fallzeit von Partikeln mit unterschiedlicher Dichte ρ_p und Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$	48
Abb. 29:	Fallgeschwindigkeit von Partikeln mit unterschiedlicher Dichte ρ_p und unterschiedlichem Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$	49
Abb. 30:	Fallbeschleunigung von Partikeln mit unterschiedlicher Dichte ρ_p und unterschiedlichem Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$	49
Abb. 31:	Fallgeschwindigkeit V_2 für Teilchen mit unterschiedlichem Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$ und Fallhöhen von 0,02 und 0,265 [m].....	51
Abb. 32:	Anpassung der betrieblichen Einstellparameter bei vorgegebenen Kameraeinstellungen	52
Abb. 33:	Abhängigkeit der Fallhöhe vom Abbildungsmaßstab bei konstanten Kameraeinstellungen.....	53
Abb. 34:	Beschleunigung von Partikeln mit unterschiedlichem Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$ bei definierter Fallhöhe von Abwurfkante der Transportrinne bis Kameramessebene h_2	53
Abb. 35:	Abtastungsanteil h als Stützpunkt zur Berechnung der Beschleunigungswirkung.....	54
Abb. 36:	Abweichung des Fallweges d_{s1} von der Kameraabtasthöhe d_{bk} in Abhängigkeit von der	

Eindringtiefe des Partikels	55
Abb. 37: Ideales und rechtechnisch vereinfachtes Modell zum Nachweis des Beschleunigungseinflusses auf die Bildaufnahme	55
Abb. 38: Theoretischer Sehnenverlust ΔS_t für Messbereiche 1 und 2	56
Abb. 39: Ermittlung der Sehnenlängen L_{k50i} und L_{k75i}	57
Abb. 40: Theoretischer Flächenverlust ΔS_{at} für die Messbereiche 1 und 2	58
Abb. 41: Theoretische Abweichung der Korngröße für die Messbereiche 1 und 2	59
Abb. 42: Versuchsstand mit variabler Höheneinstellung der Transportrinne (Partikelfallhöhe)	60
Abb. 43: Aufnahmen von Glaskugeln mit $d_{\text{aq}} = 10,00$ mm im MB1 aus verschiedenen Fallhöhen	62
Abb. 44: Aufnahmen von Glaskugeln mit $d_{\text{aq}} = 10,00$ mm in MB 2 aus verschiedenen Fallhöhen	62
Abb. 45: Vergleich der relativen Standardabweichung für Parameter Hauptabmessungen X_a/X_c , Äquivalentdurchmesser d_{aq} und Projektionsfläche S_m ermittelt durch Kamera- und Mikrometermessungen	64
Abb. 46: Rechteckige und quadratische Pixelform der digitalen Aufnahmetechnik	65
Abb. 47: Partikelabbildungen mit rechteckiger und quadratischer Pixelform	66
Abb. 48: Aufnahme einer Partikelprojektion mit unterschiedlichen Kameraauflösungen	66
Abb. 49: Digitalisierte Projektionsbilder nach Aufnahme mit unterschiedlichen Kameraauflösungen ..	67
Abb. 50: Mindestanzahl von Pixeln für eine Korngrößenbestimmung	67
Abb. 51: Mindestanforderung für die Ermittlung der Kubizität (X_a/X_b - Verhältnis)	68
Abb. 52: Mindestanforderung (16 abzudeckende Pixel) für die Ermittlung der Sphärizität	68
Abb. 55: Einfluss der Pixelgröße auf die Rauigkeitsbestimmung	70
Abb. 56: Digitalisierte Projektionsbilder nach Aufnahme mit unterschiedlicher Kameraauflösung	70
Abb. 57: Ermittlung der Randpixel nach Grenztyp 4 und Grenztyp 8	71
Abb. 58: Grundlegende Idee der Randkonturabtastung	72
Abb. 59: Algorithmus zur Abtastung der Randkonturen nach <i>Freemann</i> [30]	72
Abb. 60: Hauptschritte des neuen Randpixelabtastprinzips	73
Abb. 61: Abbildungslage (Neigungswinkel α) eines Partikels	74
Abb. 62: Ermittlung der längsten Sehne durch eine serielle Längenberechnung zwischen zwei Randpixeln	74
Abb. 63: Ermittlung von Schwerpunkt und Abstände R_i eines Partikels	75
Abb. 64: Ermittlung von längster und kürzester Abmessung des Partikels	76
Abb. 65: Ermittlung der Abbildungslage α bei $0 < \alpha_1 < \pi$	77
Abb. 66: Ermittlung der Abbildungslage α bei $\frac{3}{4} \pi < \alpha_1 < 2 \pi$	78
Abb. 67: Nachbarschaftsermittlung mit Hilfe einer 8-Punkt-Koordinatenabfrage	78
Abb. 68: Rolle der Pixelnachbarschaft für die Umfangsberechnungen	80
Abb. 69: Ellipsenförmige glatte Partikeln in unterschiedlicher Abbildungslage	80
Abb. 70: Einfluss der Abbildungslage auf die Nachbarschaftsanteile (Achsenverhältnis $X_a/X_b = 2$)	81
Abb. 71: Einfluss der Abbildungslage (Neigungswinkel α) auf die Umfangs- und Sphärizitätsberechnungen (Achsenverhältnis $X_a/X_b = 2$)	82
Abb. 72: Einfluss des X_a/X_b -Verhältnisses der Modellellipse auf die relative Umfangs- bzw. Sphärizitätsberechnung	82
Abb. 73: Randkonturrotation zur Reduzierung der Rechenfehler bei der Formbeschreibung	83

VI

Abb. 74:	Grafische Darstellung der Methodik zur Ermittlung der Punkt- Zug- Kurve.....	84
Abb. 75:	Ermittlung der Fourierkoeffizienten eines Modellteilchens (Rombus)	86
Abb. 76:	Hauptschritte des neuen Formbeschreibungsprinzips.....	90
Abb. 77:	Definition der Nachweisempfindlichkeit.....	93
Abb. 78:	Graphische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen X_a/X_b und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Testpartikel, s. Anlage F- 4) ...	94
Abb. 79:	Korrelationsergebnisse zwischen X_a/X_b und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Testpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage F- 5).....	94
Abb. 80:	Graphische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen Sphärizität und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Testpartikel, s. Anlage F- 6) ...	95
Abb. 81:	Korrelationsparameter für den Zusammenhang zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode und der Sphärizität Ψ_{sp} (Testpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage F- 7).....	95
Abb. 82:	Grafische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen X_a/X_b und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Realpartikel, s. Anlage G- 3) ..	96
Abb. 83:	Korrelationsergebnisse zwischen den ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode und dem X_a/X_b -Verhältnis (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage G- 4)	97
Abb. 84:	Ausgewählte Berechnungsergebnisse für die Korrelation zwischen der Sphärizität (Ψ_{sp}) und den Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Realpartikel, s. Anlage G- 5)	97
Abb. 85:	Korrelationsparameter zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode und der Sphärizität Ψ_{sp} (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage G- 6)	98
Abb. 86:	Grafische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen X_a/X_b und den Fourierkoeffizienten aus der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, s. Anlage G- 8).....	99
Abb. 87:	Korrelationsergebnisse zwischen X_a/X_b und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage G- 9)	99
Abb. 88:	Grafische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen der Sphärizität und den Fourierkoeffizienten nach der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, s. Anlage G- 10) .	100
Abb. 89:	Korrelationsergebnisse zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten und der Sphärizität Ψ_{sp} nach der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage G- 11).....	100
Abb. 90:	Vergleich der Korrelationsergebnisse nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten und X_a/X_b (Realpartikel)	101
Abb. 91:	Vergleich der Korrelationsergebnisse nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten und Sphärizität Ψ_{sp} (Realpartikel).....	102
Abb. 92:	Relativer Rauigkeitsflächenanteil	104
Abb. 93:	Umfang U_p bzw. U_{glatt} in Abhängigkeit vom Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und vom X_a/X_b -Verhältnis bei vorgegebener Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01 \text{ mm}$	105
Abb. 94:	Umfangsdifferenz ΔU von Partikeln in Abhängigkeit von $d_{\text{äq}}$ und vom X_a/X_b -Verhältnis bei vorgegebener Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01 \text{ mm}$	105
Abb. 95:	Rauhigkeit R_p in Abhängigkeit von der Korngröße $d_{\text{äq}}$ und dem Rauigkeitsflächenanteil r_f bei vorgegebener Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01 \text{ mm}$	106
Abb. 96:	Anforderungsgrenzen an die Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Formbestimmung (Pixelflächenanteil P_f als Funktion der Pixelanzahl n_g)	107
Abb. 97:	Praktische Anwendung des Anforderungsprinzips für die Aufnahmetechnik bezüglich der Korngrößen- und -formbestimmung (Pixelkantenlänge als Funktion der Korngröße).....	108
Abb. 98:	Vergleich der Rauigkeitskennzahlen R_p von Modell- und Realpartikeln	110
Abb. 99:	Praktische Ermittlung der Anwendungsgrenze zur Bestimmung der Rauigkeitskennzahl.....	110

VII

Abb. 100: Bruchflächigkeitsbestimmung mit Hilfe von R_p für $d_{\text{aq}} = 8$ bis 16 [mm]	110
Abb. 101: Prognostizierung der Bruchflächigkeit gemäß EN 933, Teil 5 mit Hilfe der Rauhigkeitskennzahl R_p	111
Abb. 102: Praktische Ermittlung der Anwendungsgrenze zur Bewertung von SiC mit Hilfe der Rauhigkeitskennzahl R_p	113
Abb. 103: Ermittlung der Rauhigkeitskennzahl R_p zur Bewertung von SiC-Pulver mit $d_{\text{aq}} = 25$ bis 40 [μm]	113
Abb. 104: Ausgewählte Berechnungsergebnisse für die Korrelation zwischen der Rauhigkeitskennzahl R_p und den Fourierkoeffizienten aus der neuen Methode (Realpartikel, s. Anlage J- 3)	114
Abb. 105: Korrelationsergebnisse zwischen den ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode und der Rauhigkeitskennzahl R_p (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage J- 3)	114
Abb. 106: Ausgewählte Berechnungsergebnisse für die Korrelation zwischen der Rauhigkeitskennzahl R_p und den Fourierkoeffizienten aus der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, s. Anlage J- 6)	115
Abb. 107: Korrelationsergebnisse zwischen der Rauhigkeitskennzahl R_p und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage J- 6)	115
Abb. 108: Vergleich ausgewählter statistischer Untersuchungsergebnisse aus der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion bezüglich der Rauhigkeitskennzahl R_p (Realpartikel)	116

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Systematisierung geometrischer Ausgangsgrößen für die Kornformcharakterisierung	5
Tabelle 2:	Systematisierung von Kornformfaktoren auf Basis von Tabelle 1	6
Tabelle 3:	Koeffizienten für s, r und k [51]	15
Tabelle 4:	Systematisierung der Methoden für die Formbeschreibung mit Hilfe von Formfunktionen.	18
Tabelle 5:	Übersicht der Partikelauftnahmesysteme	37
Tabelle 6:	Wichtige Ausgangsgrößen zur Ermittlung der stationären Fallgeschwindigkeit V_{\max}	46
Tabelle 7:	Hardwaremäßige Parameter der CCD- Digitalkamera	50
Tabelle 8:	Durch Mikrometermessungen ermittelte Kugelparameter (je 20 Kugeln)	61
Tabelle 9:	Berechnungen aus den realen Bildaufnahmen	63
Tabelle 10:	Parametervergleich zwischen theoretischen und praktischen Berechnungen	63
Tabelle 11:	Mindestanforderung der Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Kornformbestimmung	68
Tabelle 12:	Nachbarschaftsermittlung für einen Randpunkt (s. Abb. 67b)	79
Tabelle 13:	Darstellung der Fourierkoeffizienten des Rechenbeispiels	88
Tabelle 14:	Vergleich der Korrelationsergebnisse ausgewählter Fourierkoeffizienten, berechnet nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion mit dem X_a/X_b -Verhältnis	101
Tabelle 15:	Vergleich der Korrelationsparameter ausgewählter Fourierkoeffizienten, berechnet nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion mit der Sphärizität	102
Tabelle 16:	Zusammenhang zwischen Pixelkantenlänge und unterer Korngrößengrenze für die Mikrogestaltsbeschreibung	106
Tabelle 17:	Mindestanforderung der Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Kornformbestimmung	107
Tabelle 18:	Vergleich der statistischen Untersuchungsergebnisse von ausgewählten Fourierkoeffizienten, berechnet nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion mit R_p	116

Symbolverzeichnis

Symbol	Bezeichnung	Einheit
A	Ortsdiskrete periodische Funktion	[-]
A_i	Fourierkoeffizient	[Hz]
A_p	Angeströmte Querschnittsfläche des Korns	[m ²]
a	Partikellänge	[mm]
a_k	Pixelbreite des CCD-Chips (ohne optische Korrektur durch ein Objektiv)	[mm]
a_m	Realteil des Fourierkoeffizienten	[-]
a_p	Beschleunigung des Partikels	[m/s ²]
B	Messrichtung	[-]
b	Partikelbreite	[mm]
b_k	Pixelhöhe des CCD-Chips (ohne optische Korrektur durch ein Objektiv)	[mm]
b_m	Imaginärteil des Fourierkoeffizienten	[-]
C_c	Massenanteil der gebrochenen Körner	[%]
C_r	Massenanteil der ungebrochenen Körner	[%]
C_{tc}	Massenanteil der vollkommen gebrochenen Körner	[%]
C_{tr}	Massenanteil der vollkommen gerundeten (ungebrochenen) Körner	[%]
c	Partikeldicke	[mm]
$c1'$	Randpixelanzahl für Randkonturabschnitt von glattem Körper	[-]
$c2'$	Randpixelanzahl für Randkonturabschnitt von rauhem Körper	[-]
c_w	Widerstandsbeiwert des Korns	[-]
D	Ausgesprochene flache und lange Form nach Walz [357]	[-]
$d_{\ddot{a}q}$	Realer Äquivalentdurchmesser des Partikels	[mm]
$d_{\ddot{a}qk}$	Äquivalentdurchmesser des Partikels ermittelt von seinem Projektionsbild	[mm]
$d_{\ddot{a}qr}$	Untere Korngrößengrenze für die Mikrogestaltsbeschreibung	[mm]
d_0	Abstand des Objekts von der Linse	[mm]
d_{ak}	Pixelbreite nach einer optischen Korrektur durch das Objektiv	[mm]
d_{bk}	Pixelhöhe nach einer optischen Korrektur durch das Objektiv	[mm]
d_{sk}	Pixelfläche nach einer optischen Korrektur durch das Objektiv	[mm ²]
$\Delta d_{\ddot{a}q}$	Unterschied zwischen theoretischem und praktischem Äquivalentdurchmesserverlust	[mm]
$\Delta d_{\ddot{a}qt}$	Theoretisch ermittelte Abweichung von realem $d_{\ddot{a}q}$	[mm]
$\Delta d_{\ddot{a}qk}$	Praktisch ermittelte Abweichung von realem $d_{\ddot{a}q}$	[mm]
ΔS	Unterschied zwischen theoretischem und praktischem Abtastsehnenver-	

	lust	[-]
ΔS_a	Unterschied zwischen theoretischem und praktischem Flächenverlust	[mm ²]
ΔS_{ap}	Praktischer Flächenverlust bei der Partikelaufnahme	[mm ²]
ΔS_{at}	Theoretischer Flächenverlust bei der Partikelaufnahme	[mm ²]
ΔS_p	Praktische Anzahl der verlorenen Sehnen bei der Partikelaufnahme	[-]
ΔS_t	Theoretische Anzahl der verlorenen Sehnen bei der Partikelaufnahme	[-]
ΔH	Prozentualer Unterschied zwischen d_{s1} und d_{bk}	[%]
d_{s1}	Fallweg des Teilchens zwischen zwei Abtastungen	[mm]
$E_{abs.}$	Absolute Empfindlichkeit (Steigungskoeffizient)	[-]
F	Flachheitsgrenze nach Walz [357]	[-]
F_a	Auftriebskraft	[N]
F_G	Gewichtskraft der Körper	[N]
F_k	Zeilenabtastfrequenz der Kamera	[Hz]
F_w	Strömungswiderstandskraft	[N]
f	Brennweite	[mm]
f_g	Projektionsfläche eines Körpers ohne Rauigkeit	[mm ²]
f_r	Projektionsfläche der Rauigkeitserhebungen	[mm ²]
g	Erdbeschleunigung	[m/s ²]
h	Abtastungsanteil des Partikeldurchmessers	[%]
h_2	Fallhöhe von Abwurfkante der Transportrinne bis Kameramesseebene	[mm]
h_{s1}	Fallweg des Partikels zwischen zwei verlorenen Sehnen vom Eintritt in die Kameramesseebene bis zu $d_{äq}/2$	[mm]
h_{s2}	Fallhöhe des Partikels zwischen zwei verlorenen Sehnen von $d_{äq}/2$ bis $d_{äq}$	[mm]
K	Bezeichnung für eindeutig kubische Partikeln nach Walz [357]	[-]
K_r	Korrelationskoeffizient (Bestimmtheitsmaß)	[-]
k	Abbildungsmaßstab des Kameraobjektivs	[-]
L	Länglichkeitsgrenze nach Walz [357]	[-]
L_k	Sehnenlänge eines Kreisabschnittes	[mm]
L_s	Küstenlänge (Umfangslänge)	[mm]
l	Tangentenlänge	[mm]
M	Theoretische Grenze zwischen flacher und langer Form nach Walz [357]	[-]
M_i	Masse der Gesamtprobe zur Bestimmung des prozentualen Anteils von gebrochenen Körnern	[g]
M_c	Masse der gebrochenen Körner	[g]
M_r	Masse der ungebrochenen Körner	[g]

XI

M_{tc}	Masse der vollkommen gebrochenen Körner	[g]
M_{tr}	Masse der vollkommen gerundeten (ungebrochenen) Körner	[g]
m	Masse der Körper	[kg]
n	Nummer des Berechnungsschrittes	[-]
n_d	Anzahl der diagonal nebeneinander liegenden Randpixel (Nachbarschaftsparameter)	[-]
n_g	Gesamtpixelanzahl in der Projektionsfläche eines Teilchens	[-]
n_h	Anzahl der horizontal nebeneinander liegenden Randpixel	[-]
n_k	Pixelanzahl im Kamera-CCD-Chip	[-]
n_{pr}	Pixelanzahl der Rauigkeitserhebungen	[-]
n_{pg}	Pixelanzahl in der Projektionsfläche eines glatten Körpers	[-]
n_r	Randpixelanzahl eines Teilchens	[-]
n_t	Gesamtanzahl der Messungen	[-]
n_v	Anzahl der vertikal übereinander liegenden Randpixel	[-]
n_z	Zeilennummer	[-]
P_f	Pixelfläche	[mm ²]
P_r	Relativer Pixelflächenanteil	[%]
p	Rundheit nach <i>Wadell</i>	[-]
R	Abstand vom Schwerpunkt bis zur Randkontur	[mm]
R_p	Rauhigkeitskennzahl	[-]
R_0	Radius des flächengleichen Kreises	[mm]
R_i	Abstand vom Schwerpunkt bis zur Randkontur an der Stelle i	[mm]
r	Radius der Blende des Objektivs	[mm]
r_f	Relativer Rauhigkeitsflächenanteil	[%]
S	Oberfläche des Partikels	[mm ²]
S_a	Geometrische Projektionsfläche des Partikels	[mm ²]
S_{ak}	Projektionsfläche des Partikels nach der Kameraaufnahme	[mm ²]
S_{kp}	Praktisch ermittelte Spaltenanzahl vom Projektionsbild des Partikels	[-]
S_m	Projektionsfläche des Partikels nach der Mikrometermessung	[mm ²]
S_{pt}	Theoretische Sehnenanzahl bei der Partikelaufnahme	[-]
S_{pp}	Praktisch ermittelte Sehnenanzahl vom Projektionsbild des Partikels	[-]
S_s	Wahrscheinlichkeit	[%]
s	Relative Standardabweichung der Probenzusammensetzung	[%]
T	Abtastperiode der Kamera	[s]
$U_{k,f}$	Umfang eines flächengleichen Kreises	[mm]

XII

U_p	Umfang eines rauhen Partikels	[mm]
U_{glatt}	Umfang eines glatten Partikels	[mm]
u	Relative Geschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid	[m/s]
$u_{t,k}$	Sinkgeschwindigkeit der volumengleichen Kugel	[m/s]
u_t	Sinkgeschwindigkeit eines unregelmäßig geformten Partikels	[m/s]
V	Volumen des Partikels	[m ³]
V_2	Fallgeschwindigkeit des Partikels bei Eintritt in die Meßebeine	[m/s]
V_p	Fallgeschwindigkeit des Partikels	[m/s]
V_{max}	Stationäre Fallgeschwindigkeit	[m/s]
V_{bk}	Abtastgeschwindigkeit der Kamera	[m/s]
W	Widerstandskraft	[N]
X	Koordinate	[-]
X_a	Größe Abmessung eines Partikels oder einer Partikelprojektion	[mm]
$X_{\text{az},s}$	Durchmesser des Umkreises der Projektionsfläche in stabiler Teilchenlage	[mm]
X_{az}	Durchmesser eines Kreises, der die Partikelprojektion umschließt	[mm]
X_b	Größe Länge senkrecht zu X_a	[mm]
X_c	Größe Länge senkrecht zu X_a und X_b	[mm]
X_D	Hydrodynamischer Äquivalentdurchmesser	[mm]
X_{el}	Durchmesser der Kugeln gleicher elektrischer Widerstandsänderung	[mm]
X_{en}	Durchmesser der kleinsten, umschreibenden Kugel	[mm]
X_{Fe}	Feret-Durchmesser	[mm]
$X_{\text{iz},m}$	Durchmesser des Innenkreises der Projektionsfläche in mittlerer Partikel- lage	[mm]
$X_{\text{iz},s}$	Durchmesser des Innenkreises der Projektionsfläche in stabiler Partikel- lage	[mm]
X_{Ma}	Martin-Durchmesser	[mm]
X_{max}	Maximale Sehne	[mm]
X_{Na}	Nassenstein-Durchmesser	[mm]
$X_{p,s}$	Durchmesser des projektionsflächengleichen Kreises bei stabiler Parti- kellage	[mm]
X_p	Durchmesser des projektionsflächengleichen Kreises	[mm]
$X_{pe,m}$	Durchmesser des Kreises gleichen Umfangs bei gleichen Projektionsflä- chen in mittlerer Partikellage	[mm]
$X_{pe,s}$	Durchmesser des Kreises mit gleichem Projektionsflächenumfang in sta- biler Partikellage	[mm]
X_s	Durchmesser einer Kugel gleicher Oberfläche	[mm]

XIII

X_{sca}	Durchmesser der Kugel gleicher Streulichtintensität	[mm]
X_u	Durchmesser der Kugel gleicher Sinkgeschwindigkeit (bei gleicher Dichte)	[mm]
X_v	Durchmesser der volumengleichen Kugel	[mm]
X_{ve}	Volumen des Ellipsoiden mit den gleichen Hauptabmessungen (a, b, c) wie das Realpartikel	[m ³]
X_{vt}	Tatsächliches Partikelvolumen	[m ³]
$X_{w,q}$	Quadratlochsiebweite	[mm]
$X_{w,r}$	Rundlochsiebweite	[mm]
$X_{w,s}$	Langlochsiebweite	[mm]
X_3	Schärfentiefe	[mm]
x_i	Laufender Wert des Argumentes	[-]
Y	Koordinate	[-]
y_i	Laufender Meßwert	[-]
\bar{y}	Arithmetischer Mittelwert der Meßwerte	[-]

Griechische Buchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
α	Flächenverhältnis	[-]
α_1	Winkel, der die Verbindungslinie zwischen Schwerpunkt und Startpunkt sowie die X-Achse einschließt	[°]
α_n	Phasenverschiebung	[-]
β	Prismenverhältnis	[-]
ε	Unschärferadius	[mm]
ϕ	Winkel	[°]
μ	Dynamische Viskosität	[Pa.s]
ν	Kinematische Viskosität	[m ² /s]
$\varphi(s)$	Tangenten- Winkel- Funktion	[-]
φ	Abtastwinkel	[°]
λ	Sehnenlänge zur Abtastung einer Kontur	[mm]
ρ_F	Dichte des Fluids	[kg/m ³]
ρ_p	Dichte des Partikels	[kg/m ³]
σ	Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung	[-]
$\psi_{a,b}$	Länglichkeitsverhältnis	[-]
$\psi_{b,c}$	Plattigkeitsverhältnis	[-]

XIV

ψ_{He}	Sphärizität nach Heywood	[-]
ψ_{Ma}	Formfaktor nach Matouschek	[-]
$\psi_{\text{ps,v}}$	Oberflächenverhältnis	[-]
ψ_{s}	Oberflächenfaktor	[-]
ψ_{v}	Volumenfaktor	[-]
ψ_{Wa}	Sphärizität nach Wadell	[-]
ψ_{sp}	Kehrwert der Sphärizität nach Wadell	[-]

1 Einleitung

Der Ablauf verfahrenstechnischer Prozesse, an denen Feststoffe beteiligt sind, wird in starkem Maße von der Korngrößen- und Kornformverteilung der Schüttgüter mitbestimmt. Aus der Schüttgutmechanik ist bekannt, dass viele Schüttguteigenschaften, wie z.B. Wasseraufnahmefähigkeit (*Schubert* [114]), Fließverhalten [15; 98; 121], Verdichtbarkeit (*Brezina* [12]), Durchströmungswiderstand (*Pahl, Rumpf* [87]) oder die Verschleißigenschaften der Schleifkörner (*Steinmetz* [126]) von den Korngrößen- und Kornformverteilungen der beteiligten Feststoffe abhängen. Aus dem Bereich des Bauwesens ist bekannt, dass z.B. die Kornform der verwendeten Zuschlagstoffe im Beton- und Asphaltstraßenbau maßgeblich die Festigkeit und Nutzungsdauer dieser Bauwerke beeinflusst [35; 44; 73; 110; 128; 142].

Zur Charakterisierung der Partikelform werden in der Praxis verschiedene Methoden, wie z.B. die:

- manuelle/visuelle Beurteilung,
- Quantifizierung mit Hilfe von Kornformkennzahlen (z.B. Verhältnis charakteristischer Längen, Sphärizität) oder
- mathematische Beschreibung mit Formfunktionen (z.B. Radius-Winkel-Funktion, Fraktale Dimension)

verwendet, die zur Qualitätssicherung z.T. in gültigen Normen berücksichtigt werden. Im Bereich der Bau- und Baustoffindustrie erfolgt die Beurteilung der Kornform von Zuschlagstoffen nach EN 933 Teil 4 [84] mit Hilfe einer Kornformkennzahl, die aus dem Verhältnis der größten und kleinsten Abmessung des Kornes (Messung durch Kornformmessschieber) ermittelt wird. Bei Kiessplitten muss außerdem noch die sogenannte Bruchflächigkeit nach EN 933 Teil 5 [85] beurteilt werden, die den Anteil der Bruchflächen an der gesamten Oberfläche eines Kornes angibt. Die Bestimmung erfolgt manuell/visuell. Als Bewertungskriterien werden Grenzwerte dieser Verhältnisse festgelegt. Im gesamten Partikelkollektiv ist dann nur ein bestimmter Anteil von Partikeln zulässig, der außerhalb der Grenzwerte liegen darf. Aus dem geschilderten Sachverhalt folgt, dass diese Art der Kornformbewertung einerseits mit einem hohen zeitlichen Aufwand verbunden ist, und andererseits subjektiven Einflüssen (Probenahme und- teilung, individuelle Bewertung) unterliegt. Eine prozessbegleitende Online- Kornformmessung ist ebenfalls nur begrenzt möglich.

Für eine schnelle und simultane granulometrische Bewertung von Korngemischen (z.B. Korngrößen- und Kornformverteilungen) stehen seit einigen Jahren photooptische Messgeräte

unterschiedlicher Konfiguration zur Verfügung, die digital aufgenommene Partikelprojektionsbilder einer schnellen Korngrößen- und Kornformbewertung zuführen. Mit Hilfe solcher Geräte lassen sich zum gegenwärtigen Zeitpunkt Aussagen zur Makro- (z.B. kubisch oder fehlförmig) und teilweise zur Mesogestalt (z.B. Rundheit) eines Korngemisches gewinnen. Quantitativen Aussagen zur Mikrogestalt (z.B. Feinstruktur, Oberflächenrauigkeit, Kantenrauigkeit) sind gegenwärtig nicht möglich.

Ziel der vorliegende Arbeit ist die Entwicklung einer neue Kornformbeschreibungsmethode, die unter Einbeziehung der modernen digitalen Bildaufnahmetechnik, die Erfordernisse der Steine-Erden-Industrie mit höherer Effizienz, als mit den bisher bekannten Methoden zur Beschreibung der Makro-, Meso-, und Mikrogestalt erfüllt.

2 Wissenschaftlich - technischer Stand der Kornformbeschreibung

Bei der granulometrischen Charakterisierung von Korngemischen wird die Form hauptsächlich unter zwei Gesichtspunkten betrachtet:

- Man verwendet Bewertungsfaktoren (Formfaktoren), um die Kornform verschiedener Körner oder Partikelmenge zu bestimmen. Die tatsächliche Form spielt dabei keine Rolle.
- Ist die tatsächliche Form von Interesse (Grobform, Oberflächenstruktur), können zwei grundsätzliche Wege beschritten werden:
 - Verbale Beschreibung durch Wörter oder Bilder (qualitativ),
 - Mathematische Beschreibung durch Formfunktionen (quantitativ).

Eine weitere Analyse des wissenschaftlich- technischen Standes zur Kornformbeschreibung führt zu dem Ergebnis, dass die gegenwärtige Kornformcharakterisierung auf nachfolgenden Gesichtspunkten basiert. Zuerst ist zu definieren, ob ein Einzelpartikel oder ein Partikelmenge zu analysieren ist. Die meisten Kornformbeschreibungsmethoden, die bei Einzelpartikelbetrachtungen angewendet werden, sind auch auf Partikelkollektive statistisch übertragbar. Aus diesem Grund wird in den weiteren Betrachtungen von einer Einzelkornformbetrachtung ausgegangen.

Die Kornformcharakterisierung der Einzelpartikel kann wie folgt strukturiert werden (Abb. 1)

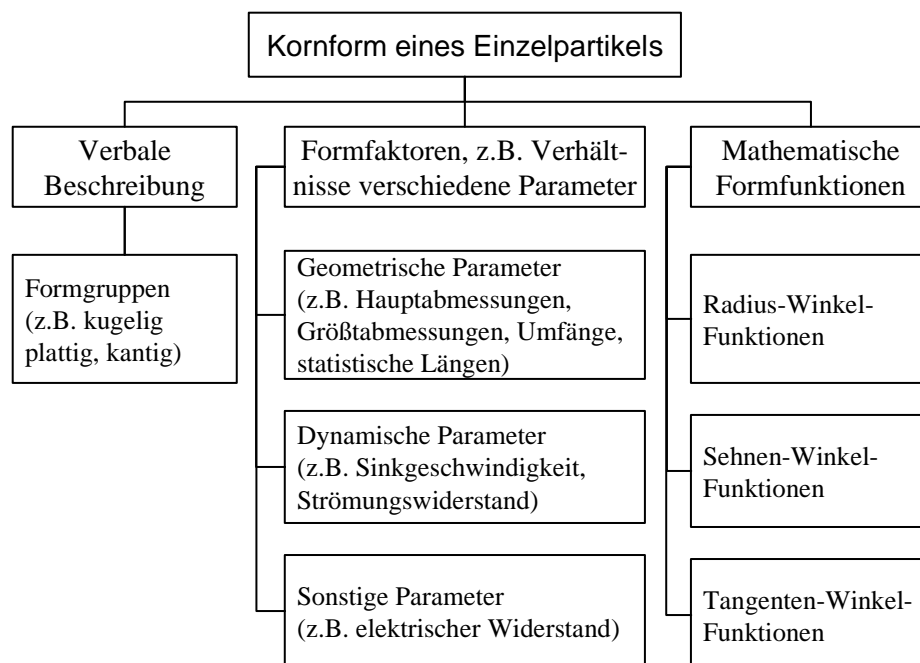


Abb. 1: Methoden zur Bewertung der Kornform

2.1 Verbale Beschreibung der Kornform

Bei dieser Methode der Kornformbeschreibung werden die Teilchen nach visueller Betrachtung

tung verbal beschrieben, wobei eine Kornformcharakterisierung mit solchen Adjektiven wie z.B. nadelig, kantig, faserig, rund, kubisch, länglich, plattig etc. erfolgt. Ein kurzes Wörterverzeichnis, das Ausdrücke dieser Art zusammenstellt und knapp charakterisiert, wird im *British Standard 2955* [13] unter dem Abschnitt „Teilchenform“ wiedergegeben.

In ähnlicher Weise teilt *Sorby* [124] die Formen von Sandkörnern in fünf Gruppen ein und beschreibt sie mit Worten:

- normal winkliger, ursprünglich geformter Sand, wie er meist aus Granit oder schiefrigem Gestein entsteht,
- gut erodierter, in rundlichen Körnern vorliegender Sand, bei dem die ursprünglichen Kanten vollkommen abgenutzt sind,
- mechanisch in scharfkantigen Splittern gebrochener Sand mit glasiger Bruchfläche,
- Sand mit chemisch korrodierten Körnern,
- Sand aus Körnern mit perfekt kristallisierter Gestalt.

Eine solche Beschreibungsweise ist nicht genau und hat nur orientierende Bedeutung. Sie ist darüber hinaus subjektiv und zeitaufwendig. Weiterhin sind die Ergebnisse nur qualitativ und nicht in einer mathematischen Gleichung verwendbar.

Um diese Subjektivität etwas einzuschränken, liegt es nahe, entweder strenger definierte Begriffe zu verwenden oder Standardtypen von Formen festzulegen, denen die zu beschreibenden Teilchen zugeordnet werden müssen. Zur Formbeschreibung genügt dann die Typenangabe. Einen solchen Standardsatz haben *Hirswald* und *Brix* [52] aufgestellt. Er umfasst acht große Gruppen, die dann weiter unterteilt werden. In diesem Standardsatz finden sich vorwiegend Einordnungsmöglichkeiten für prismatische Teilchen. Kugelförmige oder ellipsoidförmige Teilchen lassen sich kaum einordnen. Diese Standardformen bringen aber auch in erweiterter Form keine zahlenmäßige Verknüpfung der Teilchenform mit einem Bewertungsfaktor, der den Einfluss der Form auf irgendeine Eigenschaft des Teilchens kennzeichnet.

Es wurden noch andere Versuche unternommen, Standards aufzustellen, die nur rundliche Formtypen umfassen. Wegen der oben erwähnten Mängel werden sie hier nicht aufgeführt. Die Quellen dazu finden sich bei *Zingg* [148] und auch in [51; 52; 101; 104].

Abschließend ist festzustellen, dass diese Methoden der Kornformcharakterisierung nur qualitative Aussagen liefern, die mehr oder weniger von der subjektiven Einordnung des Betrachters abhängig sind. Eine weiterführende mathematische Behandlung ist nicht möglich.

2.2 Formbeschreibung durch Formfaktoren (Kennzahlen)

In der Praxis erfolgt die Kornformcharakterisierung in der Regel mit Hilfe von Kornform-

kennwerten. Formfaktoren sind im allgemeinen dimensionslose Größen, die als Verhältnis messbarer Teilcheneigenschaften definiert sind. Diese lassen sich unterteilen in geometrische, dynamische und sonstige Formfaktoren. Geometrische Formfaktoren basieren auf messbaren Teilchenabmessungen (z.B. Hauptabmessungen, statistische Längen), während dynamische Formfaktoren aus dem Bewegungsverhalten eines dem jeweiligen Realteilchen entsprechenden Äquivalentteilchen (z.B. Kugel oder Ellipsoid) in einem Fluid [5; 14; 16; 21; 28; 32; 34; 39; 41; 47; 62; 65; 70; 76; 79; 80; 90; 95; 96; 107; 111; 118; 122; 138; 141] abgeleitet werden (z.B. Verhältnis der stationären Sinkgeschwindigkeiten). In die Gruppe der sonstigen Formfaktoren gehören alle anderen Formfaktoren, die nicht in die beiden vorgestellten Gruppen eingeordnet werden können, da zur Formcharakterisierung weitere Teilcheneigenschaften, wie z.B. die elektrische Leitfähigkeit oder die optische Beugung herangezogen werden [147]. Eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten geometrischen Größen mit den daraus abgeleiteten Kornformfaktoren ist den Tabellen 1 und 2 zu entnehmen. Unter einem Messraum

Tabelle 1: Systematisierung geometrischer Ausgangsgrößen für die Kornformcharakterisierung

		Messraum	2-D	3-D	
		Teilcheneigenschaften	Geometrische	Geometrische	Dynamische
Charakteristische geometrische Größen des Teilchens	Länge	Direkt messbare Größen	Größtabmessungen der Partikelprojektion X_a , X_b , X_c , Statistische Längen aus Partikelprojektion in stabiler bzw. statistischer Partikellage X_{Fe} , X_{Ma} , X_{max} , Umfang der Partikelprojektion	Hauptabmessungen a , b , c ,	-
		Indirekt ermittelte Größen	Äquivalentlängen- $X_{a,s}$, $X_{p,s}$	Äquivalentlängen aus statistischer Partikellage $X_{p,m}$, X_v , X_s	Äquivalentlängen aus dynamischen Eigenschaften X_D , X_u , u_t , u_{tk}
	Fläche	Direkt messbare Größen	Projektionsfläche bei stabiler bzw. statistischer Partikellage	Oberfläche	-
		Indirekt ermittelte Größen	Äquivalentflächenbestimmung bei stabiler bzw. statistischer Partikellage	Äquivalentfläche (volumenbezogene Oberfläche S_v)	Geometrische Äquivalentflächen aus dynamischen Partikeleigenschaften
	Volumen	Direkt messbare Größen	-	-	-
		Indirekt ermittelte Größen	Volumenberechnung durch Extrapolieren von Partikelprojektionen (s. <i>Huller</i> [59] und <i>Medalia</i> [81])	Äquivalente Volumina (z.B. oberflächenbezogenes Volumen)	Geometrische Äquivalentvolumina aus dynamischen Partikeleigenschaften

wird dabei der Raum verstanden, in dem Messungen durchgeführt werden (2-D oder 3-D).

Direkt messbar sind die Größen, die mit einfachen Operationen zum Messergebnis führen, z.B. Abmessung zwischen zwei Punkten aus der Partikeloberfläche, Umfangsbestimmung aus der Partikelprojektion. Indirekt ermittelt sind die Größen, für die zusätzliche Berechnungen notwendig sind, z.B. Durchmesser einer volumengleichen Kugel.

Tabelle 2: Systematisierung von Kornformfaktoren auf Basis von Tabelle 1

		Messraum	2-D	3-D	
		Formfaktor- rentyp	Geometrische	Geometrische	Dynamische
Ausgewählte Beispiele für geometrische Kornformfaktoren	Länge	Direkt messbare Größen	Kubizität- X_a / X_c , Flachheit X_b / X_c Elongation- X_a / X_b [119]; [142] Kubizität- X_{Ma} / X_{Fe} , Kubizität- X_{Fe} / X_{max} , [20; 33] Rundheit nach Cox [18]	Kubizität- a / c , Flachheit- b / c Elongation- a / b [23; 37; 39; 48; 49; 86; 112; 108] Sphärizität nach Heywood [51] Sphärizität nach Zingg [148]	-
		Indirekt ermittelte Größen	Sphärizität nach Wadell- $\Psi_{wa} = X_{p,s} / X_{a,s}$, Wadell [137], Pentland [89])	Sphärizität nach Wadell $\Psi_{wa} = X_v / X_s$ Wadell [139]	Längenbezogene dynamische Formfaktoren Hawksley [39]
	Fläche	Direkt messbare Größen	-	-	-
		Indirekt ermittelte Größen	Sphärizität [89; 137], Rundheit [92; 131; 139]	Sphärizität nach Tickel [132], Rundheit nach Wadell [139], Rundheit nach Wentworth [145]	Flächenbezogene dynamische Formfaktoren [14; 16; 21; 28; 32; 39; 47; 70; 76; 90; 95; 96; 107; 111; 118; 122; 138]
	Volumen	Direkt messbare Größen	-	-	-
		Indirekt ermittelte Größen	Sphärizität nach Matouschek [78]	Sphärizität nach Wadell [136] Sphärizität nach Bond [11]	Sphärizität nach Pettijohn und Christiansen Ψ_{p-c} [90] dynamische Formfaktoren [66; 67; 80]

Gegenwärtig sind mehr als 2000 verschiedene Formfaktoren bekannt. Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf Betrachtungen zu geometrischen und dynamischen Formfaktoren, da diese im Bereich der Steine-Erden-Industrie vorwiegend verwendet werden.

2.2.1 Geometrische Formfaktoren

Die geometrischen Formfaktoren basieren auf geometrisch messbaren Teilchenabmessungen. Diese sogenannten Dispersitätsgrößen sind z.B. Haupt- und Größtabmessungen, statistische Längen aus der Teilchenprojektion oder der geometrische Äquivalentdurchmesser.

- Haupt- und Größtabmessungen

Sie sind äußere Längenmaße mathematischer Grundformen. Heywood [49] nutzt dafür Pris-

men oder Ellipsoide. Er definiert die äußere Länge a , die Breite b und die Dicke c als Hauptabmessungen eines Teilchens (s. Abb. 2). Zur Definition von Formfaktoren gilt die Bedingung $a > b > c$. Der Unterschied zwischen Haupt- und Größtabmessungen liegt darin, dass Hauptabmessungen die Längen einer regulären Form sind, die das Teilchen einhüllen, während Größtabmessungen die tatsächlich längste Sehnenlänge eines Teilchens in der jeweiligen Messrichtung darstellen (s. Abb. 2 rechts). Eine Abschätzung der Größenverhältnisse einiger charakteristischer Längen eines Teilchens findet sich bei *Hawksley* [39].

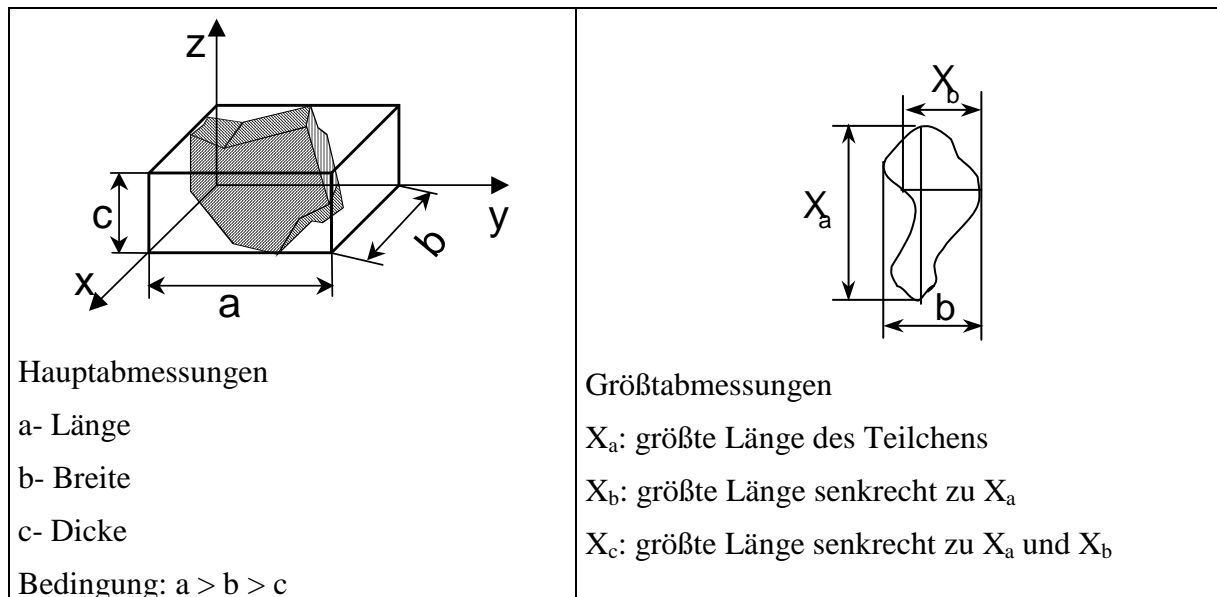


Abb. 2: Haupt- und Größtabmessungen eines Teilchens

- Statistische Längen aus der Teilchenprojektion

Diese Längen werden in einer zufälligen Teilchenposition ermittelt und deshalb als statistische Längen bezeichnet. Sie sind immer auf eine willkürlich vorgegebene Messrichtung B bezogen. Abb. 3 zeigt hierfür einige Beispiele.

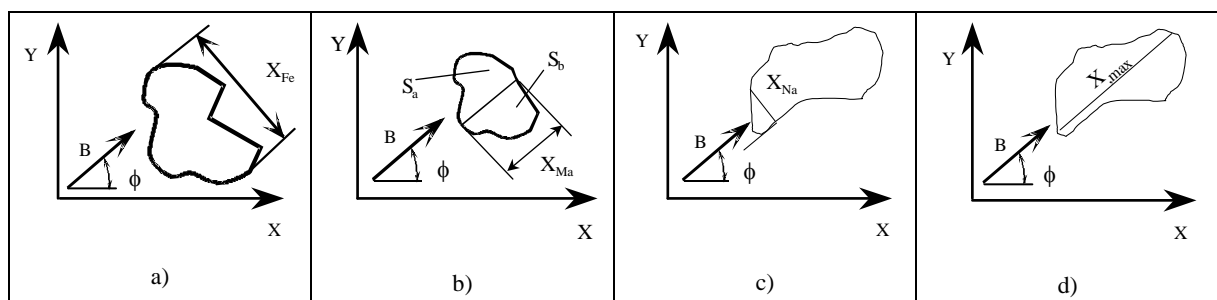


Abb. 3: Statistische Längen, Messrichtung B

- Durchmesser nach Feret: X_{Fe} ist der maximale Abstand zwischen den in Messrichtung B liegenden Tangenten (Abb. 3a).
- Durchmesser nach Martin: X_{Ma} ist die zur Messrichtung B parallele, die Projektionsfläche ($S_a=S_b$) halbierende Sehne (Abb. 3b).

- Durchmesser nach Nassenstein: X_{Na} ist die auf einer zur Messrichtung parallelen Tangente im Berührungspunkt senkrecht stehende Sehne (Abb. 3c).
- Maximale Sehne: X_{max} ist die längste Sehne der Projektionsfläche in Messrichtung B (Abb. 3d)

Für jede Messrichtung werden unterschiedliche statistische Längen ermittelt. Diese Mehrdeutigkeit lässt sich durch zwei Möglichkeiten umgehen:

Die Messrichtung wird vor der Messung definiert und dann konstant gehalten.

- Die Messrichtung ist variabel und hängt von der Definition der gesuchten statistischen Länge ab. Zum Beispiel wird die Messrichtung so gewählt, dass der Feret- Durchmesser maximal oder der Martin- Durchmesser minimal wird.

Um eine Eindeutigkeit zu erhalten, muss die Voraussetzung erfüllt sein, dass jede Orientierung gleich wahrscheinlich ist. Man erhält dann eine Verteilung der statistischen Längen. Die statistische Sicherheit (Reproduzierbarkeit) hängt von der Anzahl der gemessenen Partikel in einer beliebigen Lage ab. Dabei spielt es keine Rolle, ob man ein Partikel mehrmals oder eine Partikelmenge mit denselben Dispersitätseigenschaften einmal misst. Aus diesem Grund ist die Bestimmung der statistischen Längen aus der zufälligen Teilchenposition, insbesondere für Partikelkollektive, geeignet.

Um bei Einzelteilchen keine Wiederholungsmessungen durchführen zu müssen, können die Längenbestimmungen des Einzelteilchens in seiner stabilen Lage vorgenommen werden. Das Finden der stabilen Lage ist jedoch zeitaufwendig.

Für die statistischen Längen hat *Gebelein* [33] für elliptische, rautenförmige und rechteckige Projektionen die nachfolgende Beziehung ermittelt:

$$X_{Fe} \geq X_{Ma} \geq X_{Na} \quad (1)$$

- *Geometrische Äquivalentdurchmesser*

Als Äquivalentdurchmesser bezeichnet man die Abmessung eines Standardkörpers (z.B. Kugel oder Würfel), der mit dem Teilchen eine geometrische Eigenschaft gemeinsam hat [139].

Hierzu zwei Beispiele:

Durchmesser X_v einer Kugel gleichen Volumens V

$$X_v = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} \quad (2)$$

Durchmesser X_s einer Kugel gleicher Oberfläche S

$$X_s = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad (3)$$

- *Sieböffnungsweite:*

Es ist zu unterscheiden zwischen Teilcheneigenschaften und Messverfahren, die zu ihrer Bestimmung angewendet werden. So sind Siebmaschenweiten keine Teilcheneigenschaften, sondern dienen zu ihrer Messung mit Hilfe eines genau zu beschreibenden präparativen Verfahrens. Dabei werden charakteristische geometrische Eigenschaften gemessen. Man unterscheidet:

- Quadratlochsiebweite: $X_{w,q}$,
- Rundlochsiebweite: $X_{w,r}$,
- Langlochsiebweite: $X_{w,s}$.

Weitere Definitionen für geometrische Äquivalentdurchmesser sind bei *Heywood* [48], *Rumpf* [107], *Waldmann* [140] und *Zing* [148] zu finden.

2.2.1.1 Formkennwerte aus Hauptabmessungen

In diesem Abschnitt werden Formkennwerte beschrieben, die sich aus den Hauptabmessungen der Teilchen ableiten lassen. Aufgrund dieser Formkennwerte werden die zu untersuchenden Teilchen einzelnen Formgruppen zugeordnet, deren Aufstellung nach der äußeren Erscheinung getroffen wurde. Die Teilchenabmessungen sind nur ein Kriterium dafür, in welche Gruppe ein jeweiliges Teilchen eingeteilt werden muss. Sie vermeiden dadurch subjektive Einflüsse des Begutachters. Die Grenzen und die Anzahl der Formgruppen wird willkürlich festgelegt. Auch ist das Ergebnis einer solchen Einordnung keine die Teilchenform beschreibende Zahl, sondern wiederum nur eine verbale Kennzeichnung.

Otzen [86] teilt die Partikel in zwei Formengruppen ein: würfelig und splittrig. Zu deren Unterscheidung misst er die Länge des Teilchens **a** und dessen Dicke **c**. Für jedes einzelne Teilchen wird der Quotient **a/c** gebildet. Bei **a/c < 5** nennt der Autor das Teilchen würfelig, bei **a/c > 5** splittrig. Dieses Prinzip wird von *Schulze* [119] weiterentwickelt und noch heute wegen einfacher Handhabung und geringem Rechenaufwand in der DIN 52114 [23] angewendet, wobei jedoch andere Grenzverhältnisse (**a/c < 3** ist kubisch, **a/c > 3** ist länglich) eingeführt wurden. Hier stellt die Einteilung in kubisch und länglich geformte Körper ein zu pauschales Urteil dar. Auch weichen die Untersuchungsergebnisse bei Wiederholungsmessungen stark voneinander ab. *Heck* [40] stellte bei Untersuchungen der Fraktion 18-20 mm eine maximale Abweichung von 10 Massen-% fest.

Eine bessere Aufteilung in Gruppen nimmt *Schmölzer* [112] vor. Er benutzt ebenfalls das Verhältnis a/c zur Formeinteilung und schlägt folgende Unterscheidung vor: $a/c < 2$ kubisch, $2 \div 3$ gedrunen, $3 \div 5$ gedrunen-splittrig oder gedrunen-plattig und > 5 plattig oder splittrig. Eine ähnliche Methode gibt auch *Hagerman* [37] an.

Bei diesen a/c - Verhältnissen wurde die dritte Dimension, die mittlere Abmessung b des Teilchens, nicht berücksichtigt. Deswegen fehlt die Unterscheidungsmöglichkeit zwischen plattig und splittrig.

Die nachfolgenden Arbeiten benutzen alle drei Hauptabmessungen zur Kornformcharakterisierung. *Bond* [11] verwendet zur Bewertung der Kornform das Verhältnis $a/b/c$. Bei Annahme von $b = 1$ bezeichnet er a als Länglichkeitsfaktor und c als Plattigkeitsfaktor.

Eine differenziertere Methode schlägt *Liepolt* [75] vor. Er bildet das Verhältnis a/c und a/b , s. Gl. (4). Je mehr a/c gegen 1 geht, desto gedrungener ist das Teilchen. a/b entscheidet über eine plattige oder splittrige Form. Aus den beiden Verhältnissen berechnet er die „Formziffer“:

$$\Psi_{Li} = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \quad (4)$$

Ein Nachteil ist u. a., dass zwei ziemlich verschiedene Formen mit fast gleichen Formziffern belegt werden können [88].

Zingg [148] untersuchte Gerölle und verglich diese mit den drei Hauptachsen eines Ellipsoids ($a > b > c$). Durch die Verhältnisse b/a und c/b legt er vier Formtypen fest (s. Gl. (5) bis (8)). Ähnliche Formfaktoren auf Basis der Teilchenhauptabmessungen wurden auch von an-

$$\text{- flach :} \quad \frac{b}{a} > \frac{2}{3} \quad \frac{c}{b} < \frac{2}{3} \quad (5)$$

$$\text{- kugelig :} \quad \frac{b}{a} > \frac{2}{3} \quad \frac{c}{b} > \frac{2}{3} \quad (6)$$

$$\text{- stengelig :} \quad \frac{b}{a} < \frac{2}{3} \quad \frac{c}{b} > \frac{2}{3} \quad (7)$$

$$\text{- flachstengelig:} \quad \frac{b}{a} < \frac{2}{3} \quad \frac{c}{b} < \frac{2}{3} \quad (8)$$

deren Autoren vorgeschlagen [86; 94]. Um die Grenzwerte der Längenverhältnisse für die Formtypen festzulegen, wurden ca. 300 Gerölle subjektiv in vier Klassen eingeordnet und anschließend ausgemessen.

Walz [142] ist einer der ersten, der angibt, wie ein Kollektiv von Körnern zu behandeln ist. Das Verfahren hat Eingang in die DIN 1991 [22] gefunden. Er schlägt vor, von 30 Körnern die Größtabmessungen zu bestimmen und von den gemittelten Längen die Quotienten X_b/X_c und X_a/X_c zu bilden. Die Einordnung geschieht mit Hilfe eines Diagrammes (s. Abb. 4). Jedoch ist dieses Verfahren sehr zeitaufwendig und erfordert umfangreiche Rechenoperationen bei verhältnismäßig kleinen Proben. Die Probenmenge beträgt nach Walz mindestens 30 Körner, nach der geltenden DIN-Vorschrift mindestens 50 Körner. Durch die relativ geringe Körneranzahl sind Aussagen jedoch nur mit eingeschränkter Genauigkeit möglich. Schließlich ist als weiterer Nachteil anzusehen, dass die Form des Einzelkorns nicht durch einen, sondern durch zwei Kennwerte angegeben wird, so dass bei 50 Kornprüfungen 100 Einzeldaten auszuwerten sind. Für jedes Wertepaar wird dann der arithmetische Mittelwert gebildet und in das oben beschriebene Koordinatensystem mit den vorgegebenen Gütebereichen eingetragen.

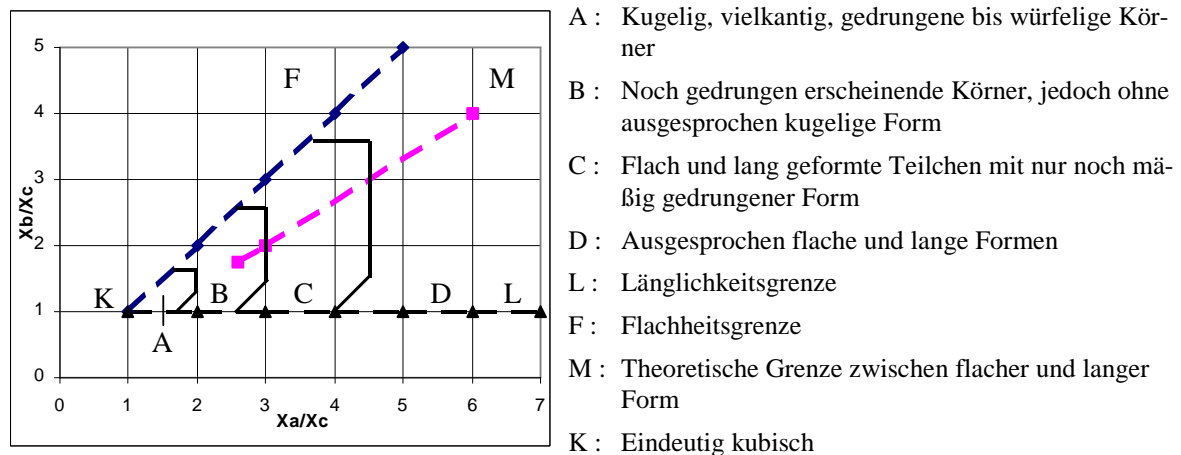


Abb. 4: Formendiagramm nach Walz

Ähnliche Teilchenformdefinitionen geben Otzen [86], Pös [94] und Schulze [119] an.

2.2.1.2 Formkennwerte aus Größen der Teilchenprojektion

Analog zu den Kennzahlen, die aus den Hauptabmessungen eines Teilchens abgeleitet werden können, lassen sich auch Quotienten bilden, die aus den statistischen Längen der Teilchenprojektion gewonnen werden. Für eine ausreichende Sicherheit sind dabei Wiederholmessungen durchzuführen, deren Anzahl mit zunehmender Breite der Korngrößen- und Kornformverteilung steigt. Nachfolgend werden einige ausgewählte Formkennwerte näher vorgestellt.

- Bestimmung der Kubizität

Ein Maß für die Kubizität ist der Quotient aus Martindurchmesser X_{Ma} und Feretdurchmesser X_{Fe} .

$$\Psi_{\text{Ma,Fe}} = \frac{X_{\text{Ma}}}{X_{\text{Fe}}} \quad (9)$$

Weitere Vorschläge für die Kennzeichnung der Kubizität findet man bei *Davies* [21], *Gebelein* [33] und *Heywood* [48].

- Bestimmung der Sphärizität

Wadell [137] gibt eine Definition für die Sphärizität in zweidimensionalen Messräumen an, s. Gl. (10).

$$\Psi'_{\text{Wa}} = \frac{X_{\text{p,s}}}{X_{\text{a,z}}} \quad (10)$$

$X_{\text{p,s}}$ - Durchmesser des projektionsflächengleichen Kreises bei stabiler Teilchenlage

X_{az} - Durchmesser eines Kreises, der die Teilchenprojektion umschließt

Eine ähnliche Definition wird von *Pentland* [89] angegeben, s. Gl.(11):

$$\Psi^2_{\text{p,a}} = \frac{X_{\text{p}}^2}{X_{\text{a}}^2} \quad (11)$$

X_{p} - Durchmesser des projektionsflächengleichen Kreises

X_{a} - größte Abmessung eines Teilchens oder einer Teilchenprojektion

Weitere Sphärizitätsdefinitionen sind bei *Tickell* [132] und *Riley* [99] zu finden.

- Bestimmung des Rundungsgrades

Der Begriff der Rundheit stammt aus der englischsprachigen Literatur (roundness) und wird vorwiegend in der Geologie angewendet. Dort ist die Rundheit eines Sedimentes ein Maß für die Abnutzung der Kanten des Teilchens und daher unter Berücksichtigung der Härte des Materials ein Maß für die Transportbedingungen, denen ein Teilchen unterworfen war. So zeigt sich z.B. bei Sanden, die über eine längere Entfernung bewegt wurden, eine größere Abnutzung der Kanten als bei solchen, die am Entstehungsort verblieben. Eigentlich ist die Rundheit eine dreidimensionale Eigenschaft eines Teilchens. Zu ihrer Bestimmung müsste jede Krümmung der Oberfläche herangezogen werden. Ein solches Verfahren wäre aber zu umfangreich. Aus diesem Grund werden bei allen Methoden nur Messungen an wenigen Stellen des Teilchens durchgeführt. Oft erfolgen diese Messungen an einer Querschnittsfläche oder einer Projektionsfläche, da diese Flächen am leichtesten zugänglich sind.

Szadeczky und *Kardoss* [131] entwickelten eine einfache Vorrichtung, mit der Querschnitte

von Kieseln ermittelbar sind. Am Umriss eines solchen Querschnitts werden die Anteile der Stücke mit konkaver und konvexer Krümmung (C bzw. V) und die der geraden Stücke P bestimmt. Diese Anteile werden in ein Rundheitsdiagramm gemäß Abb. 5 eingetragen. Der Punkt in diesem Diagramm macht eine Aussage über die Rundheit des Kiesel. Je näher dieser am Flächenschwerpunkt des gleichseitigen Dreiecks liegt, desto größer ist der Rundheitswert. Eine ähnliche Methode findet man bei *David* und *Nicholas* [19]. -

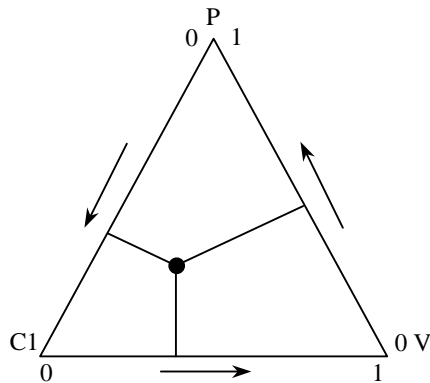


Abb. 5: Bestimmung des Rundungsgrades nach Szadeczky und Kardoss

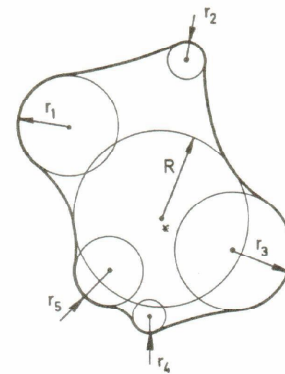


Abb. 6: Bestimmung der Rundheit nach der Definition von Wadell [139]

Neben dem Messverfahren von *Wentworth* [145], der mit Hilfe einer Lehre den Krümmungsradius der schärfsten Kante auf der Oberfläche eines Gerölls bestimmt, war es *Wadell* [139], der ein Konzept zur Trennung der Parameter “Rundheit“ und “Sphärizität“ lieferte und ein Messverfahren zur Bestimmung der Rundheit angibt. An alle konvexen Stellen N einer Kornprojektion werden Krümmungskreise r_i angepasst (s. Abb. 6). R ist der größte Innenkreis der Teilchenprojektion. Der Wert für die Rundheit p nach *Wadell* wird nach Gl. (12) berechnet.

$$p = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{r_i}{R}}{N} \quad (12)$$

Im Vergleich zur Methode von *Wentworth* hat dieses Verfahren den Vorteil, dass das Vorhandensein einer einzigen scharfen Kante nicht überbewertet wird. Die aufwendige Bestimmung aller dieser Krümmungsradien erleichtert *Robson* [102] durch Einführung einer Kreisradienschablone, welche die Messung auch unter dem Mikroskop möglich macht.

Swan [130] berücksichtigt dagegen nur die zwei Radien mit den größten Krümmungen. An Stelle der aufwendigen, manuell durchzuführenden Messungen wird auch der Vergleich der Partikelumrisse mit einem Standardsatz von Kornprojektionen durchgeführt, der nach *Wadell* [139], *Krumbein* [69] bzw. nach *Pettijohn* [91] bestimmt wurde. Dieses Verfahren gehört jedoch nicht zu den Messverfahren, da der Rundungsgrad geschätzt wird.

Nach einer maschinell durchzuführenden Methode arbeitet *Piper* [92], der die Häufigkeit der auftretenden Winkel zwischen zwei Punkten einer digitalisierten Partikelkontur als Anzahlsummenverteilung darstellt und den Rundungsgrad durch den Lageparameter der Verteilung beschreibt. Diese Methode hat den Vorteil, dass die Form der Verteilung eine zusätzliche Information über die Partikelgestalt liefert, wobei jedoch zu beachten ist, dass die Zahl der Randpunkte einen entscheidenden Einfluss auf das Messergebnis hat. Weitere Veröffentlichungen über die Rundheit sind bei *Krumbein, Pettijohn* [71] und *Schneiderhöhn* [113] zu finden.

2.2.1.3 Kennzahlen aus Volumen und Oberfläche

In diesem Abschnitt sollen die Methoden zur Teilchenformbeschreibung aufgeführt werden, die eine geometrische Größe des räumlichen Objektes, wie z. B. das Volumen oder die Oberfläche eines Teilchens zu anderen Größen des Teilchens in Beziehung setzen.

- Bestimmung der Sphärizität

Nach *Wadell* [139] spielt bei Sedimentationsvorgängen das Verhältnis von Oberfläche zum Volumen eines Teilchens eine Rolle. Daher wählt er als Formfaktor das von ihm als Sphärizität (sphericity) bezeichnete Verhältnis, s. Gl. (13).

$$\psi_{\text{Wa}} = \left(\frac{x_v}{x_s} \right)^2 < 1 \quad (13)$$

x_v - Durchmesser der volumengleichen Kugel

x_s - Durchmesser der oberflächengleichen Kugel

Wadell macht keine Angaben über die praktische Bestimmung dieses Formfaktors. Da die Ermittlung der Oberfläche schwierig ist, haben die nachfolgende Autoren Vorschläge gemacht, die Wadellsche Sphärizität näherungsweise zu bestimmen.

Heywood [46] versucht durch Eintauchen der Teilchen in flüssiges Wachs (unter definierten Bedingungen) die Teilchenoberfläche zu bestimmen, s. Gl. (14). Das Ergebnis wird anschließend mit dem Projektionsumfang des Teilchen verglichen (Sphärizität nach *Heywood*- ψ_{He}).

Zwischen der Sphärizität nach Wadell ψ_{Wa} und der nach Heywood ψ_{He} besteht die Beziehung:

$$\psi_{\text{He}} = 6 * \frac{1}{\psi_{\text{Wa}}} * \psi_{\text{ps,v}} \quad (14)$$

$\psi_{ps,v}$ - empirisch zu bestimmendes Oberflächenverhältnis

Rose [103] kritisiert dieses Verfahren, da der Formfaktor von der Orientierung der Teilchen abhängt.

In weiteren Arbeiten versucht *Heywood* [47 bis 51] diese Mängel durch eine andere Vorgehensweise zu beseitigen. Er misst das Länglichkeitsverhältnis $\psi_{a,b} = X_a/X_b$, das Plattigkeitsverhältnis $\psi_{b,c} = X_b/X_c$, das Flächenverhältnis $\alpha = \text{Projektionsfläche}/(X_a * X_b)$ und das sogenannte Prismenverhältnis $\beta = \text{Teilchenvolumen}/(\text{Projektionsfläche} * X_c)$ am Einzelteilchen und berechnet daraus den Oberflächenfaktor ψ_s und den Volumenfaktor ψ_v .

Für geometrisch definierte Körper mit $1 \leq \psi_{a,b} \leq 3$ und $1 \leq \psi_{b,c} \leq 3$ berechnet er diese Faktoren mit Hilfe der empirischen Gleichungen (15) und (16), wobei s , r und k Koeffizienten sind, deren Größen von der Partikelform abhängen (s. Tabelle 3).

$$\psi_s = 1,57 * \left(1 + \frac{r}{\psi_{b,c}^s * \frac{\psi_{a,b} + 1}{\psi_{a,b}}} \right) \quad (15)$$

$$\psi_v = \frac{k}{\psi_{b,c} * \psi_{a,b}^{\frac{1}{2}}} \quad (16)$$

Tabelle 3: Koeffizienten für s , r und k [51]

	s	r	k
Quader	1,00	1,00	0,696
Tetraeder	1,46	1,645	0,328
Ellipsoid	1,46	0,5	0,524

Auf analoge Weise berechnet er die Faktoren ψ_s und ψ_v für Realpartikel und versucht mit Hilfe dieser Teilchen seine Sphärizität an die von Wadell anzupassen, s. Gl. (14). Dabei berechnet er das tatsächliche Teilchenvolumen x_{vt} aus dem Teilchengewicht und der -dichte.

Bond [11] definiert folgenden Formfaktor:

$$\psi_{Bo} = \frac{x_{vt}}{x_{ve}} \quad (17)$$

x_{vt} - tatsächliches Teilchenvolumen

x_{ve} - Volumen des Ellipsoiden mit denselben Hauptabmessungen (a, b, c) wie das Realteilchen.

Matouschek [78] definiert

$$\Psi_{Ma} = \frac{x_{vt}}{x_{p,s}}, \quad (18)$$

wobei $x_{p,s}$ der Durchmesser des projektionsflächengleichen Kreises bei stabiler Teilchenlage ist. Diesen erhält *Matouschek* durch Ausplanimetrieren von Teilchenbildern. *Beirne* und *Hutcheon* [9] verwenden letztlich den gleichen Formfaktor für Kohlenstaubuntersuchungen und beweisen die Abhängigkeit des Formfaktors von der Korngröße.

Die Berechnung der Kornoberfläche oder des -volumens kann noch mit Methoden der Stereologie [108; 129; 143] erfolgen. Das Anliegen der Stereologie besteht darin, aus Messungen in der Schnittebene durch einen Probekörper räumliche Parameter zur Struktur des Probematerials mathematisch abzuleiten. Die genannten Größen können durch Punkt-, Linien- oder Flächenmessungen gewonnen werden. Die Stereologie beschreibt die Zusammenhänge dieser einzelnen Gefügekennwerte.

Angaben für ein anderes Verfahren, das die dreidimensionale Partikelgeometrie aus der Untersuchung von zweidimensionalen Projektionsflächen extrapoliert, werden von *Medalia* [81] und *Huller* [59] gemacht. Weitere Definitionen zur Sphärizität sind in [10; 24; 72; 69; 75; 136] zu finden.

2.2.2 Dynamische Formfaktoren

Die dynamischen Formfaktoren lassen sich dort anwenden, wo es um Fragen der Kornbewegung (z.B. Stromklassierung, Sedimentation) sowie der Packungsstruktur (Schüttdichte, Porosität) geht. Durch eine Approximation wird das betrachtete Realteilchen in ein Modellteilchen (z.B. Kugel oder Ellipsoid) umgewandelt, dessen Hauptträgheitsmomente gleich denen des Realteilchen sind. So wird erreicht, dass sich Real- und Modellteilchen hinsichtlich ihres Bewegungsverhaltens unter gleichen äußeren Bedingungen entsprechen. Im folgenden werden einige Dispersitätsgrößen, die zum Berechnen der dynamischen Formfaktoren angewendet werden, näher erläutert.

- hydrodynamischer Äquivalentdurchmesser X_D

Das ist der Durchmesser einer Kugel gleichen Widerstands bei gleicher Anströmgeschwindigkeit und gleichem Strömungsmedium wie bei dem Realteilchen, s. *Hawksley* [39].

$$X_D = \left(\frac{8 * W}{\pi * \rho_F * u^2 * c_w} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

Der Durchmesser der Kugel gleicher Sinkgeschwindigkeit (bei gleicher Dichte) X_u ist

$$X_u = \frac{X_v^3}{X_p^2} * \frac{c_{D,Kugel}}{c_{D,Teilchen}} \quad (20)$$

mit:

c_w - Widerstandsbeiwert

ρ_F - Dichte des Fluids

u - relative Geschwindigkeit zwischen Teilchen und Fluid

W - Widerstandskraft

X_v - Durchmesser der volumengleichen Kugel

X_p - Durchmesser des projektionsflächengleichen Kreises.

Eine Gegenüberstellung von dynamischen Dispersitätsgrößen ist bei *Hawksley* [39] zu finden.

- **Formkennwerte aus dynamischen Dispersitätsgrößen**

Pettijohn und *Christiansen* [90] bilden folgenden Koeffizienten, s. Gl. (21):

$$\psi_{P-C} = \frac{u_t}{u_{t,k}} \quad (21)$$

u_t - Sinkgeschwindigkeit eines unregelmäßig geformten Teilchens

$u_{t,k}$ - Sinkgeschwindigkeit der volumengleichen Kugel

Einen ähnlichen Formfaktor schlagen *Mc Nown* und *Malaika* [79] vor. Der Unterschied liegt darin, dass als Modellkörper nicht volumengleiche Kugeln sondern Ellipsoide verwendet werden. Weitere dynamische Formfaktoren findet man in [14; 16; 21; 28; 32; 39; 47; 70; 76; 90; 95; 96; 107; 111; 118; 122; 138].

2.3 **Formbeschreibung mit Hilfe von mathematischen Formfunktionen**

Bis zum Ende der sechziger und Anfang der siebziger Jahre wurde die Partikelform ausschließlich mit Formfaktoren beschrieben. Zur Formbeschreibung eines Kornes ist in vielen Anwendungsfällen eine punktgenaue Beschreibung der Randkontur eines unregelmäßig geformten Partikels notwendig, was aber durch Formfaktoren oft nicht realisiert werden kann.

Der erste wesentliche Gedanke bei der Formanalyse ist die Annahme, dass die Form, die ein dreidimensionaler Aspekt des Objekts ist, sich annähernd zweidimensional beschreiben lässt

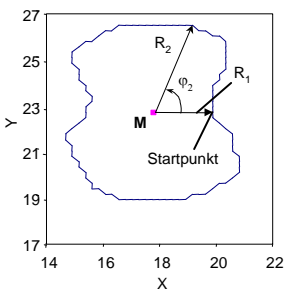
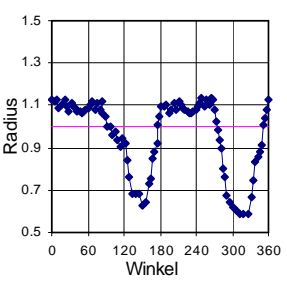
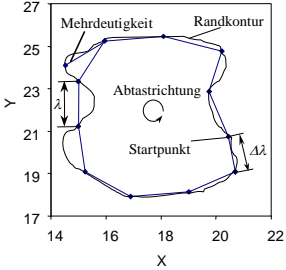
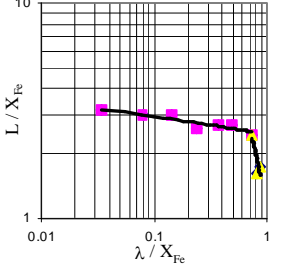
Wadell [137]. Partikelkonturen sind also zweidimensionale, einfach geschlossene Kurvenzüge, die zunächst in eine einem periodisch fortgesetztem Signal entsprechende Darstellung gebracht werden müssen. Von einer Konturlinie lassen sich dann mit Hilfe verschiedene Orthogonalreihen (wie z.B. Fourieranalyse) unterschiedliche periodische Merkmale angeben.

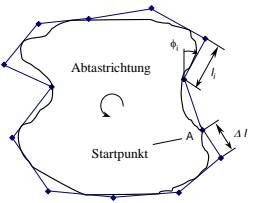
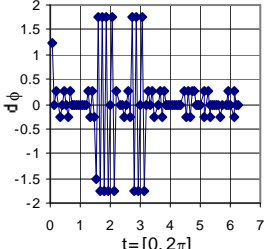
Die prinzipielle Idee der Kurvenzüge und deren Analyse mit Hilfe der Fourieranalyse stammt aus dem Bereich der Signalverarbeitung. Eine Fourierreihe, die bei hohen Frequenzen noch genügend große Amplituden aufweist, stellt eine Funktion dar, die stärker „schwingt“ als andere. Der Übergang von dieser „Schwingung“ zu einer Funktion zur Rauigkeit und damit zur Form der Konturlinie eines Partikels liegt also sehr nahe. Was man zunächst benötigt, ist eine Funktion, die die Umrisslinie der Partikel und die darin enthaltene Forminformation wiedergibt. Bei den in der Literatur beschriebenen Verfahren von Huller [59] und Friedrich [31] lassen sich die dort verwendeten Methoden auf folgende unterschiedliche Darstellungen der Kontur zurückführen:

- Darstellung der Kontur in Polarkoordinaten (Radius- Winkel- Funktion),
- Anstieg des Partikelumfangs bei Abtastung mit verschiedenen Sehnenlängen (Fraktale Dimension)
- Angabe von Tangentenwinkel über der Bogenlänge der Kontur (Tangenten- Winkel- Funktion)

Ein Übersicht der beschriebene Methoden ist in Tabelle 4 dargestellt:

Tabelle 4: Systematisierung der Methoden für die Formbeschreibung mit Hilfe von Formfunktionen

Abtastfunktion	Variablen	Abtastmethodik für die Formbeschreibung	Ergebnis nach dem Abtastung	Analytische Funktion und Literaturquelle
Radius-Winkel-Funktion	Radius R, Abtastwinkel φ			Fourierreihe [120; 4; 59] Hadamart [146] Radamacher [36] Walsh [3]
Sehnen-Winkel-Funktion	Sehnenlänge λ , Umfangslänge L, Normierparameter X_{Fe}			Fraktale Dimension $L(\lambda) = \eta * \lambda^{1-D}$ Kaye [61] Scarlett [109].

Tangenten-Winkel-Funktion	Tangentenlänge l Partikelumfang L ($0 \leq l \leq L$) Tangentenwinkel ϕ			Fourierreihe <i>Fong</i> [29]
---------------------------	---	---	--	----------------------------------

Im folgenden wird ein geschichtlicher Überblick, sowie eine nähere Erläuterung und Bewertung der obengenannte Abtastfunktionen gegeben.

2.3.1 Radius- Winkel- Funktion

Mit Hilfe dieser Funktion wird die Partikelkontur durch vorgegebene Winkel ϕ und die dazugehörigen Radien $R(\phi)$ abgetastet. Der Vorteil dieser Darstellung ist, die sich automatisch ergebende 2π -Periodizität, die z.B. Voraussetzung für die Fourieranalyse über die Fourierreihenentwicklung ist. Die Radius- Winkel- Funktion wurde zuerst von *Szwarcz* und *Shane* [120] zur Partikelkornformbeschreibung untersucht und angewendet. Vermutlich unabhängig von beiden Autoren (vgl. die Einreichungsdaten der Manuskripte) veröffentlichten *Ehrlich* und *Weinberg* [27] in einer anderen geologischen Zeitschrift eine ähnliche Methode. In beiden Veröffentlichungen berechnet man den Abstand R der Konturpunkte von einem Punkt im Innern der Kontur, z.B. den Mittelpunkt des kleinsten, die Kontur des umschreibenden Kreises (*Szwarcz* und *Shane*) oder den Flächenschwerpunkt M (*Ehrlich* und *Weinberg*), als Funktion des Abtastwinkels ϕ . Für einen korrekten Abtastverlauf muss man eine Abtastrichtung und den Startpunkt A vorgeben (s. Abb. 7).

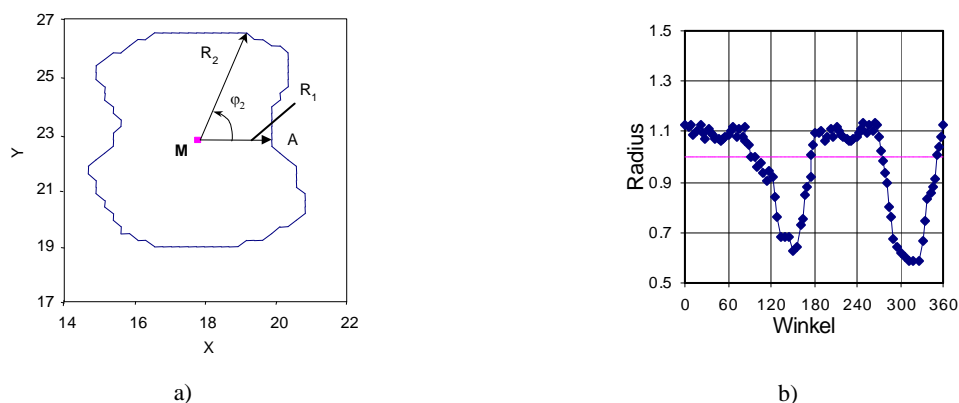


Abb. 7: Berechnung der Radius- Winkel- Funktion

Um von der Partikelgröße unabhängig zu werden, normieren die Autoren die Radien R_i auf den arithmetisch gemittelten Radius R_0 . Die Funktion $R(\phi)$ besitzt die Periode 2π und ist in

Abb. 7b dargestellt. Dabei wird allerdings vorausgesetzt, dass die Teilchenkontur bezüglich des Flächenschwerpunktes Sternförmigkeit besitzt, d.h. dass für jeden Randpunkt des Teilchens die gesamte Strecke vom Schwerpunkt zum Teilchenrand innerhalb der Figur liegt. Hat man die Teilchenkontur mit sternförmige Eigenschaften durch eine Funktion beschrieben, so kann diese durch eine analytische Funktion (z.B. Fourierreihe) mit der nachstehenden polaren Form angenähert werden (s. Gl. (22)). Je größer die Anzahl der berechneten Fourierkoeffizienten ist, um so genauer wird die Teilchenkonturfunktion approximiert.

$$R(\varphi) = R_0 + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \cos(n\varphi + \alpha_n) \quad (22)$$

Dabei bedeuten:

R_0 - Radius des flächengleichen Kreises,

α_n - Phasenverschiebung,

A - Fourierkoeffizienten,

n - Nummer des Berechnungsschrittes,

φ - Abtastwinkel.

Um Aussagen hinsichtlich der Makrogestalt eines Teilchens treffen zu können, genügt es, die Koeffizienten niedriger Ordnung zu betrachten. Für Aussagen zur Meso- oder Mikrogestalt der Teilchenkontur sind jedoch zunehmend die Koeffizienten höherer Ordnung zu analysieren (Huller [59]). Falls die Teilchenkontur keine Sternförmigkeit besitzt, ist die Abtastfunktion nicht eindeutig definiert. Das ist ein großer Nachteil dieses Verfahrens, die zu Einschränkungen bei komplizierten Teilchenkonturen führt.

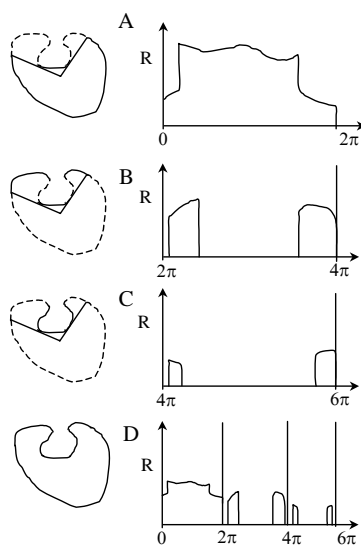


Abb. 8: Rand- Segment Methode [4]

Um die Problematik der Mehrdeutigkeit bei Anwendung der Radius- Winkel- Funktion zu umgehen, stellt *Beddow* [4] die sogenannte Rand-Segment-Methode von David W. Leukers (s. Abb. 8) vor. Dabei wird die Partikelkontur mehrfach abgetastet. Die Anzahl der Abtastungen hängt von den Anzahl der Mehrdeutigkeitsstellen ab (Konkav/Konvex- Übergänge). Am Ende wurden alle Diagramme zusammengestellt und mit Hilfe der Fourierreihe analysiert. Nach

seinen Angaben ist dazu aber ein sehr großer Rechenaufwand zu betreiben.

2.3.2 Sehnen- Winkel- Funktion (Fraktale Dimension)

Der Effekt, dass die gemessene Umfangslänge einer Kontur mit der Zahl der Randpunkte zusammenhängt, lässt sich zur Berechnung eines Formparameters gezielt nutzen. Die dazu angewandte Methode geht auf *Richardson* [97] zurück. Er nutzt dieses Verfahren zur Bestimmung von Küstenlängen verschiedener Länder. Er baute dazu einen Polygonzug mit gleicher Seitenlänge λ auf und stellte dabei fest, dass die gemessene Küstenlänge L_s sich bei Vergrößerung der Seitenlänge λ des Polygons verringert, s. Abb. 9. Der daraus abgeleitete empirische Zusammenhang lautet:

$$L_s(\lambda) = \eta * \lambda^{1-D} \quad (23)$$

In Gleichung (23) sind η und D positive Konstanten, die die Unregelmäßigkeit der Kontur charakterisieren. D nimmt für Konturen Werte zwischen 1 und 2 an und zwar ist D umso größer, je unregelmäßiger das Profil ist. Diese Idee war Grundlage für die Entwicklung einer allgemeinen mathematischen Theorie der nicht-ganzzahligen Dimensionen. Von *Kaye* [61] wurde diese Methode erstmals zur Partikelformbeschreibung angewendet. Das Prinzip entspricht der

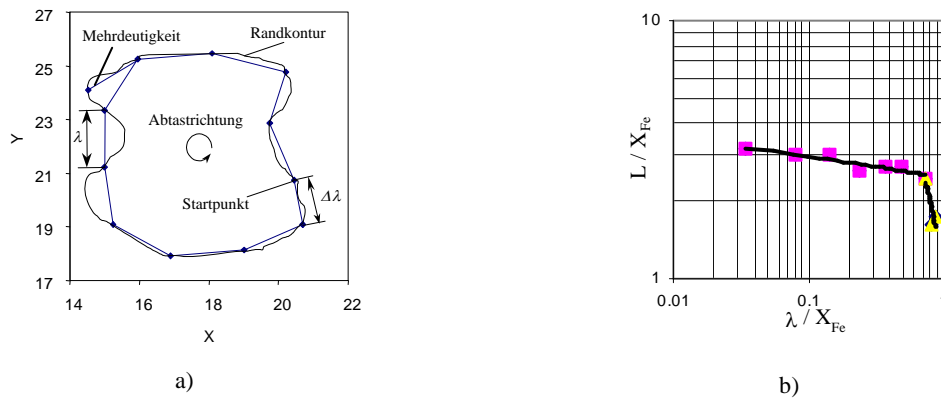


Abb. 9: Berechnung der Fraktalen Dimension eines Teilchens

Vorgehensweise gemäß Abb. 9. Dabei wird das Teilchen von einem Startpunkt A aus mit einer bestimmten Sehnenlänge λ abgetastet, woraus man einen Polygonzug der Gesamtlänge L nach Gl. (24) erhält.

$$L_s = \Delta\lambda + \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (24)$$

Für die weitere Auswertung ist es üblich, λ und L_s auf den Feret-Durchmesser X_{Fe} zu normie-

ren, um somit eine Beschreibung unabhängig von der Korngröße zu erhalten. Je kürzer die Sehnenlänge λ des Polygonzuges gewählt wird, desto genauer wird die tatsächliche Länge des Teilchenumfangs L wiedergegeben, d.h. die Länge des Polygonzuges steigt an. Der Anstieg der Abhängigkeit des normierte Teilchenumfangs L_s/X_{Fe} von der normierte Sehnenlänge λ/X_{Fe} wird als fraktale Dimension bezeichnet (s. Abb. 9, rechts). Je größer dieser Anstieg ist, desto rauher ist die Teilchenkontur. Einschränkend ist festzustellen, dass die Methode der fraktalen Dimension bei komplizierten Teilchenkonturen (z.B. starke konkav/konvex- Übergänge) zur Mehrdeutigkeit der Formcharakterisierung führt (s. Abb. 9, links). Falls λ nicht wesentlich kleiner als L_s ist, hängt $L_s(\lambda)$ zusätzlich von der Wahl des Startpunktes ab (*Scarlett [109]*). Wegen des iterativen Charakters der Umfangslängenbestimmung erfordert diese Meßmethode einen hohen Rechenaufwand. Als weiterer Nachteil ist die geringe Empfindlichkeit für Formänderungen zu erwähnen.

2.3.3 Tangenten- Winkel- Funktion

Die Anwendung der Tangenten- Winkel- Funktion wurde erst mal von *Fong [29]* vorgeschlagen, um den Nachteil der Radius- Winkel- Funktion zu vermeiden. Für die Formbeschreibung wird zu einer fest vorgegebene Tangentenlänge l der dazugehörige Winkel ϕ bestimmt. Die Konturlänge L wird gemäß Gl. (25) ermittelt.

$$L = \Delta l + \sum_{i=1}^n l_i \quad (25)$$

Mit Hilfe der Auswertebeziehung von Gl. (26) wird der Tangentenwinkel ϕ über der normierte Konturlänge t aufgetragen (s. Abb. 10, rechts). Die Normierung nach Gl. (27) dient dazu, dass aufgebaute Diagramm unabhängig von der Partikelgröße zu machen.

$$\phi(t) = \phi(t) + t \quad (26)$$

wobei

$$t = \left(\frac{l}{L} \right) * 2\pi \quad (27)$$

mit $0 \leq t \leq 2\pi$ und $0 \leq l \leq L$.

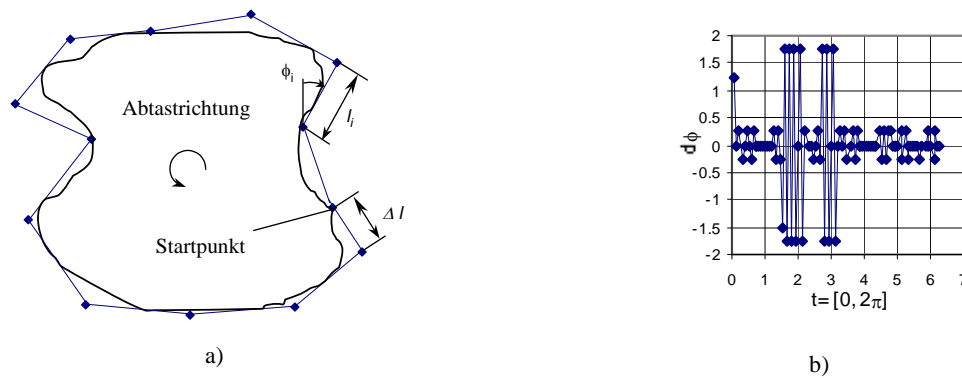


Abb. 10: Tangenten- Winkel- Funktion

Die Weiterberechnung erfolgt analog der bereits vorgestellten Radius- Winkel- Funktion, nämlich mit der Fourieranalyse. Wie aber die Abb. 7 und Abb. 10 zeigen, unterscheiden sich die beiden Ausgangsfunktionen stark. Das bedeutet, dass eine Formbeschreibung auf Grundlage beider Darstellungen nicht vergleichbar ist. Mit dieser Darstellung traten aber sofort zwei Schwierigkeiten auf.

Wie die Theorie der Fourieranalyse zeigt, lässt sich aus den einmal bestimmten Koeffizienten auch wieder eine Rekonstruktion der Partikelkontur gewinnen (*Beddow [7], Cosgriff [17]*). Sie führt aber in diesem Fall nicht immer zu einer eindeutigen Wiedergabe der Ausgangsfunktion, da die Tangentensteigungen die Kontur nur differentiell beschreiben. Die Konturen weisen nach einer Rekonstruktion Lücken auf [6]. Die zweite Schwierigkeit besteht in der willkürlichen Wahl des Startpunktes und dem großen Rechenaufwand.

2.4 Bewertung der Methoden für Kornformbeschreibung und Konkretisierung der Aufgabenstellung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde der wissenschaftlich- technische Stand der Kornformbeschreibung ausführlich dargestellt. Nachfolgend sollen die bekannten Methoden bezüglich ihrer Möglichkeiten hinsichtlich

- einer Quantifizierung der Formbeschreibung für die verschiedenen Gestaltsbereiche,
 - ihrer geometrischen Fähigkeiten für die Teilchenkonturabtastung sowie ihrer analytischen Fähigkeiten zur Teilchenkonturanalyse (z.B. statistische Merkmale, Rechenaufwand etc.)
- näher bewertet werden.

Daran anschließend sind die notwendigen Rückschlüsse zur Weiterbearbeitung der Thematik zu ziehen.

2.4.1 Bewertung der Formbeschreibungsmethoden

Aus der Analyse der Fachliteratur ergeben sich nachfolgende Aussagen zur Anwendung der bekannten Methoden zur Kornformcharakterisierung in der Steine- Erden- Industrie:

- Verbale Kornformbeschreibung

Die visuelle Betrachtung und verbale Beschreibung eines Kornes ist für die Steine-Erden-Industrie nur begrenzt anwendbar (z.B. Abschätzung der Bruchflächigkeit eines Korngemisches nach EN 933 Teil 5 [85]). Die Ergebnisse sind stark subjektiv (s. Anlage A- 1), zeitaufwendig und fehlerbehaftet. Eine automatische und quantitative Kornformbeschreibung ist nicht möglich.

- Quantifizierung mit Hilfe von Kornformkennzahlen (Formfaktoren).

Im Bereich der Steine-Erden-Branche ist die Einschätzung der Kubizität (Kornformkennzahl) nach EN 933 Teil 4 [84] unter Benutzung eines Kornform- Messschiebers mit festgelegtem Messverhältnis vorgeschrieben. Mit Hilfe dieser Methode kann jedoch nur eine Quantifizierung in zwei Kornformklassen (kubisch, länglich) vorgenommen werden. Durch Anwendung von Kornform- Messschiebern mit unterschiedlichen Messverhältnissen (1:2,5; 1:3; 1:4) kann ein Korngemisch in mehr als zwei Formenklassen aufgeteilt werden. Auch diese Methode ist mit subjektiven Fehlern behaftet und mit einem hohen Zeitaufwand verbunden. Durch Anwendung photooptischer Bildaufnahmeverfahren (z.B. Scan- oder Matrixprinzip) können aus den Projektionsflächen freifallender Partikel verschiedene Kornformfaktoren (z.B. Verhältnis FERET- Durchmesser/ maximale Sehne, Sphärizität) und deren Verteilungen automatisch und mit hoher Genauigkeit ermittelt werden. Mit Hilfe solcher Kornformkennzahlen ist in der Regel eine Quantifizierung der Partikelform zur Charakterisierung der Makro- und Mesogestalt möglich. Vielfach ist dazu die Ermittlung mehrerer Kornformfaktoren notwendig. Für die Beschreibung der Mikrogestalt sind gegenwärtig keine geeigneten Formfaktoren bekannt.

- Kornformbeschreibung mit Formfunktionen

Eine umfassende quantitative Beschreibung der Partikelgestalt kann nur mit Hilfe von Formbeschreibungsfunktionen erfolgen. Dazu sind in der Regel zwei Teilfunktionen zu realisieren:

- Abtastfunktion zur Ermittlung der Randkontur eines Teilchen.
- Mathematische Bearbeitungsfunktion, die die Randkontur eines Partikels mathematisch analysiert und Lösungskoeffizienten bereitstellt, die Träger von Forminformationen sind.

Im linken Teil der Anlage A- 2 sollen daher die geometrischen Fähigkeiten der 3 bekannten Formbeschreibungsmethoden für die Teilchenkonturabtastung bewertet werden. Dabei spielen nachfolgende geometrische Fähigkeiten eine wichtige Rolle:

- Startpunktproblematik: Die Wahl des Startpunktes auf der Teilchenkonturkurve beeinflusst nicht nur den Abtastprozess, sondern auch die mathematische Analyse des Randkonturverlaufes. Bei Anwendung der Radius- bzw. Tangenten- Winkel- Funktion ist die Definition des Startpunktes unbedingt notwendig. Bei der Sehnen- Winkel- Funktion kann die Abtastung an einem beliebigen Startpunkt beginnen.
- Komplexität des Konturabtastprinzips (zur Abtastung der Partikelkontur können unterschiedliche Abtastroutinen zur Ermittlung der Randpunktkoordinaten verwendet werden).
- Abtastproblematik bei Konkav/Konvex- Übergängen (Konkav / Konvex- Übergänge der Teilchenrandkontur können mit Einschränkungen nur mit der Tangenten- Winkel- Funktion beschrieben werden).

Neben den geometrischen Fähigkeiten sind im weiteren die analytischen Fähigkeiten der mathematischen Formbeschreibungsverfahren zu bewerten, die eine Einschätzung der Möglichkeiten zur Konturanalyse und -rückbildung erlauben.

- Mathematische Analyse der Teilchenrandkontur:

Nach geometrischer Ermittlung der Randkontur eines Partikels ist nachfolgend eine weiterführende mathematische Auswertung zur Ermittlung von teilchenformrelevanten Kennwerten notwendig. Für die Radius-Winkel- und Tangenten-Winkel-Funktion erfolgt dies mit Hilfe verschiedener analytischer Transformationen (z.B. nach Fourier, Rademacher oder Walsh). Lediglich bei Anwendung der Sehnen-Winkel-Funktion wird der Anstieg des normierten Teilchenumfanges in Abhängigkeit von der normierten Sehnenlänge (Fraktale Dimension) als Maß für die Kennzeichnung von Kornformänderungen verwendet.

- Normierungsvarianten

Die mit den mathematischen Formbeschreibungsverfahren ermittelten Ergebnisse sollen nach Möglichkeit korngrößenunabhängig sein. Dazu existieren methodenabhängig verschiedene Normierungsmöglichkeiten (s. Anlage A- 2).

- Auswertung der Forminformationen

Im Ergebnis der mathematischen Analyse der Randkontur erhält man z.B. Fourierkoeffizienten, die Träger von Forminformationen sind. Zur Beschreibung unterschiedlicher Gestalts-

merkmale können einzelne Fourierkoeffizienten, Teilsummen von Koeffizienten, Gesamtsumme aller Fourierkoeffizienten oder die geschlossene Formfunktion eines Partikels verwendet werden.

- Konturrückbildung

Hierbei wird die Möglichkeit der Rückbildung der Teilchenkontur, insbesondere bei den Konkav/Konvex- Übergängen der Randkontur, eingeschätzt.

Abschließend erfolgt gemäß Anlage A- 3 eine Methodencharakterisierung bezüglich ausgewählter statistischer Maßzahlen (z.B. Nachweisempfindlichkeit für Kornformänderungen , Reproduzierbarkeit bei Wiederholmessungen, Messgenauigkeit), Rechenaufwand und Anwendungsrelevanz.

Prinzipiell kann eingeschätzt werden, dass die bekannten Formfunktionen zur Beschreibung der Teilchenform vor allem zur Charakterisierung der Makro- und Mesogestalt eingesetzt werden können. Ergebnisse zur Quantifizierung der Mikrogestalt (z.B. Rauigkeit, Bruchflächigkeit) sind bisher nicht bekannt.

Darüber hinaus weisen die Formbeschreibungsfunktionen eine Reihe weiterer Unzulänglichkeiten auf, die ihren Einsatz für die praktische Kornformcharakterisierung beschränken. Dies sind insbesondere:

- Startpunktproblematik für die Konturabtastung.
- Kompliziertheit der Konturabtastungslogistik.
- Mehrdeutigkeit der Ergebnisse bei der Formbeschreibung von Teilchenkonturen mit Konkav/ Konvex- Übergängen (z.B. Radius- Winkel- Funktion).
- Geringe Nachweisempfindlichkeit für Kornformänderungen (z.B. Sehnen- Winkel- Funktion).
- Große Streuung der Messergebnisse und schlechte Reproduzierbarkeit.
- Eingeschränkte Möglichkeit der Rückbildung der Teilchenkontur (z.B. Tangenten- Winkel- Funktion und Fraktale Dimension).

2.4.2 Konkretisierung der Aufgabenstellung für die Weiterentwicklung der quantitativen Formbeschreibung

Die Analyse des wissenschaftlich-technischen Standes führte zu dem Ergebnis, dass die bekannten Kornformbeschreibungsmethoden für die Anwendung mit der modernen digitalen Aufnahmetechnik zum Teil nicht geeignet sind bzw. nicht untersucht wurden.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist daher die Entwicklung einer neuen Kornformbeschreibungsmethodik unter Einbeziehung der modernen digitalen Aufnahmetechnik. Die neue Methodik soll die Anforderungen der Steine-Erden-Industrie berücksichtigen. Das heißt, dass neben einer Kornformcharakterisierung der Makro- (Kubizität) und Mesogestalt (Sphärizität) auch eine Beschreibung der Mikrogestalt (Rauigkeit, Bruchflächigkeit) zu realisieren ist. Aus der Bewertung des wissenschaftlich-technischen Standes ergeben sich nachfolgende Schwerpunkte, die für die Weiterentwicklung der quantitativen Formcharakterisierung mit Hilfe der digitalen Aufnahmetechnik zu bearbeiten sind:

Bildaufnahme:

Wichtige Voraussetzung für eine quantitative Kornformbewertung ist die Aufnahme korrekter Projektionsbilder. Aus diesem Grund soll die zur Verfügung stehende Bildaufnahmetechnik (Zeilenkamera) im Hinblick auf eine Reduzierung der systematischen und zufälligen Aufnahmefehler näher untersucht werden. Dabei sind folgende theoretische und experimentelle Untersuchungen durchzuführen:

- Entwicklung eines theoretischen Modells zur Minimierung der systematischen Fehler bei Aufnahmen von frei fallenden Partikeln mit einer Zeilenkamera.

Dieses Modell soll einen Zusammenhang zwischen den physikalischen Fallparametern des Partikels und den hardwaremässigen Kameraparametern finden. Zur Untersuchung dieses Modells sind Berechnungen für die Ermittlung der physikalischen Fallparameter (z.B. Fallzeit, Fallgeschwindigkeit und Fallbeschleunigung von der Abwurfkante der Dosierrinne bis zum Eintritt in die Kameramessebene) als Funktion des Äquivalentdurchmessers $d_{\text{äq}}$, der Partikeldichte ρ_p und der Fallhöhe der Partikel durchzuführen. Auf der Basis der ermittelten physikalischen Fallparameter und der vorgegebenen Kameraeinstellungen soll eine Optimierung durch Ermittlung der optimalen Fallhöhe des Partikels von der Abwurfkante der Dosierrinne bis zum Eintritt in die Kameramessebene erfolgen. Eine Untersuchung des Einflusses der Partikelfallbeschleunigung nach dem Eintritt in die Kameramessebene und während der Partikelaufnahme soll ebenfalls durchgeführt werden.

- Experimentelle Untersuchungen zur Überprüfung der theoretischen Betrachtungen.

Durch messtechnische Ermittlung der aufnahmerelevanten Parameter von Kugeln mit unterschiedlichen Äquivalentdurchmessern $d_{\text{äq}}$ und Partikeldichten ρ_p , aufgenommen bei variablen Fallhöhen, soll das theoretische Modell für eine korrekte Bildaufnahme nachgewiesen wer-

den. Der zufällige Aufnahmefehler soll durch eine messtechnische Ermittlung der Reproduzierbarkeit des Messprinzips quantifiziert werden.

- Anwendungsgrenzen der digitalen Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Kornformcharakterisierung

Zu untersuchen ist der Einfluss der Pixelform und -größe auf das Projektionsbild eines Teilchens. Durch theoretisch begründete Betrachtungen sollen die Mindestanforderungen bezüglich Pixelanzahl und Pixelgröße für die Korngrößen- bzw. Kornformcharakterisierung in den unterschiedlichen Gestaltsbereichen definiert werden.

Bildbearbeitung

Nach Durchführung einer „korrekten“ Bildaufnahme müssen die Erfordernisse der Bildbearbeitung näher betrachtet werden. Es soll eine neue Methode für die Kornformcharakterisierung im Bereich der Steine-Erden-Industrie entwickelt werden. Dabei sind digitale Partikelprojektionsbilder zu verwenden. Folgende wichtige Punkte sind zu bearbeiten:

- Festlegung der Partikelrandkontur bzw. -koordinaten als Informationsträger für die weiteren Schritte der Kornformcharakterisierung.

Für die Partikelformbeschreibung ist die Partikelrandkontur von besonderem Interesse. Dazu soll eine Bewertung der Möglichkeiten zur Unterscheidung der abgedeckten Projektionspixel in die Kategorien „Randpixel“ und „Flächenpixel“ durch eine Flächenerosion durchgeführt werden. Als nächstes wird ein einfacher und schneller Algorithmus entwickelt, der auch komplizierte Formen von Randkonturen bzw. Randpixeln in einer definierten Reihenfolge abtastet und die dabei ermittelten X,Y - Koordinaten festlegt.

- Ermittlung wichtiger charakteristischer Parameter eines Partikels

Für die Berechnung von Partikelparametern, wie z.B. Umfang, Sphärizität und X_a/X_b -Verhältnis soll ein Abfrageprinzip entwickelt werden, das die genaue Position von jedem Randpixel zu seinem Nachbarpixel (horizontal, vertikal, diagonal) ermitteln kann. Danach sollen die Routinen für die Umfangsberechnung unter Beachtung der Nachbarschaftsverhältnisse in der Partikelrandkontur bewertet und ausgewählt werden.

- Einfluss der Partikelabbildungslage bei der Berechnung von Umfang und Sphärizität eines Partikels.

Durch eine Modelluntersuchung (vorgegebene Kameraauflösung bzw. Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und X_a/X_b -Verhältnis des Partikels) soll die Auswirkung der Abbildungslage auf die

Nachbarschaftsverteilung der Randpixel, die Berechnung des Partikelumfangs und die Sphärizität quantifiziert werden. Anschließend wird die Partikelauswerteposition festgelegt.

- Überführung der ermittelten Randkonturinformation (X,Y-Koordinaten) in eine mathematisch auswertbare Form.

Nach Ermittlung der X,Y-Koordinaten und Festlegung der Partikelauswertelage sollen diese in eine mathematisch auswertbare Form überführt werden, um gegenüber herkömmlichen Formbeschreibungsmethoden verbesserte charakteristische Merkmale zu generieren.

Bildauswertung

- Auswahl einer analytischen Transformation zur Ermittlung von Lösungskoeffizienten für die Kornformcharakterisierung.

Nach einer Literaturrecherche wird die geeignetste Formtransformation ausgehend von den bekannten Methoden der quantitativen Kornformbeschreibung angewendet. Die erhaltenen Ergebnisse aus der Formtransformation werden danach als universelle Informationsträger für die Kornformcharakterisierung im Makro-, Meso-, und Mikrogestaltsbereich betrachtet.

- Datenauswertung

Die Datenauswertung beinhaltet Untersuchungen zur Korrelation zwischen diesen Informationsträgern und den ausgewählten Kornformfaktoren.

- Automatisierung

Für die Automatisierung der Berechnungen nach der neuen Formbeschreibungsmethode soll ein Rechenprogramm entwickelt werden. Mit dessen Hilfe wird die Anwendungsrelevanz der neuen Kornformbeschreibungsmethodik nachgewiesen.

Anwendungsrelevanz der neuen Kornformbeschreibungsmethodik

- Nachweis der Anwendbarkeit der neuen Kornformbeschreibungsmethodik für die Kornformcharakterisierung im Makro- und Mesogestaltsbereich.

Die Anwendbarkeit der neuen Kornformbeschreibungsmethodik soll zuerst für den Makro- und Mesogestaltsbereich mit Hilfe von selbstkonfigurierten Test- und Realpartikeln bzw. Partikelgemischen untersucht werden. Die dabei erhaltenen Lösungskoeffizienten werden einer Korrelationsbetrachtung mit herkömmlichen Kornformfaktoren (z.B. X_a/X_b -Verhältnis, Sphärizität) unterzogen. Durch eine Kornformcharakterisierung der aufgenommenen Realpartikel bzw. Partikelgemische mit einer relevanten Formbeschreibungsfunktion (z.B. Radius-Winkel-

Funktion) und nachfolgenden statistischen Ergebnisvergleichen zwischen den beiden Methoden, sollen die Vor- und Nachteile aufgezeigt werden.

- Entwicklung eines Kornformkennwertes für die Charakterisierung der Mikrogestalt (z.B. Rauigkeit, Bruchflächigkeit).

Für die Mikrogestaltsbeschreibung existiert gegenwärtig kein geeigneter Kornformkennwert für die Charakterisierung der Rauigkeit (Bruchflächigkeit). Aus diesem Grund ist es erforderlich, einen neuen Formfaktor zu definieren, der leicht zu berechnen ist und als Bezugsgröße für die Korrelationsberechnungen verwendet werden kann. Die neue Rauigkeitskennzahl soll mit Hilfe von Modell- und Realpartikeln getestet werden. Dabei ist auch eine quantitative Aussage bezüglich der Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik (z.B. Pixelgröße, Pixelanzahl) für die Kornformcharakterisierung im Mikrogestaltsbereich abzuleiten.

- Untersuchungen mit Realpartikeln bzw. Partikelgemischen bezüglich einer Korrelation zwischen den Lösungskoeffizienten der neuen Kornformbeschreibungsmethodik und der neuen Rauigkeitskennzahl.

Durch praktische Untersuchungen mit Hilfe von Splittgemischen aus vollständig gebrochenen und vollständig gerundeten Partikeln soll die Anwendbarkeit der neuen Methode zur Kornformbeschreibung im Mikrogestaltsbereich untersucht werden. Als Bezugsgröße für die Korrelationsuntersuchungen wird die neu definierte Rauigkeitskennzahl (Bruchflächigkeit) verwendet.

- Durchführung von Vergleichsuntersuchungen zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit der neuen Methode.

Zur Bewertung der Leistungsfähigkeit der neuen Methode (im Mikrogestaltsbereich) soll ein Ergebnisvergleich zwischen der Radius-Winkel-Funktion und der neuen Methode durchgeführt werden. Dazu sollen die nach der neuen Methode bewerteten Splittkörner (vollständig gebrochen und vollständig gerundet) auch nach der klassischen Radius-Winkel-Funktion ausgewertet werden. Durch einen Ergebnisvergleich mit Hilfe ausgewählter statistischer Parameter soll der Nachweis über die Leistungsfähigkeit der neuen Methoden erbracht werden.

3 Digitale Aufnahmetechnik zur automatischen Bildaufnahme

Die digitale Aufnahmetechnik ist ein Bereich, der sich in den letzten Jahren stark entwickelt hat. Durch Senkung der Anschaffungskosten konnte eine größere Anwendungsbreite in verschiedenen Branchen der Industrie erreicht werden. Die Voraussetzung für eine moderne Formbeschreibungsmethode ist eine möglichst detailgenaue Aufnahme der Partikelkontur. Das ist mit Hilfe der modernen Aufnahmetechnik möglich. Der Grundgedanke der digitalen Bildanalyse besteht in der Umsetzung einer optischen Bildvorlage in ein äquivalentes System elektronischer Signale, die sich mit moderner Rechentechnik automatisch auswerten lassen. Die Genauigkeit der Abbildung ist dabei ein Maß für die Exaktheit der Beschreibung. Optische Bildaufnahmefehler können durch die nachfolgende Bildbearbeitung nicht korrigiert werden. Im folgenden soll das Grundprinzip der digitalen Bildanalyse näher erläutert werden.

3.1 Grundprinzipien der digitalen Bildanalyse

In Abb. 11 sind die drei Hauptblöcke der digitalen Bildanalyse schematisch dargestellt.

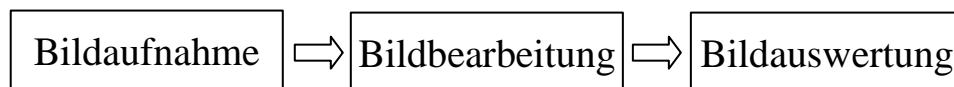


Abb. 11: Grundprinzip der digitalen Bildanalyse

- Bildaufnahme

Das Kernstück des Bildumwandlungsprozesses bildet die digitale oder punktförmige Zerlegung des Bildes und die gleichzeitige Quantifizierung der Grauwerte des Bildinhaltes. Bei zweifarbigem Einstufung (Weiß- 0 und Schwarz- 1) wird ein sogenanntes Binärbild (Bildmatrix) erzeugt. Um die automatische Bildanalyse zur Beschreibung von Korngröße und Kornform anwenden zu können, ist es erforderlich, die Körner in geeigneter Form abzubilden. Bei der Abbildung von Objekten und Objekteigenschaften stehen eine Reihe von Phänomenen, wie z.B. Eigenemission, induzierte Emission (z.B. Fluoreszenz), Reflexion, Brechung, Absorption und Streuung von Strahlung zu Verfügung. Diese Phänomene hängen von den optischen Eigenschaften der Kamera, von der Oberflächenstruktur des Objekts und von der Lichtquelle ab. Im wesentlichen kann zwischen oberflächenbezogenen, und volumenbezogenen Effekten unterschieden werden. Die sorgfältige Anordnung aller Komponenten zur Bildaufnahme muss sicherstellen, dass störende Einflüsse minimiert werden und dass die gemessene Strahlung die betrachtete Objekteigenschaft korrekt wiedergibt. Die Komplexität des Prozes-

ses der digitalen Bildaufnahme hängt stark von der gegebenen Bildverarbeitungsaufgabe ab. Wenn das Ziel lediglich eine präzise geometrische Vermessung von Objekten ist, genügt es, wenn die Objekte gleichmäßig beleuchtet werden und sich klar vom Hintergrund absetzen. In diesem Fall ist es nicht notwendig, quantitative Beziehungen zwischen den Objekteigenschaften und der in Richtung Kamera emittierten Strahlung herzustellen (s. *Jahne* [60]). Diese Abgrenzung erleichtert bei photooptischer Aufnahme von Partikelkonturen die weitere Bildbearbeitung erheblich.

- Bildbearbeitung

Durch eine Bildbearbeitung lässt sich die gewonnene Bildinformation von Störungen weitestgehend befreien. Außerdem können durch Bilderosion, -dilation und Segmentierung die Partikelkonturen verbessert werden (s. *Jahne* [60]). Zur Minimierung der Streuungen der Bildauswertungsergebnisse ist es außerdem erforderlich, das Partikelbild in eine definierte Auswerteposition zu bringen.

- Bildauswertung

Ziel der Bildauswertung ist eine möglichst umfassende mathematische Beschreibung (für alle Gestaltsbereiche) der Partikelkontur. Die benötigte Forminformation dazu können grundsätzlich die in Abschnitt 2.3 aufgeführten mathematische Formbeschreibungsfunktionen liefern (s. Abb. 12). Allerdings ist es erforderlich, die Anwendung der konventionellen Formbeschreibungsfunktionen an die Erfordernisse der modernen digitalen Bildanalyse anzupassen.

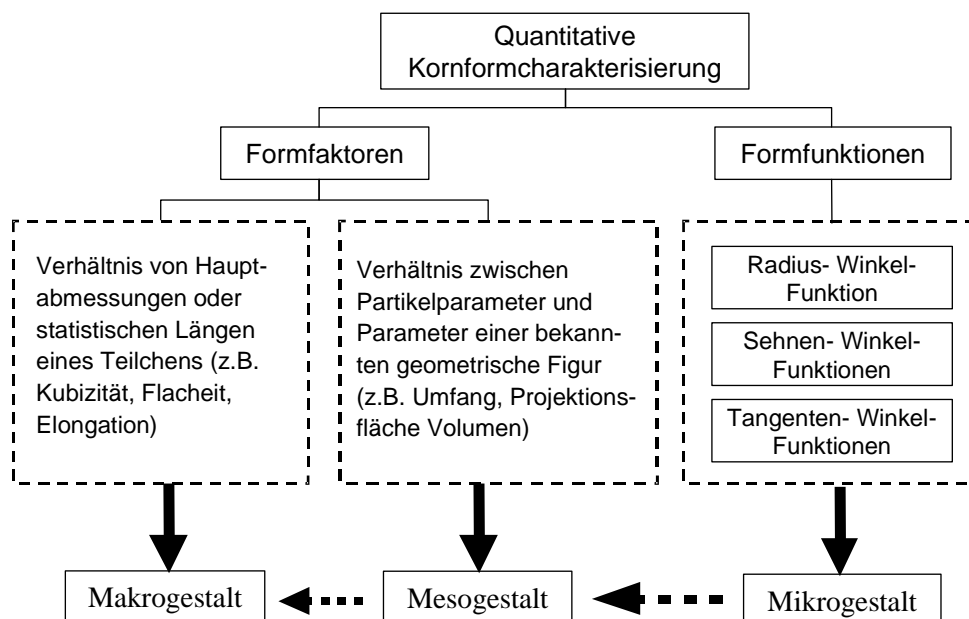


Abb. 12: Anwendungsgrenzen der bekannten Methoden für die quantitative Kornformcharakterisierung

3.2 Projektionsverfahren für die Korngrößen- und Kornformbestimmung

Für die Bildaufnahme werden Projektionsverfahren angewendet, die je nach Aufwand (Anzahl der Messrichtungen) eine Aufnahme von 2-D- oder 3-D-Projektionsbildern gestatten. Die Vorgehensweise bei der Aufnahme solcher 2-D- oder 3-D-Projektionsbilder wird nachfolgend näher erläutert. Das 2-D- bzw. 3-D-Projektionsbild ist die Grundlage für die Bestimmung von Korngrößen- und Kornformkennwerten. Da die Aufnahme der Partikelprojektionen ein zweidimensionales Messverfahren ist, wird auch die erhaltene Bildinformation zweidimensional sein. Je nach weiterem Ablauf der Bildbearbeitungsroutine kann die Information entweder gleich zur Korngrößen- und Kornformauswertung, oder für eine 3-D-Rückbildung mit späterer Auswertung des Partikels verwendet werden. Das Projektionsverfahren besitzt den Vorteil, dass aus einer 2-D-Partikelprojektion eine Umrechnung der 2-D-Parametern (Kornhöhe, Größtabmessung oder Sphärizität) in 3-D-Parameter unter Beachtung von Modellkörpern (z.B. Kugel) möglich ist.

Aus drei 2-D-Projektionsbildern kann durch Superpositionierung auch ein 3-D-Partikelprojektionsbild berechnet werden [59]. Die Methode ist jedoch mit hohem finanziellen und rechentechnischen Aufwand verbunden. Im folgenden werden die beiden Verfahren zur Ermittlung von 2-D- bzw. 3-D-Bildern näher beschrieben.

3.2.1 2-D-Projektionsverfahren

Bei Abbildung von räumlichen Körpern nach dem 2-D-Projektionsverfahren besteht der gravierende Nachteil darin, dass die Partikelkontur nur in einer Ebene abgebildet wird, dass heißt

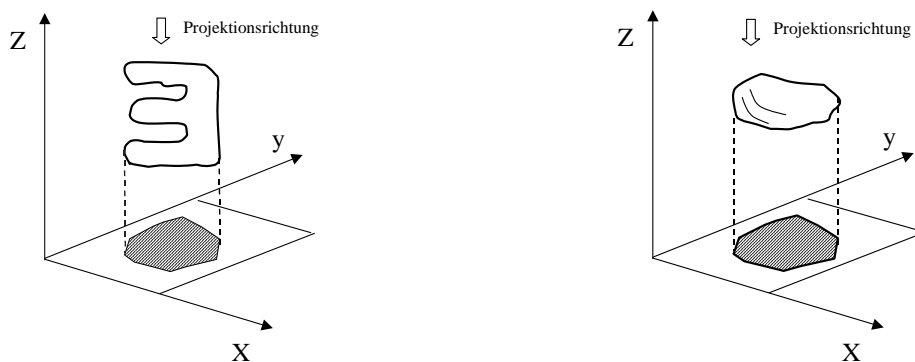


Abb. 13: 2-D-Projektion von zwei Körnern unterschiedlicher Form

Konturänderungen in anderen Ebenen werden nicht erkannt (s. Abb. 13). Bei der Bewertung von Korngemischen umgeht man dieses Problem, indem man in verschiedenen statistischen Abbildungslagen eine große Anzahl von Partikeln aufnimmt und das Korngemisch mit mittleren Korngrößen- und Kornformkennwerten (aus allen Abbildungslagen) bewertet.

3.2.2 3-D-Projektionsverfahren

Beim 3-D-Projektionsverfahren nach *Weichert* und *Huller* [144] werden durch Wahl von 3 verschiedenen Messrichtungen drei Projektionsbilder erzeugt, die anschließend zu einem räumlichen 3-D-Bild zusammengesetzt werden können. Bei dem vorgeschlagenen Verfahren wird ein zu untersuchendes Korn auf eine durchsichtige Unterlage gelegt und aus drei verschiedenen Richtungen jeweils mit parallelem Licht beleuchtet (s. Abb. 14). Entsprechend der Beleuchtungsrichtung und der Form des Körpers bildet sich ein Schattenumriss aus, welcher von einer unterhalb der Mattscheibe angebrachten Kamera aufgezeichnet wird. Die dreidimensionale Kontur erhält man durch Zusammensetzen der einzelnen Schattenbilder. Die Schattengrenzen sind die Durchstoßpunkte der Tangenten an das Korn unter den Winkeln von 30° , 90° und 150° und ermöglichen daher die angenäherte dreidimensionale Beschreibung des

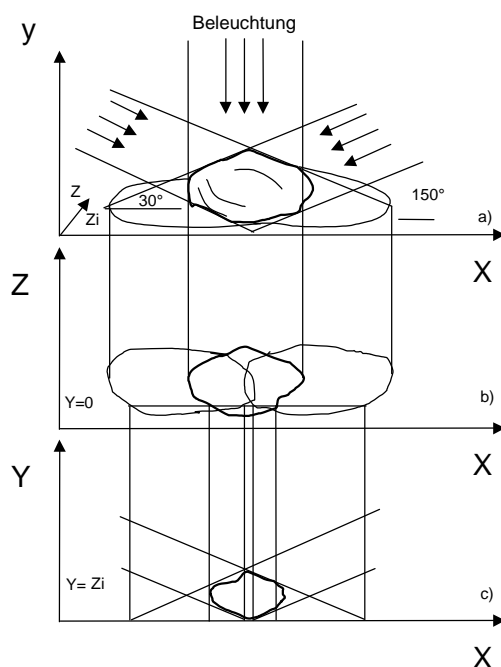


Abb. 14: Projektionsverfahren nach *Weichert* und *Huller*

Teilchens. Diese Methode wurde von *Stenger* [127] verbessert und automatisiert. Das gewonnene 3-D-Bild stellt die Basis für eine weitere mathematische Untersuchung, z.B. der Teilchenform, dar (z.B. mit Hilfe der Fourieranalyse). Die Methode für die Rekonstruktion der Teilchenkonturen funktioniert umso besser, je mehr Projektionsbilder (Projektionen) vorliegen. Dies ist jedoch mit großem Rechenaufwand verbunden. Im vorgegebenen Beispiel mit lediglich drei Schattenbildern ist eine genaue 3-D-Formbeschreibung (Sphärizität oder Rauigkeit) begrenzt möglich.

Die Genauigkeit der Schattenabbildung bei dieser Methode ist auch nicht sehr hoch, da die Abbildungsebenen nicht senkrecht zur Lichtebene liegen.

3.3 Digitale Aufnahmetechnik und Prozesse bei der Bilddigitalisierung

Für die Abtastung des Bildes stehen verschiedene Systeme zur Verfügung:

- a) spezielle Punktabtaster,
- b) konventionelle TV-Systeme und
- c) CCD -(Charge-Coupled-Devices) Systeme.

Die Systeme unterscheiden sich im Wesentlichen durch ihr Auflösungsvermögen, das durch die absolute Größe und Anzahl der Bildpunkte bestimmt wird. Je mehr Bildpunkte pro Längen- bzw. Flächeneinheit zur Verfügung stehen, umso höher ist die Auflösung. Bei normalen TV - Systemen beträgt die Bildpunktzahl 625 pro Zeile, während sie bei speziell entwickelten Abtastsystemen um ein Vielfaches höher liegen kann. Darin sind die speziellen Abtaster den normalen TV - Systemen überlegen. Zudem benötigen sie wegen einer genaueren Positionierung des Bildrasters weniger Bildpunkte, um ein Teilchen weitgehend fehlerfrei darstellen zu können. Ein Nachteil der speziellen Abtaster liegt in der geringen Abtastfrequenz (10 Hz), die eine schlechte Qualität der Fernsehabbildung zur Folge hat (dunkles, flimmerndes, unscharfes Bild), *Jahne* [60].

Neuere Bildaufnahmesysteme arbeiten mit CCD - Wandlerelementen anstelle herkömmlicher Videofilme. Es handelt sich um Sensorzeilen (Zeilenkamera) oder -matrizen (Matrixkamera), deren Photoelemente (Pixel) einzeln angesteuert und abgefragt werden. Einige Erläuterungen zu verschiedenen Abtastsystemen gibt *Kazmierczak* [64]. Die auf einem Halbleiterchip untergebrachten Fotodioden besitzen z.Zt. eine Größe von bis zu 2 μm [55].

3.3.1 Photooptischer Sensor als Hauptelement einer Digitalkamera

Der Sensor ist das Herzstück jeder Digitalkamera. Er ist für die Qualität der aufgenommenen Bilddaten sehr wichtig. Die Bauart des Sensors und seine Eigenschaften sind entscheidend für die jeweilige Anwendung. Der CCD- Sensor ist die Bauart, die sich in den Videokameras für industrielle Bildverarbeitung durchgesetzt hat. Ein CCD- Sensor besteht aus einem geometrisch sehr exakten Raster von lichtempfindlichen Zellen. Eine einzelne Zelle wird in der Bildverarbeitung auch als Pixel bezeichnet. Bei Lichteinfall (Photonen) auf eine dieser Zellen

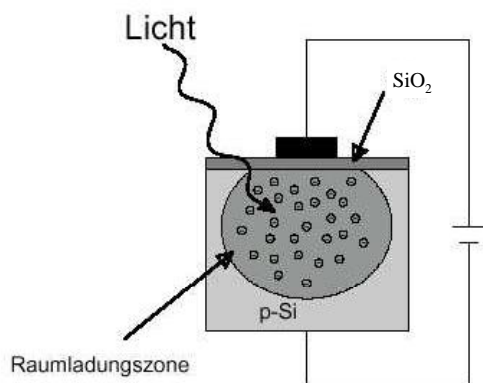


Abb. 15: Grundprinzip zum Aufbau von CCD-Sensoren

wird eine Ladung in dieser Zelle aufgebaut (s. Abb. 15). Je mehr Licht auf die Zelle fällt, desto größer wird die Ladung (Zahl der Elektronen), die sich in der Zelle sammeln. Hier wird auch deutlich, dass die weitverbreitete Meinung, die Bildinformation läge auf dem Sensor bereits in digitaler Form vor, nicht ganz richtig ist.

Die Information wird durch die Anzahl der Elektronen in den Zellen repräsentiert und ist daher analog. Nach der Belichtung der einzelnen Zellen werden die Ladungen ausgelesen. Dieser Vorgang erfolgt bei allen Sensortypen nach dem sogenannten „Eimerkettenprinzip“ [77]. Die Ladungen aus den Pixelelementen werden über Schieberegister ausgelesen. Im Schieberegister wird der Inhalt einer Zelle an eine benachbarte Zelle übergeben. Dies kann durch verschiedene Schaltungen erreicht werden, welche die Barrieren zwischen zwei Zellen (Eimern) auf- oder abbauen. Die genaue Methode, mit der die Bildinformation auf dem Sensor erzeugt und abtransportiert wird, ist vom Sensortyp abhängig. Grundsätzlich kann man zwischen Flächen- und Zeilensensoren (s. Abb. 16) unterscheiden. Der Flächensensor (s. Abb. 16a) besteht aus mehreren lichtempfindlichen Zeilen. Diese sind die Hauptelemente von Matrixkameras.

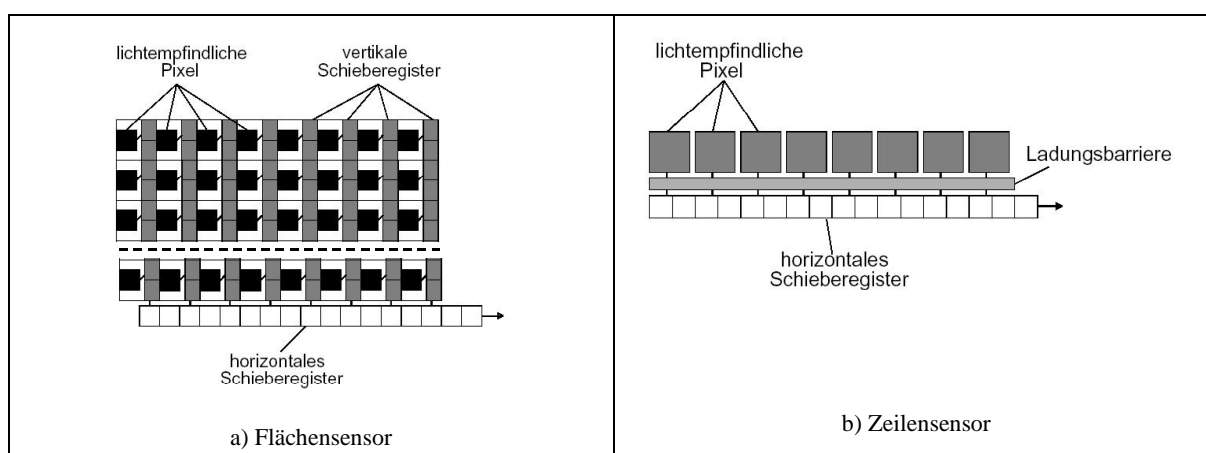


Abb. 16: Flächen- und Zeilensensortyp

Der Zeilensensor (Abb. 16b) besteht aus einer einzigen lichtempfindlichen Zeile, die das Hauptelement einer Zeilenkamera bildet (s. Manfred [77]).

3.3.2 Das Prinzip der Bilddigitalisierung

Durch die Umwandlung des optischen Bildes in ein analoges, elektronisches Bild ist die Voraussetzung zur elektronischen Weiterverarbeitung gegeben. Mit der Digitalisierung wird gleichzeitig die Analog- Digital- Wandlung der Bildhelligkeitswerte (Grauwerte), also des Bildinhaltes, vorgenommen. Geräte der Bildauswertung liefern dabei meistens 256 Grauwertstufen. Liegt eine Grauwertverteilung nach Abb. 17 vor, so können zunächst die auszuwertenden Körner von dem nicht interessierenden Hintergrund durch Einstellen eines Schwellwertes voneinander getrennt werden. Die Grenze, bei der das Pixel als abgedeckt erkannt wird, liegt zwischen 60- 70 % seine Abdeckungsfläche, die der Lichtintensität und dem Spannungssignal proportional ist.

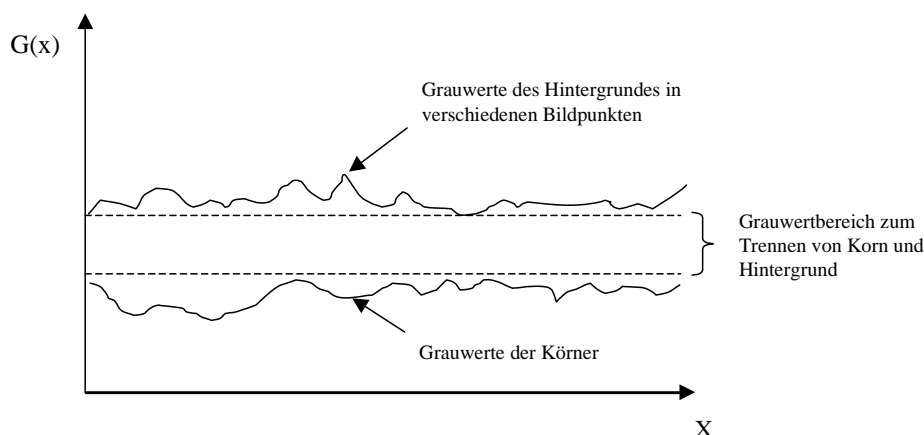


Abb. 17: Grauwerte von Partikel und Hintergrund

Dass heißt, wenn die untersuchte Teilchenprojektion mehr als 70% der Pixelfläche abdeckt (bei einer definierten Lichtstärke), wird das gesamte Pixel als abgedeckt (schwarz- 1) erkannt. Damit wird ein sogenanntes Binärbild erzeugt. Bei nicht ausreichender Beleuchtungsstärke im Messfeld kann es zur Überschneidung der Grauwerte von Partikel und Hintergrund kommen, sodass zusätzliche Bildverarbeitungsschritte notwendig werden (Bilderosion, -dilation). Eine Reihe gebräuchlicher Verfahren zur Bildverbesserung und Bildrestaurierung wurden von Sommer [123] zusammengestellt.

3.3.3 Aufnahmeprinzipien zur Erzeugung von 2- D-Projektionsbildern

Gegenwärtig existieren 2 verschiedene Aufnahmesysteme (s. Tabelle 5) zur Erzeugung von 2-D-Partikel aufnehmen [55]. Damit der Aufnahme prozeß kontinuierlich abläuft, muss entweder die Kamera oder das auszumessende Material bewegt werden.

Tabelle 5: Übersicht der Partikel aufnahmesysteme

2-D-Partikel Aufnahme						
Transportvorgang für eine Kontinuierliche Messung	Materialtransport				Kameratransport	
	Freier Fall		Transportband		Transport-Einrichtung	
Kameratyp	Zeilen- kamera	Matrix- kamera	Zeilen- kamera	Matrix- kamera	Zeilen- kamera	Matrixkamera

Je nach Kameratyp wird dabei zwischen Zeilen- und Matrixkameras unterschieden. Am häufigsten erfolgt die Aufnahme der Projektionsflächen während des freien Falls der Partikel in einem abgegrenzten Messraum. Die beiden Aufnahmeprinzipien mit Matrix- und Zeilenkamera werden im weiteren näher erläutert.

3.3.3.1 Matrixkamera

Das Prinzip der digitalen Bildaufnahme von frei fallenden Partikeln mit Hilfe von Matrixkameras ist in Abb. 18 dargestellt [56]. Das auszumessende Material wird in einem Trichter 5

gespeichert, über die Dosierrinne 4 vereinzelt und im freien Fall dem Messraum zugeführt.

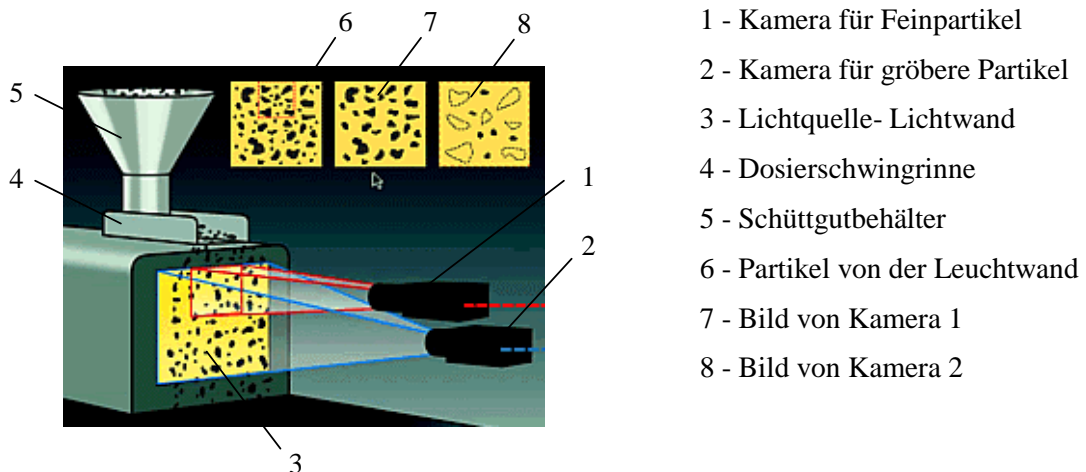


Abb. 18: Partikelaufnahme mit Hilfe einer Matrixkamera

Durch das optische Aufnahmesystem (Beleuchtung, Kamera) erfolgt die Aufnahme in statistischer Lage der Partikelprojektionsflächen. Durch Anwendung von zwei Kameras können grobe und feine Partikel simultan mit unterschiedlicher Auflösung erfasst werden. Voraussetzung für eine korrekte Bildaufnahme ist eine genaue Abstimmung zwischen den Kameraparametern (Abbildungsmaßstab, Abtastfrequenz) und den physikalischen Gesetzmäßigkeiten der Partikelbewegung (Fallgeschwindigkeit, Fallhöhe). Ein gravierender Nachteil besteht darin, dass für die Erfassung der Feinpartikel nur ein kleiner Ausschnitt des gesamten Materialstroms verwendet wird.

3.3.3.2 Zeilenkamera

Das Prinzip dieser Meßmethode wird in der Abb. 19 verdeutlicht [57].

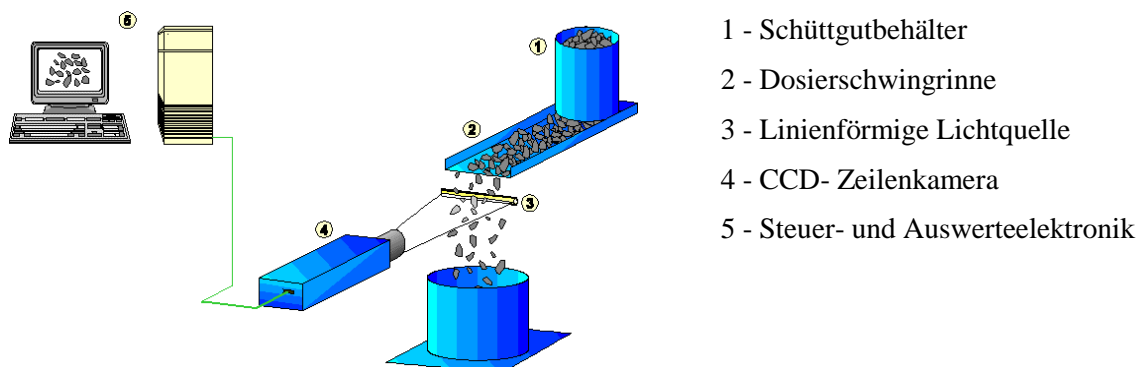


Abb. 19: Partikelaufnahme mit Hilfe einer Zeilenkamera

Mit Hilfe einer Dosierschwingrinne (2) werden die zu vermessenden Teilchen vereinzelt und kontinuierlich, in ihrer räumlichen Orientierung statistisch verteilt, in den Messschacht abge-

worfen. Die zweidimensionalen Projektionsflächen der Teilchen werden dabei im Gegenlichtverfahren von einer Kamera (4) zeilenweise (Zeilenkamera) abgetastet. Ein Auswertecomputer (5) setzt die einzelnen gemessene Sehnen mit Hilfe einer speziellen Auswertungssoftware wieder zu Projektionsflächen zusammen, die dann bezüglich Korngröße und -form analysiert werden können. Auch bei dieser Aufnahmemethode wird erwartet, dass die Partikelprojektionsbilder den realen Korngrößen und -formen der Teilchen entsprechen. Im folgenden sollen die Aufnahmebedingungen hinsichtlich einer korrekten Bildaufnahme einer näheren Betrachtung unterzogen werden.

3.4 Fehlerbetrachtungen zur statistischen Bildaufnahme mit einer Zeilenkamera

Mit Hilfe theoretischer und experimenteller Betrachtungen zum oben genannten Messprinzip sollen auftretende Bildaufnahmefehler analysiert und durch nachfolgende experimentelle Untersuchungen quantifiziert werden. Nach den Gesetzen der Fehleranalyse ist davon auszugehen, dass der Bildaufnahmefehler systematische und zufällige Fehleranteile enthält. Gemäß Abb. 20 soll daher durch theoretisch- experimentelle Betrachtungen zur Bildaufnahme mit einer Zeilenkamera die Einzelfehlerkomponenten näher untersucht werden.

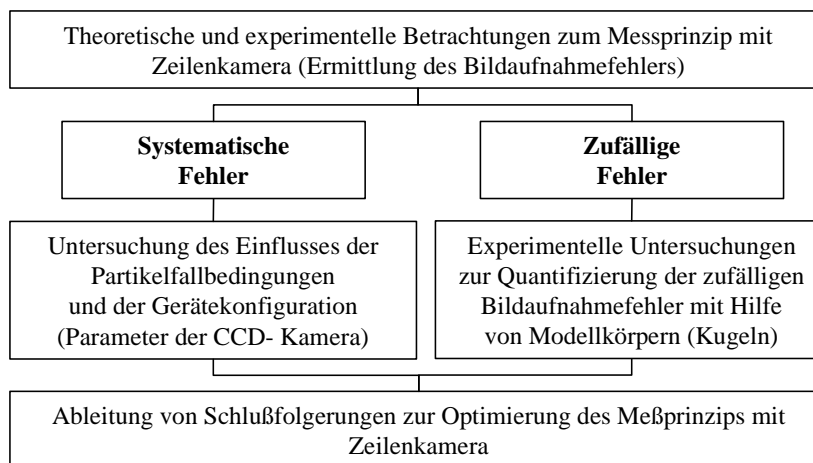


Abb. 20: Bearbeitungsablauf zur systematischen und zufälligen Fehleranalyse bei der Bildaufnahme

Im Ergebnis dieser Untersuchungen sollen Schlussfolgerungen zur Optimierung der Bildaufnahme mit Zeilenkameras abgeleitet und die Auswirkungen möglicher Aufnahmefehler auf die Genauigkeit der Kornformcharakterisierung quantifiziert werden.

3.4.1 Charakterisierung der systematischen und zufälligen Bildaufnahmefehler

Der Gesamtbildaufnahmefehler wird gemäß Abb. 21 durch einen systematischen und einen zufälligen Aufnahmefehleranteil bestimmt.

$$\left(\frac{\Delta BA}{BA} \right)_G = \left(\frac{\Delta BA}{BA} \right)_{\text{Syst.}} + \left(\sqrt{\sum \left(\frac{\Delta BA}{BA} \right)^2} \right)_{\text{Zuf.}}$$

Gesamtbildauf-
nahmefehler

Systematische
Aufnahmefehler

Zufällige
Aufnahmefehler

Fehler durch
Zeilenabtastung

Fehler durch Partikelüberlagerung

Fehler durch Randpixelanzahländerung

Fehler durch Stoffeigenschaftsschwankungen

Fehler durch statistische Abbildungslage

Abb. 21: Komponenten des Bildaufnahmefehlers

Der systematische Fehler ist nach Vorzeichen und Betrag quantifizierbar und korrigierbar, während der zufällige Fehleranteil statistisch schwankt und dadurch nicht korrigiert werden kann. Der systematische Aufnahmefehler tritt auf, wenn die physikalischen Fallbedingungen mit den photooptischen Kamera-Einstellungen nicht genügend abgestimmt sind, so dass es zu Doppelscannungen bzw. Sehnungsverlusten kommen kann. Die zufälligen Aufnahmefehler resultieren aus Stoffeigenschaftsschwankungen (Dichte, Feuchte, Oberflächenreflektion) sowie den Fehlern beim Messvorgang (unzureichende Vereinzelung, geringe Partikelanzahl). Im folgenden werden die beiden Hauptfehlergruppen einer theoretischen und experimentellen Fehlerbetrachtung unterzogen.

3.4.2 Theoretische Betrachtungen zum systematischen Aufnahmefehler

Zur Ermittlung des systematischen Aufnahmefehlers ist eine Systembetrachtung der physikalischen Fallbedingungen der Partikel und der optischen Aufnahmeparameter der Kamera durchzuführen. Die Systemzusammenhänge sind in der Prinzipskizze (s. Abb. 22) näher dargestellt.

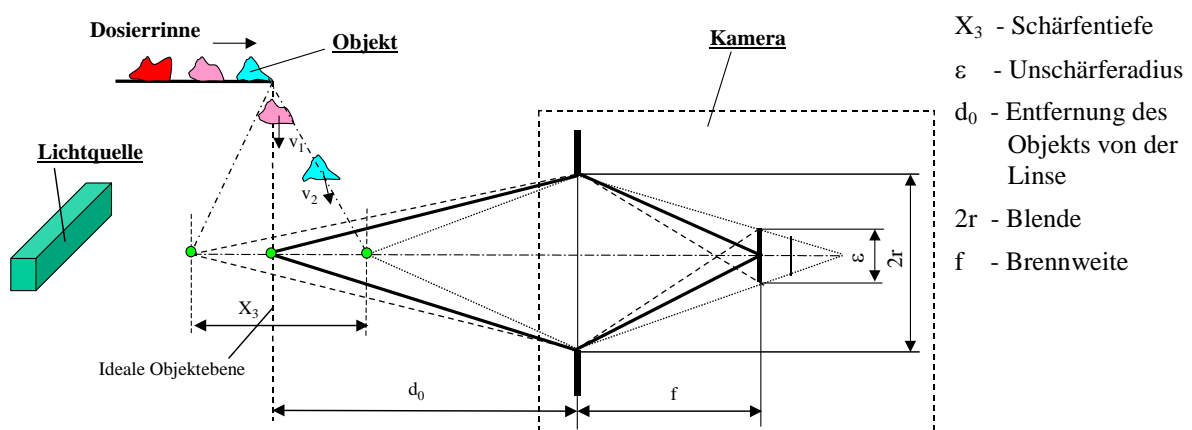


Abb. 22: Wichtige optische Zusammenhänge (Prinzipskizze zum Messsystem)

Eine Grundvoraussetzung für die weiteren Betrachtungen ist, dass sich freifallende Partikel in der idealen Objektebene bewegen. Der Auslenkungsbereich wird aufnahmeseitig durch die Schärfentiefe gemäß Gl. (28) begrenzt.

$$X_3 = 2 r * \varepsilon * \frac{d_0^2}{f^2} \quad (28)$$

Durch eine angepasste Dossiergeschwindigkeit kann eine Abweichung vom idealen Aufnahmebereich (Schärfentiefebereich) reduziert werden. Voraussetzung für eine originalgetreue Bildaufnahme ist weiterhin die genaue Abstimmung der Fallgeschwindigkeit des Teilchens (bei Eintritt in die Messebene) und der Abtastfrequenz der Kamera (bei vorgegebener Abtast- bzw. Pixelhöhe). Eine Analyse der Zusammenhänge kann mit nachfolgendem theoretischen Modell (Abb. 23) durchgeführt werden. Für einen kontinuierlichen Messvorgang wird zunächst der freie Fall von Einzelpartikeln untersucht. Da die Fallhöhe bis zum Erreichen der stationären Geschwindigkeit V_{\max} groß und konstruktiv nicht zu realisieren ist, wird das Teilchen mit einer anderen Fallgeschwindigkeit (Transportgeschwindigkeit) $V_2 < V_{\max}$ und einer Beschleunigung $a_p \neq 0$ in die Kameramessebene eintreten. Dabei muss der Fallweg der freifallenden Partikel $d_{s1} \leq d_{bk}$ (Abtasthöhe der Kamera) sein.

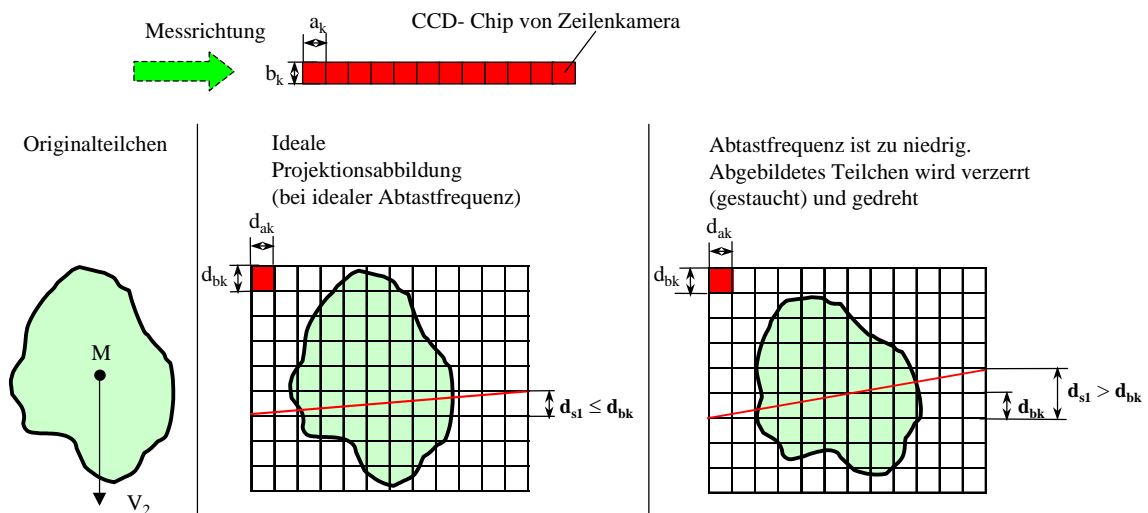


Abb. 23: Theoretisches Modell zur Ermittlung der möglichen Fehlerquellen bei der Bildaufnahme

- a_k, b_k - Pixelbreite und Pixelhöhe des CCD- Chips
- $d_{bk} = b_k * k$ - Abtasthöhe der Kamera
- F_k - Abtastfrequenz der Kamera
- V_2 - Fallgeschwindigkeit des Teilchens bei Eintritt in die Messebene
- k - Abbildungsmaßstab des Kameraobjektivs
- $d_{s1} = V_2 / F_k$ - Fallweg des Teilchens zwischen zwei Abtastungen

Wird diese Bedingung nicht erfüllt, können verschiedene Bildaufnahmefehler auftreten (s. Abb. 24). Bei Aufnahme mit einer zu niedrigen Abtastfrequenz wird das abgebildete Teilchen verzerrt (gestaucht) abgebildet (s. Abb. 24b). Bei einer seriellen Abtastung des CCD-Zeilen-Chips ist eine zusätzliche Drehung möglich (s. Abb. 23). Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf eine Zeilenkamera mit paralleler Abtastung des CCD-Zeilen-Chips. Wenn die Abtastfrequenz zu hoch ist, wird durch Doppelscannungen das abgebildete Teilchen ebenfalls verzerrt (gestreckt) abgebildet (s. Abb. 24c).

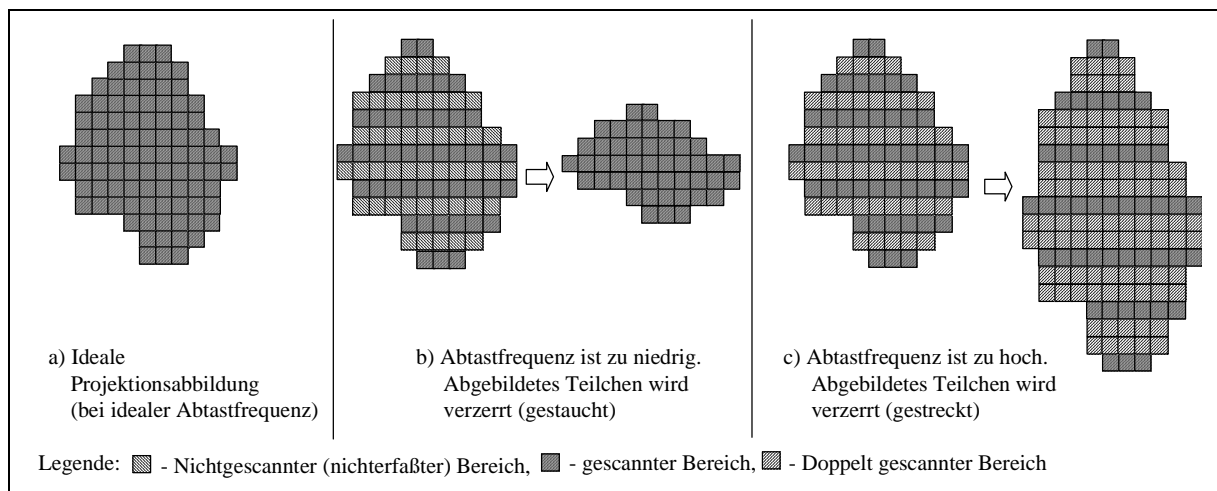


Abb. 24: Projektionsabbildungen bei unterschiedlichen Zeilenabtastfrequenzen F_k

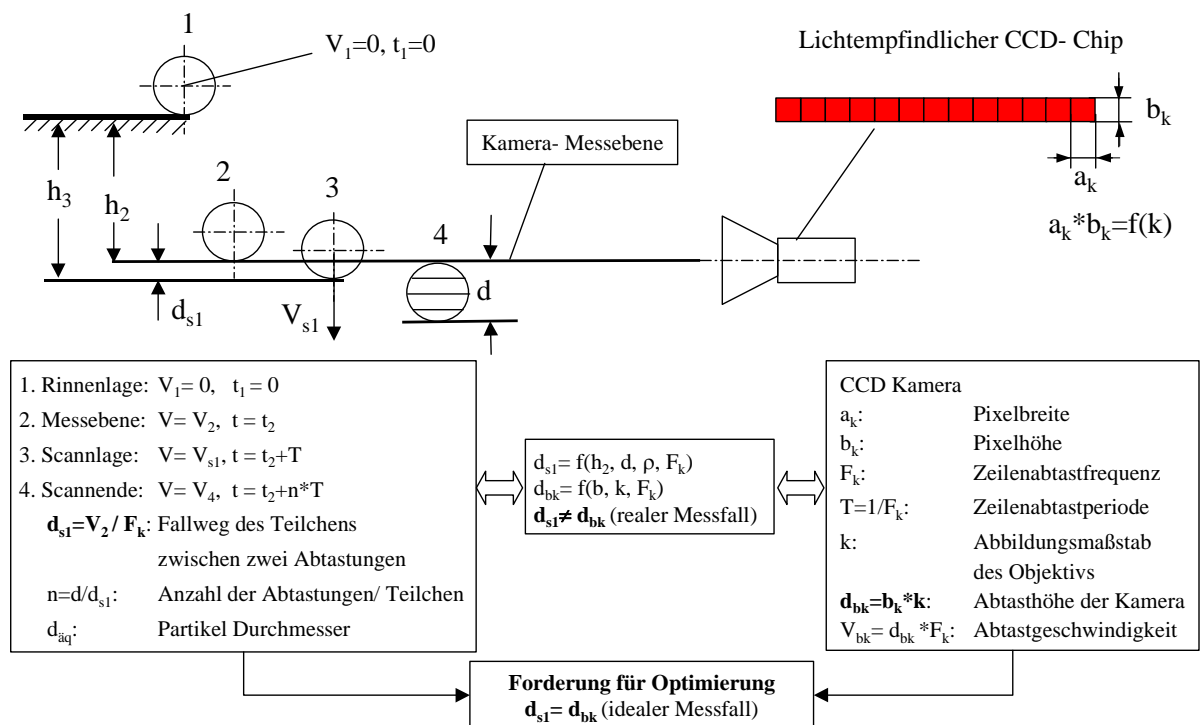


Abb. 25: Wichtige Zusammenhänge bezüglich der korrekten Bildaufnahme

Beide Fehlervarianten treten nur dann auf, wenn die physikalischen Fallbedingungen der

Teilchen nicht mit den hardwaremäßigen Parametervorgaben der Kamera übereinstimmen. Eine ideale Projektionsabbildung (s. Abb. 24a) erhält man nur, wenn die Abtasthöhe der Kamera d_{bk} dem Fallweg des Teilchens zwischen zwei Abtastungen entspricht.

Aus den theoretischen Betrachtungen (s. Abb. 25) zwischen den Fallbedingungen (linke Seite) und den hardwaremäßigen Einstellungen der CCD- Kamera (rechte Seite) lässt sich das Messprinzip zu einer korrekten Bildaufnahme optimieren. Die wesentlichen Zusammenhänge sind dort dargestellt. Zur Quantifizierung der Optimierungsbedingungen werden nachfolgend zuerst die physikalischen Fallparameter von kugelförmigen Partikeln mit unterschiedlichem $d_{äq}$ und unterschiedlicher Dichte berechnet und analysiert.

3.5 Ermittlung der wichtigsten physikalischen Fallparameter von kugelförmigen Partikeln mit unterschiedlichen Äquivalentdurchmessern

Aus Abb. 25 ist zu erkennen, dass die optimale Aufnahmebedingung nur nach Erfüllung von

$$d_{s1} = d_{bk} \quad (29)$$

möglich ist. Dass heißt, der Fallweg des Teilchens pro Abtastung (d_{s1}) muss der hardwaremäßig vorgegebenen Abtasthöhe d_{bk} entsprechen. Während die Abtasthöhe der Kamera d_{bk} entsprechend eingestellt werden kann, wird der Fallweg der Partikel durch die physikalischen Fallbedingungen beeinflusst. Es ist daher im Sinne einer Optimierung der Bildaufnahme sinnvoll, die Abtasthöhe d_{bk} an die physikalischen Fallbedingungen der Teilchen anzupassen. Diese Korrektur kann jederzeit durch Änderung des Abbildungsmaßstabes oder der Abtastfrequenz erfolgen. Eine Abschätzung des Fallweges der Partikel d_{s1} ist nur bei stationären Fallbedingungen möglich. Dabei ist zu beachten, dass das Erreichen von V_{max} von der Partikelgröße $d_{äq}$ abhängt. Mit Hilfe von Testrechnungen lässt sich nachweisen, dass V_{max} erst nach sehr großen, messtechnisch nicht zu realisierenden Fallhöhen (hunderte Meter) erreicht wird. Außerdem ist zu beachten, dass die stationäre Fallgeschwindigkeit strenggenommen nur für Partikel gleichen Äquivalentdurchmessers zutrifft. Für den realen Messfall ist der Einfluss von Teilchendurchmesser und -dichte auf die Fallgeschwindigkeit bei meßtechnisch angepasster Fallhöhe zu untersuchen. Von besonderem Interesse ist die Geschwindigkeit bei Eintritt in die Kamera-Messebene. Infolge der beschleunigten Bewegung nach Eintritt in die Messebene kommt es zu einer Geschwindigkeitszunahme, die Auswirkungen auf die korrekte Bildaufnahme (Sehnenverluste) haben kann. Um die Geschwindigkeit des Partikels in einer beliebigen Fallhöhe berechnen zu können, muss zuerst seine stationäre Geschwindigkeit V_{max} bekannt sein. Bei den nachfolgenden rechentechnischen Betrachtungen wird von dem in Abb.

26 dargestellten Modell einer stationären Fallbewegung ausgegangen. Auf ein frei fallendes Partikel können eine Reihe von Kräften einwirken, die sich unter stationären Bedingungen auf die im Modell (s. Abb. 26) eingetragenen Kräfte reduzieren lassen.

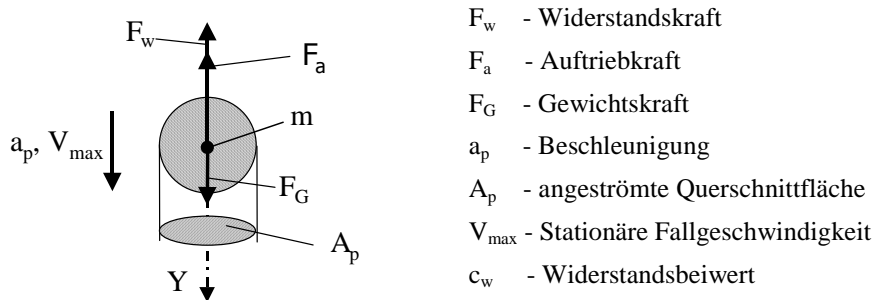


Abb. 26: Wichtige Wirkungskräfte auf ein freifallendes Partikel

Durch Bildung des Kräftegleichgewichtes in Fallrichtung Y ergibt sich nachfolgende Gleichung:

$$F_G - F_w - F_a = 0 \quad (30)$$

Die einzelnen Kräfte können wie folgt berechnet werden:

- Schwerkraft:

$$F_G = m \cdot g \quad (31)$$

- Auftriebskraft:

$$F_a = V \cdot \rho_F \cdot g \quad (32)$$

- Hydraulische Widerstandskraft

Im allgemeinen gilt für die Widerstandskraft eines umströmten Körpers folgende Gleichung (Schubert [116]):

$$F_w = A_p \cdot c_w \cdot \rho_F \cdot \frac{V_p^2}{2} \quad (33)$$

Hierbei ist der Widerstandsbeiwert c_w eine Funktion der Reynoldszahl Re (s. Anlage B- 1). Genauer betrachtet setzt sich die hydraulische Widerstandskraft F_w aus einem Zähigkeits- (bzw. Reibungs-) F_s und einem Trägheits- (bzw. Druckwiderstands-) anteil F_d zusammen (s. Gl. (34)).

$$F_w = F_s + F_d \quad (34)$$

$$Re = \frac{\rho_F \cdot d_{\text{äq}} \cdot V_p}{\mu} \quad (35)$$

Bei kleineren Re -Zahlen sind die Trägheitskräfte gegenüber den Zähigkeitskräften, die an der

Teilchenoberfläche angreifen, vernachlässigbar. Mit wachsendem Re (größere Geschwindigkeiten nach Gl. (35)) werden die Trägheitskräfte in Form des auf die angeströmte Partikeloberfläche wirkenden Staudruckes zunehmend für den Gesamtwiderstand bestimmend.

3.5.1 Ermittlung der stationären Sinkgeschwindigkeit V_{\max}

Für eine Kornbewegung in einem ruhenden Fluid mit der stationären Sinkgeschwindigkeit V_{\max} ist die Beschleunigung $a_p = 0$. In diesem Fall gilt das Kräftegleichgewicht nach Gl.(30).

Im weiteren werden abgeleitete Formeln zur Ermittlung der stationären Sinkgeschwindigkeit V_{\max} für kugelförmige Partikel vorgestellt. Diese werden zur Ermittlung der physikalischen Fallparameter des Partikels während des freien Falls verwendet.

Da die Reynoldszahl Re und damit der Widerstandsbeiwert c_w korngößenabhängig sind, wird die Berechnung von V_{\max} für unterschiedliche Korngößenbereiche durchgeführt:

- Bereich 1:

$Re < 0,5$ (Stokes- Bereich):

Der Widerstandsbeiwert c_w ist in diesem Bereich wie folgt zu berechnen:

$$c_w = \frac{24}{Re} \quad (36)$$

Damit ergibt sich die Widerstandskraft zu:

$$F_w = 3 * \pi * \mu * d_{\text{äq}} * V_p \quad (37)$$

Für V_{\max} ist dann Gleichung (38) gültig:

$$V_{\max} = \frac{(\rho_p - \rho_F) * d_{\text{äq}}^2 * g}{18 * \mu} \quad (38)$$

- Bereich 2

$0,5 < Re < 4$ (Übergangsbereich) gilt die Gleichung nach *Oseen* [117]:

$$V_{\max} = \frac{8}{3 * d_{\text{äq}} * p_F} * \left(\sqrt{\left(\mu^2 + \frac{1}{24} * d_{\text{äq}}^3 * p_F * (\rho_p - \rho_F) * g \right)} - \mu \right) \quad (39)$$

- Bereich 3

$4 < Re < 30$ (Übergangsbereich) gilt:

$$V_{\max} = \sqrt[3]{\frac{L_j * v * g * (\rho_p - \rho_F)}{\rho_F}} \quad (40)$$

wobei die Ljaschenko- Zahl L_j wie folgt zu berechnen ist [106; 117]:

$$L_j = \frac{3}{4} * \frac{Re}{c_w} \quad (41)$$

- Bereich 4

30 < Re < 300 gilt die Näherungsformel von Allen [1]:

$$V_{\max} = 0,26 * d_{\text{äq}} * \sqrt[3]{\frac{(\rho_p - \rho_F)^2 * g^2}{\mu * \rho_F}} \quad (42)$$

- Bereich 5

300 < Re < 1000 gilt erneut Gl.(40)

- Bereich 6

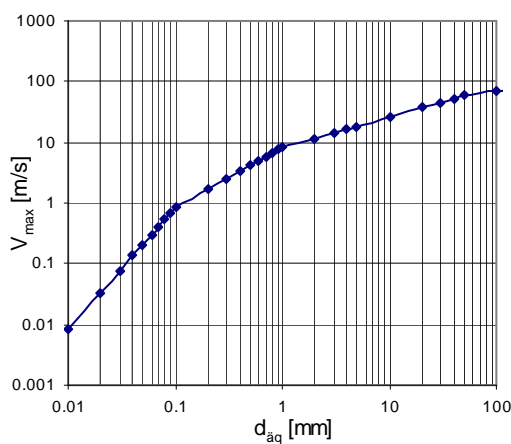
1000 < Re < Rec gilt:

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{3 * g * d_{\text{äq}} * (\rho_p - \rho_F)}{\rho_F}} \quad (43)$$

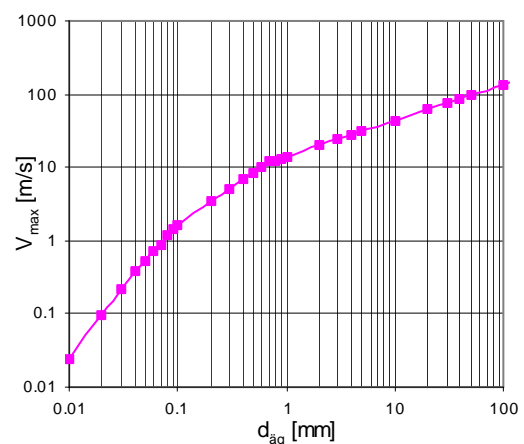
Tabelle 6: Wichtige Ausgangsgrößen zur Ermittlung der stationären Fallgeschwindigkeit V_{\max}

Parameter	Bezeichnung	Einheit	Größe	Bemerkung
Dichte von Luft	ρ_F	[kg/m ³]	1,2	bei 20 [°C]
Dynamische Viskosität von Luft	μ	[Pa.s]	1.824*10 ⁻⁵	bei 20 [°C]
Kinematische Viskosität von Luft	ν	m ² /s	1,52*10 ⁻⁵	bei 20 [°C]
Dichte von Gesteinspartikeln	ρ_p	kg/m ³	2800	-
Dichte von Lagerkugeln	ρ_p	kg/m ³	8000	-
Erdbeschleunigung	g	m/s ²	9,81	-

Mit Hilfe der Gleichungen (38) bis (43) kann die stationäre Sinkgeschwindigkeit V_{\max} für zwei Materialien mit unterschiedlichen Dichten ρ_p unter Berücksichtigung der in Tabelle 6 festgelegten Parameter berechnet werden. Für die durchgeführten Berechnungen wird die Partikelgröße im Bereich von 0,01 bis 100 [mm] variiert (s. Anlage B- 2). Eine grafische Darstellung der Rechenergebnisse ist in Abb. 27 aufgezeigt.



a) Für Dichte $\rho_p = 2800$ [kg/m³]



b) Für Dichte $\rho_p = 8000$ [kg/m³]

Abb. 27: Einfluss von Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und Teilchendichte auf die stationäre Fallgeschwindigkeit V_{\max}

Dabei ist zu erkennen, dass der Einfluss der Partikeldichte auf V_{\max} wegen der kleinen Luftdichte sehr gering ist. Mit Hilfe der stationären Fallgeschwindigkeit V_{\max} kann im weiteren die Fallzeit t_p , die Fallgeschwindigkeit V_p und die Fallbeschleunigung a_p für ein freifallendes Partikel an einer beliebigen Messstelle (Fallhöhe) ermittelt werden.

3.5.2 Berechnung der physikalischen Fallparameter eines Teilchens

Nachfolgend sollen die momentane Fallzeit, die -geschwindigkeit und die -beschleunigung eines Teilchens mit definierter Dichte und Partikelgröße an einer beliebigen Messstelle als Funktion der Fallhöhe und von V_{\max} berechnet werden. Die entsprechenden Rechenergebnisse sind in den Anlagen B- 3 und B- 4 zu finden.

3.5.2.1 Ermittlung der Fallzeit eines Partikels als Funktion der Fallhöhe

Unter der Fallzeit t_p soll die Zeit verstanden werden, die das Partikel benötigt, um von der Abwurfkante der Transportrinne bis zu einer bestimmten Fallhöhe (z.B. der Kameramesssebene h_2) zu gelangen (s. Abb. 25). Zu Berechnung geht man von den Kräftegleichgewicht im stationären Fall aus (s. Gl.(30)). Im Luftraum ist $F_a \approx 0$, so dass Gl.(30) wie folgt aussieht:

$$m \cdot \frac{dv_p}{dt_p} = m \cdot g - A_p \cdot c_w \cdot \rho_F \cdot \frac{V_p^2}{2} = m \cdot g - q \cdot V_p^2 \quad (44)$$

Mit Einführung von V_{\max} erhält man aus Gl. (44)

$$\int dt = \frac{m}{q} \cdot \int \frac{dv_p}{V_{\max}^2 - V_p^2} + c' = \frac{m}{2 \cdot q \cdot V_{\max}} \cdot \int \frac{1}{V_{\max} - V_p} + \frac{1}{V_{\max} + V_p} + c' \quad (45)$$

Die Integration liefert, wenn zur Zeit $t_p = 0$, $V_p = 0$ sein soll

$$\ln \left(\frac{V_{\max} + V_p}{V_{\max} - V_p} \right) = \frac{2 \cdot g}{V_{\max}} \cdot t_p \quad (46)$$

und somit

$$V_p = V_{\max} \cdot \frac{e^{\frac{2 \cdot g \cdot t_p}{V_{\max}}} - 1}{e^{\frac{2 \cdot g \cdot t_p}{V_{\max}}} + 1} = V_{\max} \cdot \tanh \frac{g \cdot t_p}{V_{\max}} \quad (47)$$

Die durchfallende Strecke h erhält man unter Verwendung von $dh / dt_p = V_p$ zu

$$\int_0^h d\bar{h} = V_{\max} \cdot \int_0^t \tanh \frac{g \cdot \bar{t}_p}{V_{\max}} dt \quad (48)$$

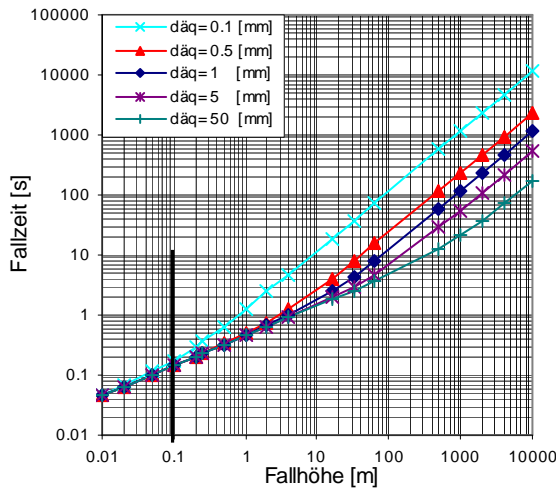
und somit

$$h = \frac{V_{\max}^2}{g} * \ln \left(\cosh \frac{g * t_p}{V_{\max}} \right) \quad (49)$$

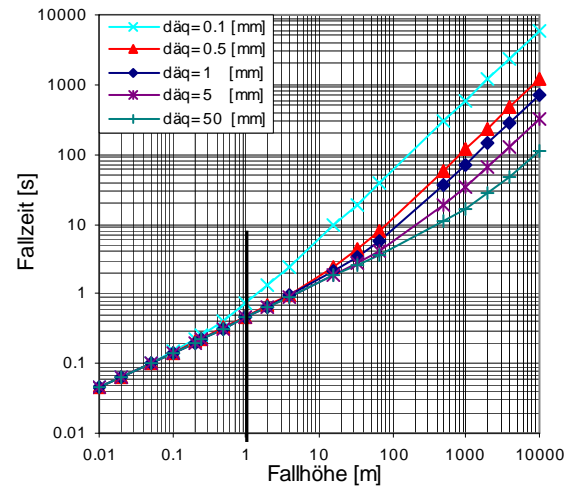
Nach Umformung der Gleichung (49) kann die Fallzeit t_p wie folgt berechnet werden:

$$t_p = \frac{\arccos \left(\exp \left(h * \frac{g}{V_{\max}^2} \right) \right)}{g} * V_{\max} \quad (50)$$

Eine grafische Darstellung der Rechenergebnisse für Partikel unterschiedlichen Äquivalentdurchmessers $d_{\text{äq}}$ ist Abb. 28 zu entnehmen. Es kann festgestellt werden, dass bei Fallhöhen kleiner 0,1 m (für $\rho_p = 2800 \text{ kg/m}^3$) bzw. kleiner 1 m (für $\rho_p = 8000 \text{ kg/m}^3$) der Einfluss der Partikelgröße im Bereich 0,1 bis 50 mm vernachlässigbar klein ist.



a) Für Dichte $\rho_p = 2800 \text{ [kg/m}^3\text{]}$



b) Für Dichte $\rho_p = 8000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

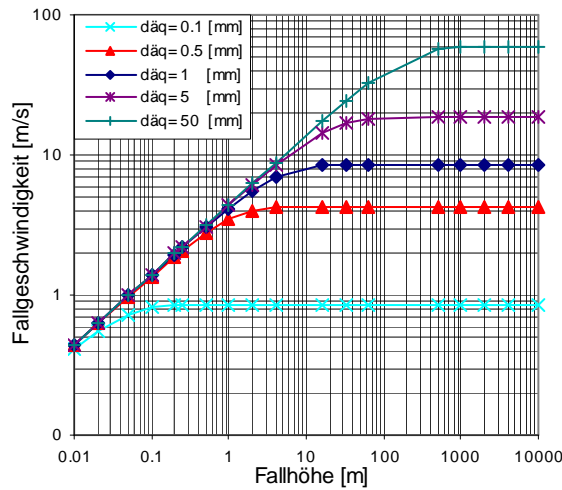
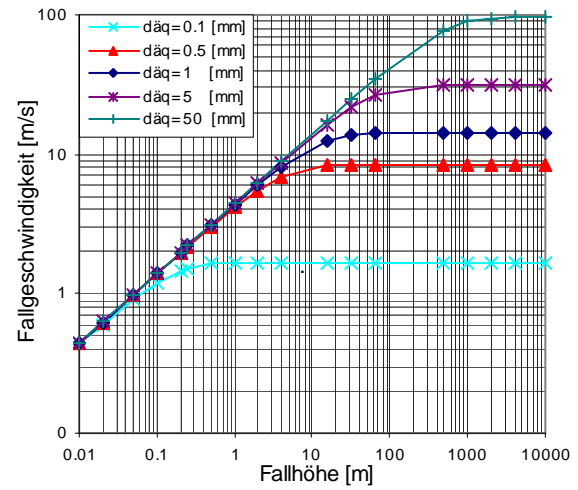
Abb. 28: Fallzeit von Partikeln mit unterschiedlicher Dichte ρ_p und Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$

Bei Überschreitung der dichtespezifischen Fallhöhen ist ein starker Einfluss der Partikelgröße auf die Fallzeit festzustellen.

3.5.2.2 Ermittlung der Fallgeschwindigkeit

Die Fallgeschwindigkeit kann für eine beliebige Fallzeit bzw. -höhe nach Gl. (51) ermittelt werden. Ihr Verlauf während des freien Falls ist in Abb. 29 zu sehen.

$$V_p = V_{\max} * \tanh \frac{g * t_p}{V_{\max}} \quad (51)$$

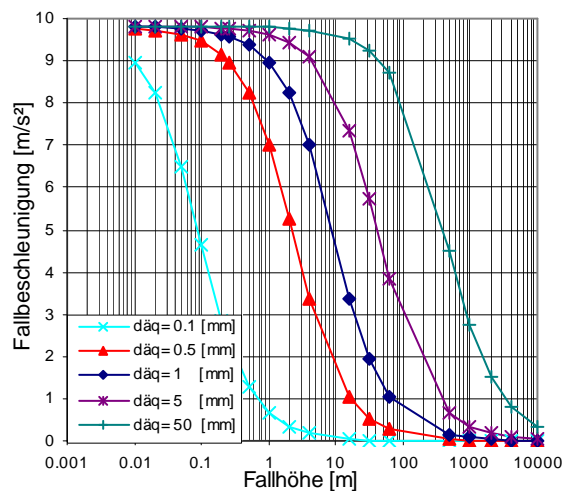
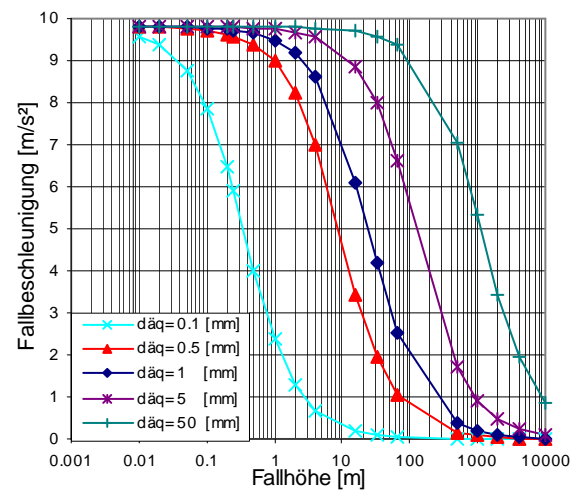
a) Für Dichte $\rho_p = 2800 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ b) Für Dichte $\rho_p = 8000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ Abb. 29: Fallgeschwindigkeit von Partikeln mit unterschiedlicher Dichte ρ_p und unterschiedlichem Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$

Für die dichtespezifischen Fallhöhen 0,1 m (für $\rho_p = 2800 \text{ kg/m}^3$) bzw. 0,26 m (für $\rho_p = 8000 \text{ kg/m}^3$) ist ein geringer Einfluss der Partikelgröße auf die Fallgeschwindigkeit erkennbar. Diese Feststellung ist für spätere Optimierungen von besonderer Bedeutung, da eine gleiche Fallgeschwindigkeit für einen möglichst breiten Korngrößenbereich gefordert wird.

3.5.2.3 Ermittlung des Beschleunigungsverlaufes eines freifallenden Partikels

Die Fallbeschleunigung des Partikels kann für jeden Zeitpunkt nach Gl. (52) berechnet werden. Ihre Abhängigkeit von der Fallhöhe ist in Abb. 30 dargestellt.

$$a_p = \frac{dv}{dt} \quad (52)$$

a) Für Dichte $\rho_p = 2800 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ b) Für Dichte $\rho_p = 8000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ Abb. 30: Fallbeschleunigung von Partikeln mit unterschiedlicher Dichte ρ_p und unterschiedlichem Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$

Am Anfang hat die Beschleunigung ihre maximalen Werte. Je länger sich die Partikel im freien Fall befinden (je größer die Fallhöhe), umso geringer ist die Fallbeschleunigung (Geschwindigkeitsdifferenz zum vorherigem Zeitpunkt t_{i-1} wird kleiner). Für eine korrekte Bildaufnahme wird eine von der Teilchengröße unabhängige Beschleunigung gefordert, um Bildverzerrungen zu vermeiden. Gemäß Abb. 30 tritt diese (für den untersuchten Korngrößenbereich) bei Fallhöhe kleiner 0,01 m (für $\rho_p = 2800 \text{ kg/m}^3$ und $d_{aq} > 0,1 \text{ mm}$), oder bei sehr großen Fallhöhen, wo die stationären Fallbedingungen ($a_p = 0$) vorliegen, auf. Der zweite Fall ist aus Gründen der Gerätekonfiguration nicht relevant. Dabei fällt auf, dass bei gesteinsrelevanten Dichten (nach Abb. 30 a) der Einfluss der Fallbeschleunigung berücksichtigt werden soll.

3.6 Theoretische Optimierung des Aufnahmeprinzips bei vorgegebener Kameraeinstellung

Gemäß Abb. 25 ist eine korrekte Bildaufnahme nur dann gegeben, wenn der Fallweg des Teilchens zwischen zwei Abtastungen dem Abtastweg der Kamera entspricht. Ausgehend von den Schlussfolgerungen zu den realen Fallbedingungen besteht die Aufgabe in der Anpassungen der hardwaremäßigen Parameter. Bezugnehmend auf Abb. 25 kann entweder der Abbildungsmaßstab k oder die Abtastgeschwindigkeit V_{bk} (Abtastfrequenz) angepasst werden.

3.6.1 Hardwaremäßige Ausgangsparameter der verwendeten Aufnahmetechnik

Für die Untersuchungen stand ein CCD-Zeilenkameramessgerät mit nachfolgenden Hardwareparametern zur Verfügung (s. Tabelle 7). Mit diesen Hardwareparametern wurden die nachfolgenden Optimierungsuntersuchungen durchgeführt.

Tabelle 7: Hardwaremäßige Parameter der CCD- Digitalkamera

Parameter	Bezeichnung	Größe	Einheit
Pixelbreite des CCD- Chips	a_k	0,013	[mm]
Pixelhöhe des CCD- Chips	b_k	0,026	[mm]
Abbildungsmaßstab des Messbereiches 1	k_1	2,5	-
Abbildungsmaßstab des Messbereiches 2	k_2	9,1	-
Zeilenabtastfrequenz der Kamera	F_k	9,638	[kHz]
Pixelanzahl im CCD- Chip	n_k	2048	-

Dabei ist die Kamera mit einem rechteckigen CCD- Chip ausgestattet. Diese Lösung entlastet zwar die Rechentechnik (geringere Anzahl von Abtastsehnern bzw. Rechenoperationen), hat jedoch gleichzeitig eine geringere Auflösung in vertikaler Richtung zur Folge. Weitere Betrachtungen zu dieser Thematik erfolgen in Abschnitt 3.8.

3.6.2 Optimierung der Messbedingungen bei vorgegebenen Kameraparametern

In Abschnitt 3.4.1 zeigte sich, dass der gesamte Aufnahmefehler als Summation von systematischen und zufälligen Fehlern betrachtet werden kann. Der systematische Fehler tritt auf, wenn die physikalischen Fallbedingungen nicht mit den Hardwareparametern übereinstimmen, so dass es bei der Bildaufnahme zu Sehnenverlusten bzw. Doppelscannungen kommen kann. Ziel der Optimierungsuntersuchungen ist daher die Festlegung der Messbedingungen bei vorgegebenen Kameraeinstellungen. Dabei ist die Optimierung zum Zeitpunkt des Teilcheneintritts in die Messebene ($t_p = t_2$) durchzuführen. Gemäß Abb. 25 steht im realen Messfall als Anpassungsparameter nur die Fallhöhe h_2 zur Verfügung. Zur Vermeidung des systematischen Fehlers ist die Bedingung $d_{s1} = d_{sk}$ zu erfüllen. Der zwischen zwei Abtastungen zurückgelegte Fallweg des Teilchens d_{s1} kann als Verhältnis von Teilchengeschwindigkeit und Zeilenabtastfrequenz ermittelt werden (s. Gl. (53)).

$$d_{s1} = \frac{V_p}{F_k} \quad (53)$$

Während die Zeilenabtastfrequenz F_k hardwaremäßig als Konstante eingestellt werden kann, ist die Partikelgeschwindigkeit neben der Fallhöhe auch vom $d_{\text{äq}}$ abhängig. Dazu ist in Abb. 31 (gemäß Anlage B- 5) die Fallgeschwindigkeit bei Eintritt in die Messebene V_2 als Funktion von $d_{\text{äq}}$ für zwei unterschiedliche Stoffdichten und Fallhöhen dargestellt.

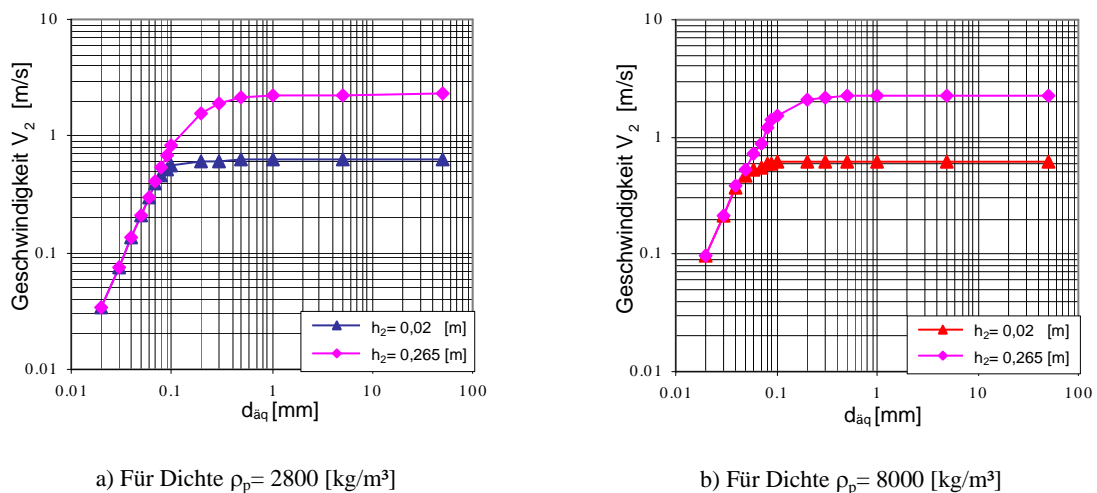


Abb. 31: Fallgeschwindigkeit V_2 für Teilchen mit unterschiedlichem Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und Fallhöhen von 0,02 und 0,265 [m]

Aus den grafischen Darstellungen ist erkennbar, dass Teilchen ab einer Korngröße von ca. 100 μm bei $h_2 = 0,02$ m bzw. ab etwa 200 μm bei $h_2 = 0,265$ m mit der gleichen Geschwindig-

keit in die Messebene eintreten. Die Erfüllung der Optimierungsbedingungen kann dadurch erreicht werden, dass bei vorgegebenen hardwaremäßigen Einstellungen (k_1 und k_2) eine definierte Fallhöhe ($h_2 = 0,02$ m für k_1 , $h_2 = 0,265$ m für k_2) erforderlich ist (s. Abb. 32).

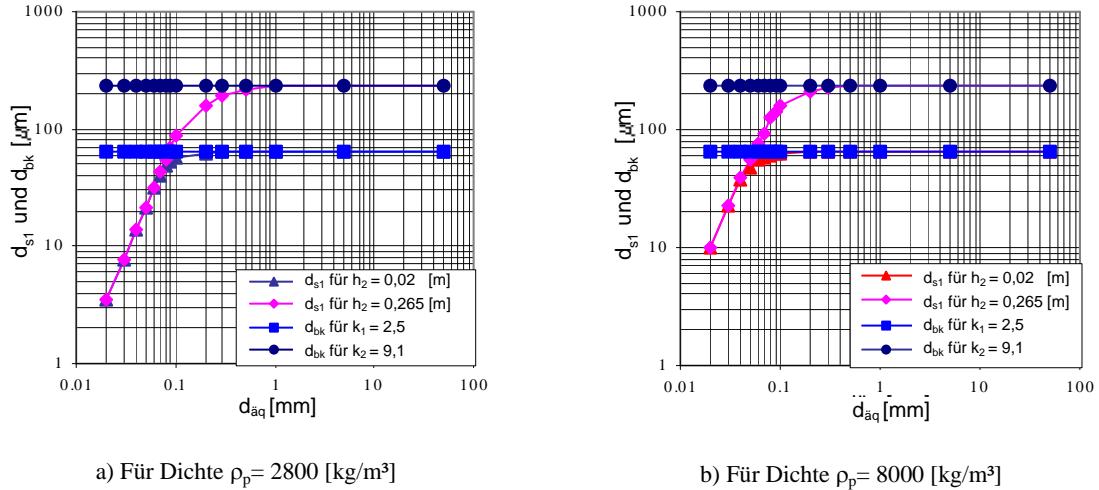


Abb. 32: Anpassung der betrieblichen Einstellparameter bei vorgegebenen Kameraeinstellungen

Damit ist die Optimierung für den Fall des Eintritts in die Messebene beendet. Eine Optimierung durch Änderung der hardwaremäßigen Einstellungen (Abbildungsmaßstab k und Abtastfrequenz F_k) ist bei messtechnischer Vorgabe der Fallhöhe h_2 ebenfalls möglich. In diesem Fall muss mit einer Änderung gerechnet werden, was jedoch die Kameraauflösung verschlechtern kann. Zur Quantifizierung der Optimierungsqualität wurde der prozentuale Höhenunterschied zwischen d_{s1} und d_{bk} (s. Gl. (54)) verwendet. Dieser Parameter kann entweder positiv ($d_{s1} > d_{bk}$) oder negativ ($d_{s1} < d_{bk}$) sein.

$$\Delta H_0 = \left(\frac{d_{s1} - d_{bk}}{d_{bk}} \right) * 100 [\%] \quad (54)$$

In Anlage B- 6 wurde die zur Erfüllung der Optimierungsbedingung erforderliche Fallhöhe in Abhängigkeit des Abbildungsmaßstabes berechnet, wobei eine maximale Differenz $\Delta H_0 \leq 2$ [%] zugelassen wurde (entspricht Δd_{aq} von $1,3 \mu m$). Eine grafische Darstellung der Rechenergebnisse ist in Abb. 33 zu finden. Diese idealen Kurven wurden gerechnet für eine Zeilenfrequenz von $9,863$ kHz. Für den Fall, dass die Abtastfrequenz niedriger gewählt wird, werden die abgebildeten Teilchen durch Sehnungsverluste gestaucht. Andernfalls erfolgt eine Streckung des abgebildeten Teilchens durch Doppelscannungen. Aus den Betrachtungen geht hervor, dass bei Nichterfüllung des Optimierungskriteriums eine verzerrte Bildaufnahme stattfindet und damit eine nachträgliche Bildkorrektur erforderlich ist.

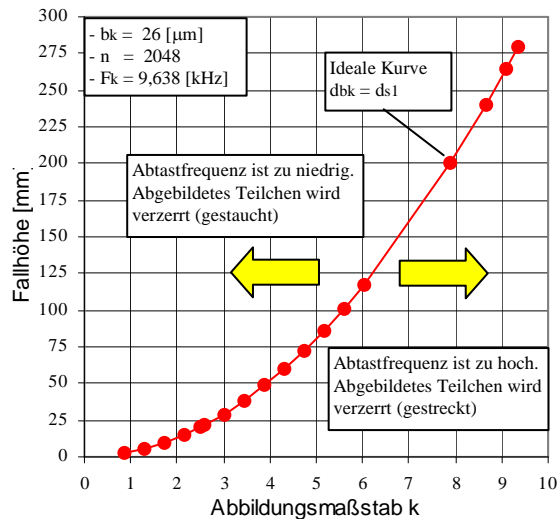
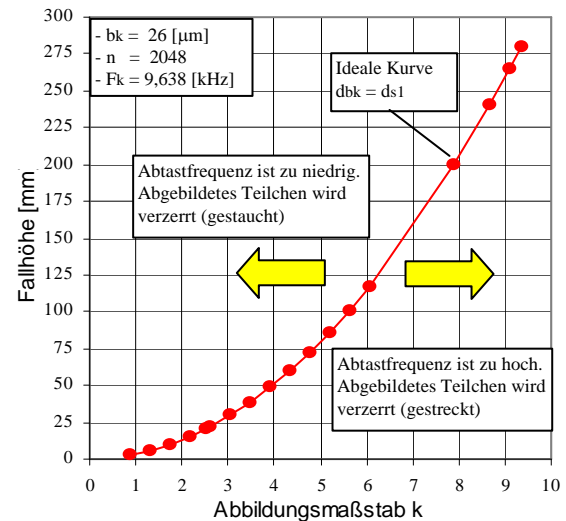
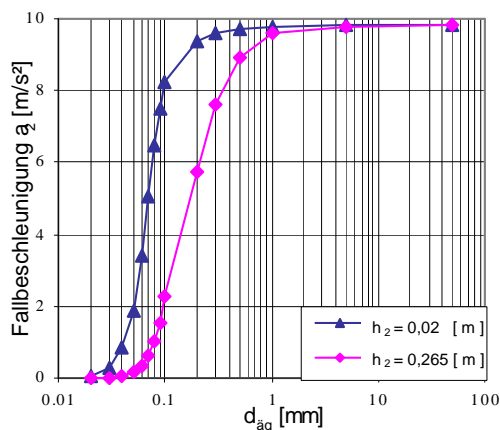
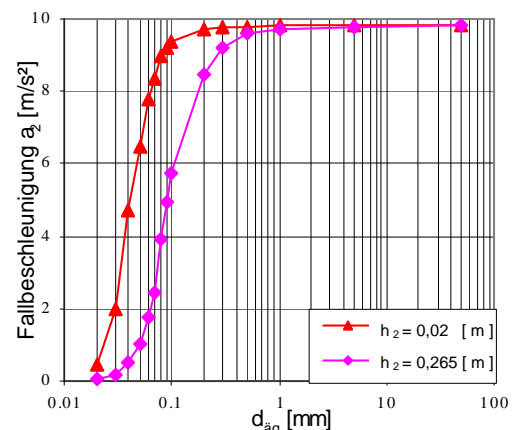
a) Für Dichte $\rho_p = 2800$ [kg/m³]b) Für Dichte $\rho_p = 8000$ [kg/m³]

Abb. 33: Abhängigkeit der Fallhöhe vom Abbildungsmaßstab bei konstanten Kameraeinstellungen

Des Weiteren ist darauf hinzuweisen, dass die Bildverzerrungen (Stauchung, Streckung) die Gestaltsbeschreibung im Mikro- bzw. Mesobereich beeinflussen können.

3.6.3 Einfluss der Fallbeschleunigung auf die Partikelbildaufnahme

Bisher wurde ausschließlich der Zeitpunkt, bei dem das Partikel in die Messebene eintritt, betrachtet. Im folgenden wird auch die Partikelbeschleunigung während der Partikelbewegung im Messfeld untersucht. Dazu ist in Abb. 34 die Fallbeschleunigung als Funktion des Teilchendurchmessers für zwei Fallhöhen dargestellt.

a) Für Dichte $\rho_p = 2800$ [kg/m³]b) Für Dichte $\rho_p = 8000$ [kg/m³]Abb. 34: Beschleunigung von Partikeln mit unterschiedlichem Äquivalentdurchmesser d_{aq} bei definierter Fallhöhe von Abwurfkante der Transportrinne bis Kameramessebene h_2

Es ist erkennbar, dass für einer Fallhöhe von 20 mm und ab einer Teilchengröße von etwa 200 μm eine konstante Fallbeschleunigung vorausgesetzt werden kann. In diesem Bereich steigt

die Teilchengeschwindigkeit linear mit dem Teilchendurchmesser an (s. Abb. 29). Infolgedessen haben Teilchen mit großem Äquivalentdurchmesser eine größere Geschwindigkeit beim Austritt aus der Messebene. Dieser Umstand führt zu einer Änderung des Fallweges pro Scannung d_{s1} und damit zur einer Verletzung des Optimierungskriteriums $d_{s1} = d_{bk}$ für eine korrekte Bildaufnahme. Die Quantifizierung dieser Auswirkungen wird für unterschiedliche Teilchengrößen bei vorgegebenen Hardwareeinstellungen durch rechentechnische Untersuchungen nachgewiesen. Dabei sind folgende Parameter wichtig:

S_{pt} -Theoretische Anzahl der Kamera-Abtastungen (Abtastsehn), die während der Aufnahme (in einem bestimmten Messbereich) vom Modellkörper mit der Korngröße $d_{äq}$ erhalten werden. Die Bestimmung der theoretischen Sehnanzahl erfolgt nach Gl. (55).

$$S_{pt} = \frac{d_{äq}}{d_{bk}} \quad (55)$$

Mit Hilfe des prozentualen Höhenunterschiedes ΔH (s. Gl. (54)) kann der Einfluss der Geschwindigkeitszunahme auf den physikalischen Parameter d_{s1} an verschiedenen Messstellen (Messhöhen) h während der Partikelscannung nachgewiesen werden. Die Messstellen h sind wie folgt definiert (s. Abb. 35):

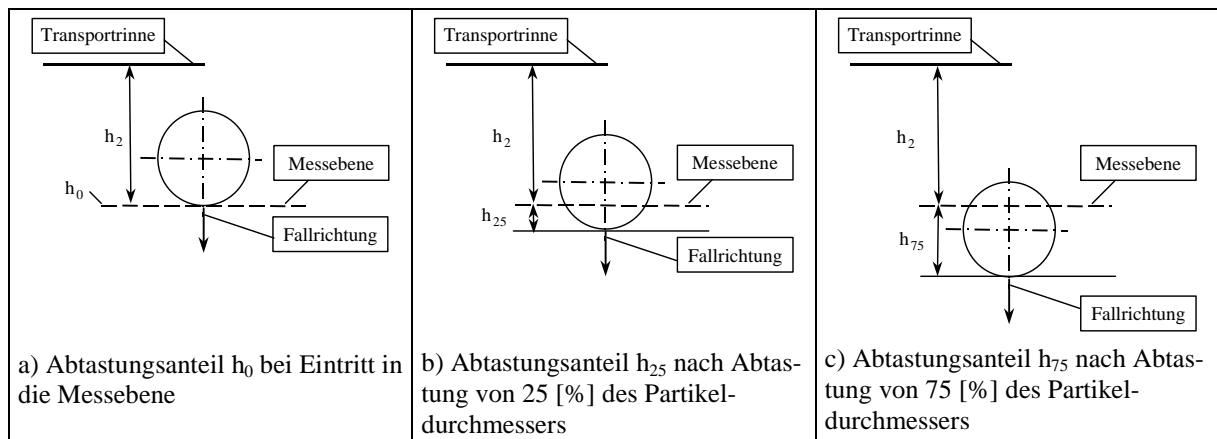


Abb. 35: Abtastungsanteil h als Stützpunkt zur Berechnung der Beschleunigungswirkung

$h_0 = 0$	- gleich nach dem Eintritt in die Messebene
$h_{25} = 25$ [%]	- nach Abtastung von 25 [%] des Partikeldurchmessers $d_{äq}$
$h_{50} = 50$ [%]	- nach Abtastung von 50 [%] des Partikeldurchmessers $d_{äq}$
$h_{75} = 75$ [%]	- nach Abtastung von 75 [%] des Partikeldurchmessers $d_{äq}$
$h_{100} = 100$ [%]	- nach Abtastung von 100 [%] des Partikeldurchmessers $d_{äq}$

Wie bereits erwähnt, charakterisiert die Größe ΔH_0 die Optimierungsqualität bei Eintritt in die Messebene. ΔH_{25} , ΔH_{50} , ΔH_{75} und ΔH_{100} kennzeichnen diesen nach 25, 50, 75 und 100 % der

Abtastung des Partikeldurchmessers d_{aq} . Eine grafische Darstellung des Ablaufs dieses Parameters ist in Abb. 36 dargestellt.

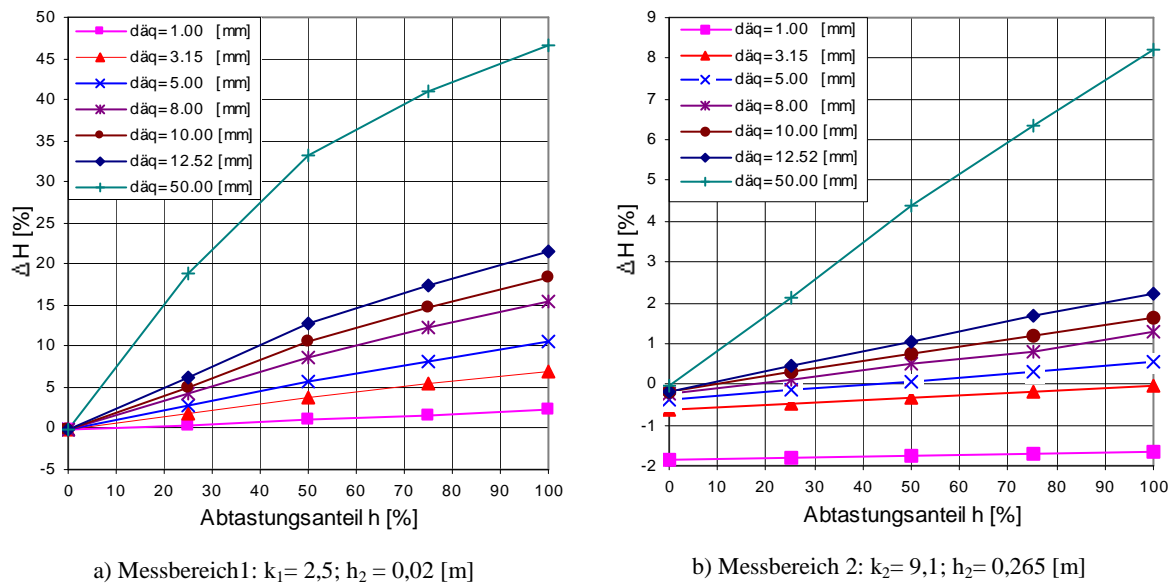


Abb. 36: Abweichung des Fallweges d_{s1} von der Kameraabtasthöhe d_{bk} in Abhängigkeit von der Eindringtiefe des Partikels

Für die theoretische Bewertung der Geschwindigkeitszunahme (Sehnenverlust) eines Gesamtpartikels wird ein vereinfachtes rechentechnisches Modell angewendet, in dem die Kugelteilchen in zwei Halbkugeln geteilt werden (s. Abb. 37b). Die erste Halbkugel erstreckt sich von der Eintrittsstelle des Partikels in die Messebene bis zu seinem Mittelpunkt. In diesem Teil wird mit dem Höhenunterschied ΔH_{50} gerechnet. Für die zweite Halbkugel vom Mittelpunkt bis zum Austritt aus der Messebene ist dagegen mit dem Parameter ΔH_{75} zu rechnen (s. Abb. 37).

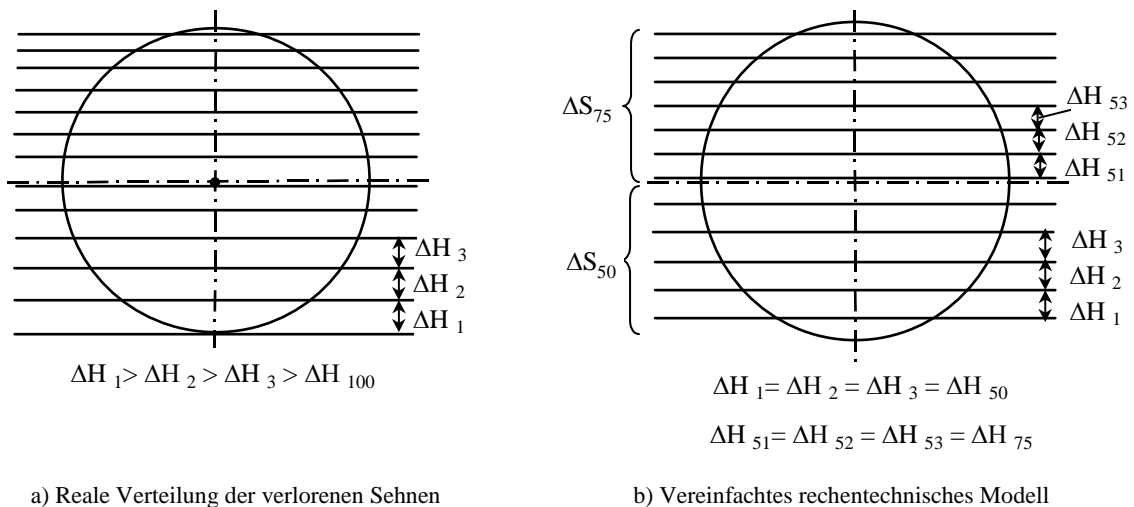


Abb. 37: Ideales und rechentechnisch vereinfachtes Modell zum Nachweis des Beschleunigungseinflusses auf die Bildaufnahme

Diese Vereinfachungen des Rechenmodells sind zulässig, da die Geschwindigkeiten in den Punkten ΔH_{50} und ΔH_{75} jeweils der mittleren Halbkugelgeschwindigkeit entsprechen (s. Abb. 37). Die Anzahl der verlorenen Sehnen je Halbkugel wird mit Hilfe der bereits ermittelten Parametern S_{pt} und ΔH (je Halbkugel) nach Gl. (56) und (57) berechnet.

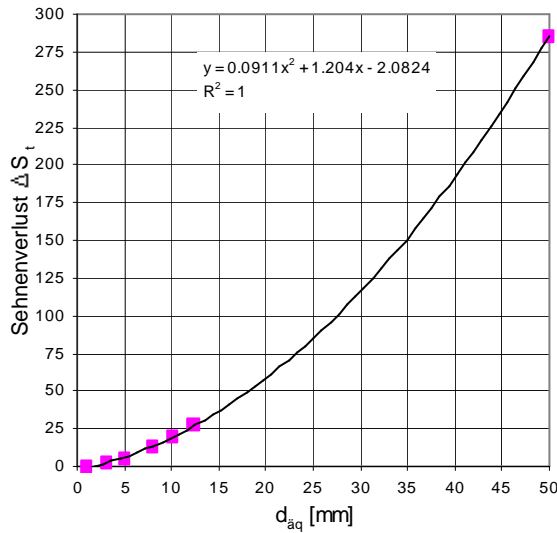
$$\Delta S_{50} = \frac{S_{pt}}{2} * \frac{\Delta H_{50}}{100} \quad (56)$$

$$\Delta S_{75} = \frac{S_{pt}}{2} * \frac{\Delta H_{75}}{100} \quad (57)$$

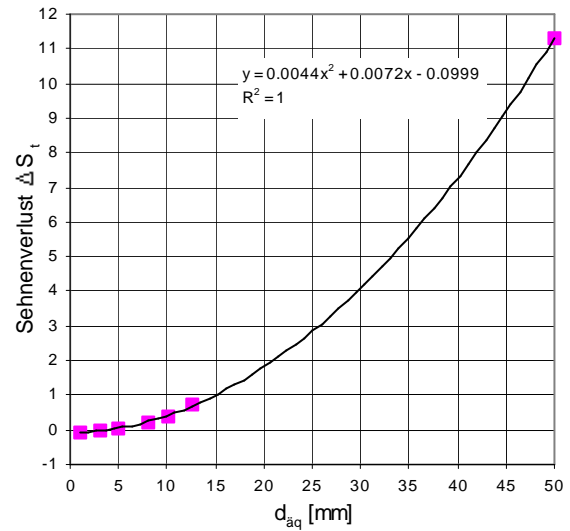
Diese Sehnenanzahlverluste ΔS_{50} und ΔS_{75} je Halbkugel sind in der Meßpraxis schwer nachzuweisen. Deshalb sind die theoretischen Aufnahmeverluste zu summieren (s. Gl. (58)), um diese mit den Ergebnissen der praktischen Aufnahmen vergleichen zu können.

$$\Delta S_t = \Delta S_{50} + \Delta S_{75} \quad (58)$$

Eine grafische Darstellung des Ablaufs dieses Parameters ist gemäß der Anlagen B- 7 und B- 8 in Abb. 38 zu finden.



a) Messbereich 1: $k_1 = 2,5$; $h_2 = 0,02$ [m]



b) Messbereich 2: $k_2 = 9,1$; $h_2 = 0,265$ [m]

Abb. 38: Theoretischer Sehnenverlust ΔS_t für Messbereiche 1 und 2

Aus der Anzahl der verlorenen Sehnen je Halbkugel ΔS_{50} und ΔS_{75} kann weiter der verlorene Partikelprojektionsflächeanteil ΔS_{at} ermittelt werden (s. Gl. (59)).

$$\Delta S_{at} = \Delta S_{at50} + \Delta S_{at75} \quad (59)$$

Einzelne Flächen in dieser Gleichung sind als Summen der jeweiligen Sehnenverluste je Halbkugel nach folgenden Gleichungen zu berechnen (s. Gl. (60) und (61)).

$$\Delta S_{at50} = \sum_{i=1}^{\Delta S_{50}} L_{k50i} * d_{bk} \quad (60)$$

ΔS_{at50} - Flächenverlust vom Eintritt des Teilchens in die Messebene bis zu $d_{aq}/2$

$$\Delta S_{at75} = \sum_{i=1}^{\Delta S_{75}} L_{k75i} * d_{bk} \quad (61)$$

ΔS_{at75} - Flächenverlust von $d_{aq}/2$ bis zum Austritt des Teilchens aus der Messebene

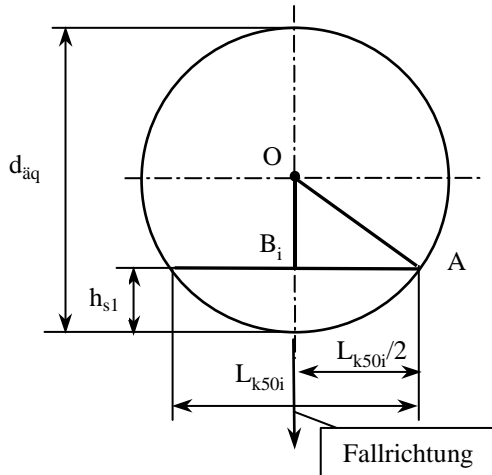
Die verwendeten Parameter haben dabei folgende Bedeutung:

d_{bk} - Pixelhöhe mit dem das Partikel aufgenommen wird

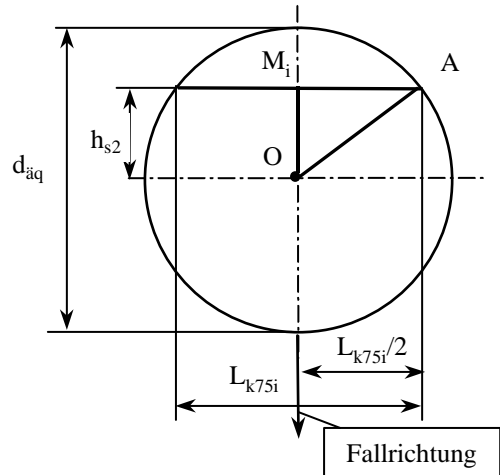
L_{k50i} - Länge der i- ten verlorenen Sehne der erste Halbkugel.

L_{k75i} - Länge der i- ten verlorenen Sehne der zweiten Halbkugel.

Die einzelnen Längen der verlorenen Sehnen (auf Grund der Kugelform ist diese Länge bei jeder verlorenen Sehne unterschiedlich) für die erste Halbkugel sind aus dem Dreieck OAB (s. Abb. 39 a) wie folgt zu berechnen (s. Gl (62)):



a) Berechnung der Sehnenlänge der ersten Halbkugel



b) Berechnung der Sehnenlänge der zweiten Halbkugel

Abb. 39: Ermittlung der Sehnenlängen L_{k50i} und L_{k75i}

$$L_{k50i} = 2 * \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OB_i}^2} \quad (62)$$

Strecke \overline{OA} entspricht den Kugelradius

Strecke $\overline{OB_i}$ ist die Höhe der i- ten verlorenen Sehne bis zum Mittelpunkt des Partikels

$$\overline{OB}_i = \sum_{i=d_{\text{äq}}/2}^0 (\overline{OB}_{i-1} - h_{s1}) \quad (63)$$

h_{s1} - ist die Fallhöhe zwischen zwei verlorenen Sehnen in der erste Halbkugel.

$$h_{s1} = \frac{d_{\text{äq}}}{2 * \Delta S_{50}} \quad (64)$$

Für die zweite Halbkugel ist die Länge der i- ten verlorenen Sehne L_{k75i} wie folgt zu berechnen:

$$L_{k75i} = 2 * \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}_i^2} \quad (65)$$

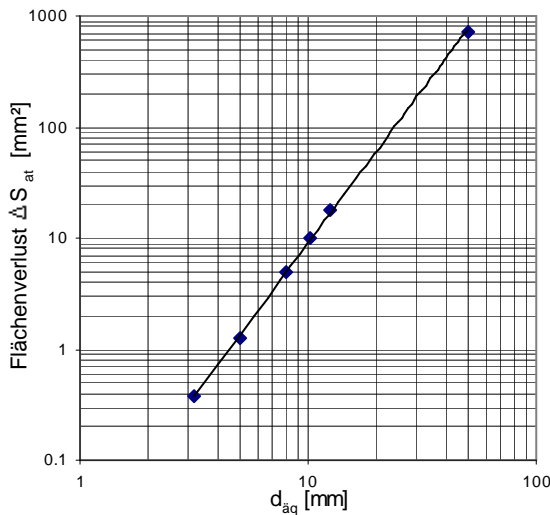
\overline{OM}_i - ist die Höhe von Mittelpunkt des Partikels bis zur i- ten verlorenen Sehne.

$$\overline{OM}_i = \sum_{i=0}^{d_{\text{äq}}/2} (\overline{OM}_{i-1} + h_{s2}) \quad (66)$$

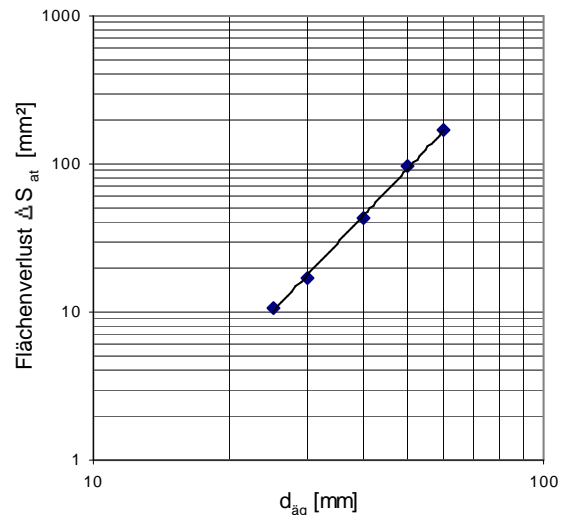
h_{s2} - ist die Fallhöhe zwischen zwei verlorenen Sehnen in der zweiten Halbkugel.

$$h_{s2} = \frac{d_{\text{äq}}}{2 * \Delta S_{75}} \quad (67)$$

In Abb. 40 ist eine grafische Darstellung der Modellrechnungen mit Kugeln unterschiedlichen Äquivalentdurchmessers bezüglich des Flächenverlustes ΔS_{at} in beiden Messbereichen während des Scannvorganges aufgezeigt. Aufgrund der angenommenen Kameraparameter existiert eine bestimmte Korngröße, ab der die Partikelbeschleunigung für eine korrekte Bildaufnahme berücksichtigt werden muss.



a) Messbereich 1: $k_1 = 2,5$; $h_2 = 0,02 [\text{m}]$



b) Messbereich 2: $k_2 = 9,1$; $h_2 = 0,265 [\text{m}]$

Abb. 40: Theoretischer Flächenverlust ΔS_{at} für die Messbereiche 1 und 2

Die dargestellten Rechenergebnisse (s. Abb. 40) wurden für Partikelgrößen mit mindestens einer verlorenen Sehne ($\Delta S_t > 1$) durchgeführt. Wenn die aufgenommene von der realen Projektionsfläche der Modellkörper abweicht, ist zu erwarten, dass sich der Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ der Modellkörper ebenfalls von dem aufgenommenen Durchmesser $d_{\text{äqk}}$ unterscheidet. Die Größe dieses Unterschiedes $\Delta d_{\text{äqt}}$ lässt sich nach folgender Gleichung ermitteln (s. Gl. (68)):

$$\Delta d_{\text{äqt}} = d_{\text{äq}} - d_{\text{äqt}} \quad (68)$$

$d_{\text{äq}}$ - realer Äquivalentdurchmesser des Partikels

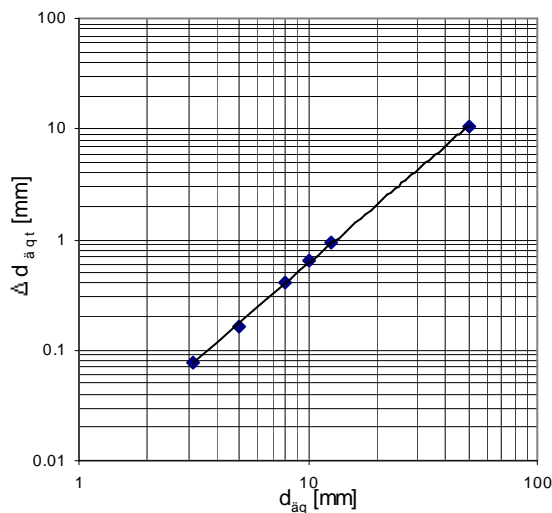
$d_{\text{äqt}}$ - Äquivalentdurchmesser des Partikels ermittelt vom aufgenommenen Projektionsbild

$$d_{\text{äqt}} = \sqrt{\frac{(S_a - \Delta S_{\text{at}}) * 4}{\pi}} \quad (69)$$

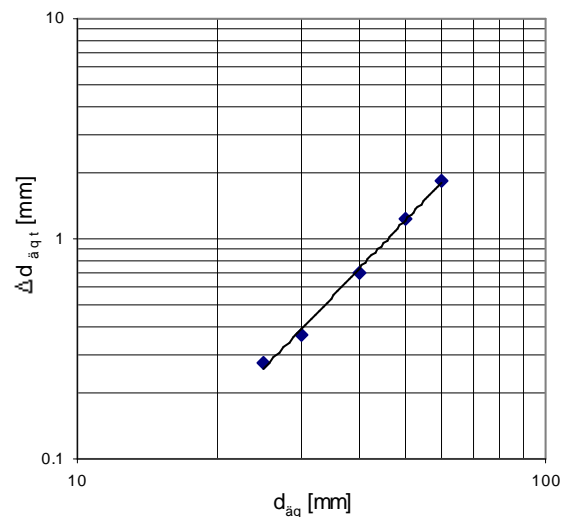
Die geometrische Projektionsfläche des Partikels S_a ist dabei wie folgt zu berechnen:

$$S_a = \frac{\pi * d_{\text{äq}}^2}{4} \quad (70)$$

Eine grafische Darstellung der Abweichung von der realen Größe des Modellpartikels ist in Abb. 41 für beide untersuchte Messbereiche dargestellt.



a) Messbereich 1: $k_1 = 2,5$; $h_2 = 0,02$ [m]



b) Messbereich 2: $k_2 = 2,5$; $h_2 = 0,265$ [m]

Abb. 41: Theoretische Abweichung der Korngröße für die Messbereiche 1 und 2

Aus den Diagrammen ist zu erkennen, dass im Messbereich 1 (s. Abb. 41 a) Teilchen mit einem Äquivalentdurchmesser von bis zu 3 mm ohne Verluste durch den Geschwindigkeitszuwachs aufgenommen werden. Im Messbereich 2 (s. Abb. 41 b) liegt diese Grenze wegen grö-

ßerer Pixelabmessungen deutlich höher. Dort spielt die Beschleunigung bis zu einer Korngröße von 25 mm keine Rolle.

In den Anlagen B- 7 und B- 8 sind die gesamten theoretischen Rechenergebnisse bezüglich der Sehnenverluste durch Geschwindigkeitsänderung für Kugeln unterschiedlichen Durchmessers zusammenfassend dargestellt.

Nachfolgend werden die theoretischen Betrachtungen der Ausgangseinstellungen bezüglich einer korrekten Bildaufnahme sowie der Einfluss der Geschwindigkeitsänderung mit Hilfe realer Aufnahmen von Lager- und Glaskugeln nachgewiesen.

3.7 Experimentelle Untersuchungen zur Überprüfung des Aufnahmeprinzips

In diesem Abschnitt werden die theoretischen Betrachtungen bezüglich einer korrekten Bildaufnahme durch experimentelle Untersuchungen mit Stahl- und Glaskugeln überprüft. Als Nachweis wird die Differenz zwischen der theoretischen Sehnenanzahl S_{pt} und der experimentell ermittelte Sehnenanzahl S_{pp} jedes Partikels verglichen. Im zweiten Teil werden statistische Untersuchungen über die Reproduzierbarkeit des Messprinzips durchgeführt. Für das durchzuführende Untersuchungsprogramm (s. Anlage B- 9) steht ein CCD-Zeilenkamerateßgerät mit einer variablen Höheneinstellung der Transportrinne (Partikelfallhöhe) zur Verfügung (s. Abb. 42). Durch Variation der Fallhöhe ist es möglich, den Einfluss der

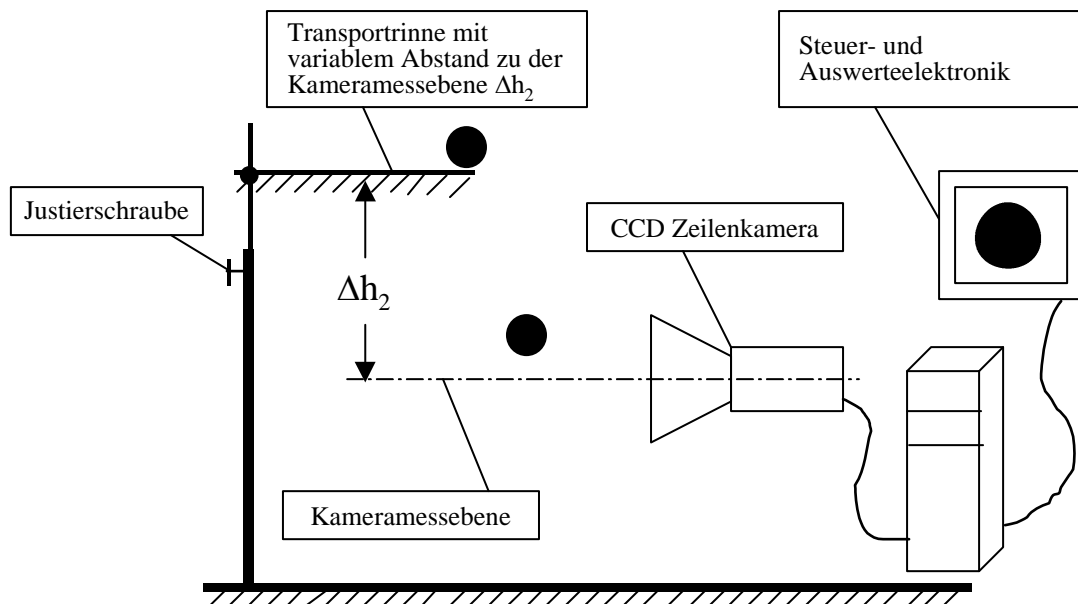


Abb. 42: Versuchsstand mit variabler Höheneinstellung der Transportrinne (Partikelfallhöhe)

Eintrittsgeschwindigkeit in die Messebene und der Geschwindigkeitszunahme während des Scannvorgangs (Bildaufnahme) auf die Partikelprojektionsfläche (Sehnenanzahl pro Bild)

nachzuweisen. Die im TIFF- Format gespeicherten Projektionsbilder wurden weiter mit einem selbst entwickelten Programm analysiert. Dabei sind die folgenden Parameter zu ermitteln:

- S_{pp}, S_{kp} - Experimentelle Sehnen- und Spaltenanzahl pro Partikel
 ΔS_p - Experimentelle Anzahl der verlorenen Sehnen
 ΔS_{ap} - Experimenteller Projektionsflächenverlust
 $d_{\text{äq}}$ - Der aus dem Projektionsbild ermittelte Äquivalentdurchmesser des Partikels
 X_a / X_b - Verhältnis zwischen längster und kürzester Größtabmessung

3.7.1 Messtechnische Ermittlung aufnahmerelevanter Parameter

Für die Durchführung der experimentellen Untersuchungen wurden Modellkörper (Stahl- und Glaskugeln) mit unterschiedlichen Äquivalentdurchmessern $d_{\text{äq}}$ verwendet. Zur Kennzeichnung ihrer Originalparameter wurde sie einer messtechnischen Bewertung (Mikrometermessung) unterzogen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 8 dargestellt. Es zeigte sich, dass die Modellkugeln aus Glas zum Teil größere Schwankungen in einzelnen Parametern aufwiesen. Die Modellkörper wurden bei unterschiedlichen Fallhöhen von der Transportrinne abgeworfen und durch die CCD-Zeilenkamera messtechnisch erfasst. Für das gesamte Untersuchungsprogramm sind über 400 Bilder aufgenommen und ausgewertet worden. In den Anlagen B- 11 bis B- 18 sind alle Mess- und Rechenergebnisse zusammengefasst.

Tabelle 8: Durch Mikrometermessungen ermittelte Kugelparameter (je 20 Kugeln)

Kugel	Parameter	Einheit	Max. Wert	Min. Wert	Mittelwert	Standardabweichung	relative Standardabweichung [%]
3.14	X_a/X_b	-	1.003	1.000	1.002	0.0012	0.1176
	Fläche S_m	[mm ²]	7.855	7.719	7.778	0.0455	0.5852
	$d_{\text{äq}}$	[mm]	3.162	3.135	3.147	0.0089	0.2841
8.00	X_a/X_b	-	1.099	1.028	1.062	0.0172	1.6195
	Fläche S_m	[mm ²]	48.431	48.431	50.197	0.8836	1.7603
	$d_{\text{äq}}$	[mm]	8.167	7.897	8.009	0.0615	0.7675
10.00	X_a/X_b	-	1.030	1.003	1.012	0.0056	0.5513
	Fläche S_m	[mm ²]	85.846	76.193	81.042	2.1435	2.6450
	$d_{\text{äq}}$	[mm]	10.455	9.849	10.157	0.1340	1.3194
12.52	X_a/X_b	-	1.000	1.000	1.000	0.0000	0.0000
	Fläche	[mm ²]	123.111	123.111	123.111	0.0000	0.0000
	$d_{\text{äq}}$	[mm]	12.520	12.520	12.520	0.0000	0.0000

An zwei Beispielen (je Messbereich) wird der Einfluss der Fallhöhe auf die Projektionsflächenform einer Stahlkugel mit $d_{\text{äq}} = 12,52$ mm in den beiden Messbereichen (Zeilenabtastfrequenz $F_k = 9,638$ kHz, Abbildungsmaßstab im Messbereich 1 mit $k_1 = 2,5$ und in Messbereich 2 mit $k_2 = 9,1$) dargestellt (s. Abb. 43 und Abb. 44). Aus Abb. 43 ist erkennbar, dass aufgrund der Aufnahmebedingungen im Messbereich 1 (MB1) ein erheblicher Einfluss der Fallbedin-

gungen (Eintrittsgeschwindigkeit während der Scannung) auf die Bildaufnahme besteht.









Fallhöhe [mm]	12	14	15	16
Abbildung				
Fallhöhe [mm]	17	18	20	23
Abbildung				

Abb. 43: Aufnahmen von Glaskugeln mit $d_{aq} = 10,00$ mm im MB1 aus verschiedenen Fallhöhen

Bei geringeren Höhen fallen die Partikel langsamer und werden dadurch gestreckt (Doppelscannungen) abgebildet. Größere Fallhöhen bewirken größere Fallgeschwindigkeiten der Partikel während der Scannung und somit eine Stauchung der Abbildungen. Gemäß der in Abschnitt 3.4.2 festgelegten Optimierungsbedingungen kann der Bildaufnahmefehler durch Änderung der Abtastfrequenz, des Abbildungsmassstabs der Kamera oder der Partikelfallhöhe vermieden werden.

Bei Messdurchführung in MB 2 mit dem Abbildungsmassstab $k_2 = 9,1$ und $F_k = 9,638$ kHz ist erwartungsgemäß der Einfluss der Fallhöhe auf die Qualität der Bildaufnahme geringer.







Fallhöhe [mm]	235	245	255
Abbildung			
Fallhöhe [mm]	265	275	285
Abbildung			

Abb. 44: Aufnahmen von Glaskugeln mit $d_{aq} = 10,00$ mm in MB 2 aus verschiedenen Fallhöhen

Die rechentechnische Auswertung (s. Tabelle 9) bestätigt die Erkenntnisse aus den grafischen Betrachtungen von Abb. 43 und Abb. 44. Auf Basis der experimentellen und theoretischen

Betrachtungen lässt sich ein Parametervergleich zwischen theoretischen und praktischen Berechnungen durchführen. Die Ergebnisse in Tabelle 10 weisen nach, dass unabhängig vom Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ der Modellkörper und für beide Messbereiche eine gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen und experimentellen Ergebnissen besteht.

Tabelle 9: Berechnungen aus den realen Bildaufnahmen

Ergebnisse aus praktischen Untersuchungen										
$k_1 = 2.5; b_k = 0.000026 \text{ [m]}; h_2 = 0.02 \text{ [m]}$						$k_2 = 9.1; b_k = 0.000026 \text{ [m]}; h_2 = 0.265 \text{ [m]}$				
$d_{\text{äq}}$	S_{pp}	$\Delta S_{\text{p}} = S_{\text{pt}} - S_{\text{pp}}$	$\Delta S_{\text{ap}} = S_{\text{a}} - S_{\text{ak}}$	$d_{\text{äqk}}$	$\Delta d_{\text{äqk}}$	S_{pp}	$\Delta S_{\text{p}} = S_{\text{pt}} - S_{\text{pp}}$	$\Delta S_{\text{ap}} = S_{\text{a}} - S_{\text{ak}}$	$d_{\text{äqk}}$	$\Delta d_{\text{äqk}}$
[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]
3.15	44.75	3.665	0.464	3.052	0.095	12.75	-0.564	-0.402	3.227	-0.080
8.01	109.63	13.590	4.574	7.636	0.373	33.63	-0.187	-2.354	8.193	-0.184
10.16	135.38	20.887	10.265	9.489	0.668	42.13	-0.140	-0.957	10.216	-0.059
12.52	169.13	23.490	10.775	11.960	0.560	53.00	0.084	-4.410	12.742	-0.222

Tabelle 10: Parametervergleich zwischen theoretischen und praktischen Berechnungen

Vergleich von Theorie und Praxis						
$k_1 = 2.5; b_k = 0.000026 \text{ [m]}; h_2 = 0.02 \text{ [m]}$				$k_2 = 9.1; b_k = 0.000026 \text{ [m]}; h_2 = 0.265 \text{ [m]}$		
$d_{\text{äq}}$	$\Delta S = \Delta S_{\text{p}} - \Delta S_{\text{t}}$	$\Delta S_{\text{a}} = \Delta S_{\text{ap}} - \Delta S_{\text{at}}$	$\Delta d_{\text{äq}} = \Delta d_{\text{äqt}} - \Delta d_{\text{äqk}}$	$\Delta S = \Delta S_{\text{p}} - \Delta S_{\text{t}}$	$\Delta S_{\text{a}} = \Delta S_{\text{ap}} - \Delta S_{\text{at}}$	$\Delta d_{\text{äq}} = \Delta d_{\text{äqt}} - \Delta d_{\text{äqk}}$
[mm]	-	[mm ²]	[mm]	-	[mm ²]	[mm]
3.15	1.48	0.09	0.018	-0.53	-0.402	-0.080
8.01	0.69	-0.47	-0.038	-0.41	-2.354	-0.184
10.16	1.18	0.25	0.019	-0.55	-0.957	-0.059
12.52	-4.46	-6.90	-0.373	-0.64	-4.410	-0.222

Bei den Abtastsehnern im MB 1 beträgt die größte Sehnendifferenz ΔS zwischen Modell und Realität 4,5 Sehnern, wobei eine Differenz von 2 Sehnern mit dem statistischen Charakter der Erfassung der ersten und letzten Sehne eines Partikels nicht zu vermeiden ist. Somit beträgt der eigentliche Fehler zwischen theoretischen und praktischen Betrachtungen nur 2,5 Sehnern. Bezogen auf die gesamte Sehnenanzahl S_{pt} entspricht dies einem Fehler von weniger als 1,3 %.

3.7.2 Untersuchungen zur Reproduzierbarkeit des Aufnahmeprinzips

Für die Güte eines Messprinzips ist neben den schon untersuchten Parameter auch die Reproduzierbarkeit (Wiederholgenauigkeit) von großem Interesse. Diese kann durch die Standardabweichung σ (s. Gl. (71)) und die relative Standardabweichung s (Variationskoeffizient, s. Gl. (72)), ermittelt werden (s. Anlage B- 19).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_t} (y_i - \bar{y})^2}{n_t - 1}} \quad (71)$$

$$s = \frac{\sigma}{\bar{y}} * 100 [\%] \quad (72)$$

Dabei bedeuten:

y_i - Laufender Messwert

n_t - Gesamtanzahl der Testmessungen

\bar{y} - Arithmetischer Mittelwert (s. Gl. (73)) der Versuchswerte

$$\bar{y} = \frac{1}{n_{ti}} * \sum_{i=1}^{n_t} x_i \quad (73)$$

Die Ergebnisse der Untersuchungen im MB 1, MB 2 und der Mikromettermessungen sind in Abb. 45 für unterschiedliche Parameter vergleichend gegenübergestellt.

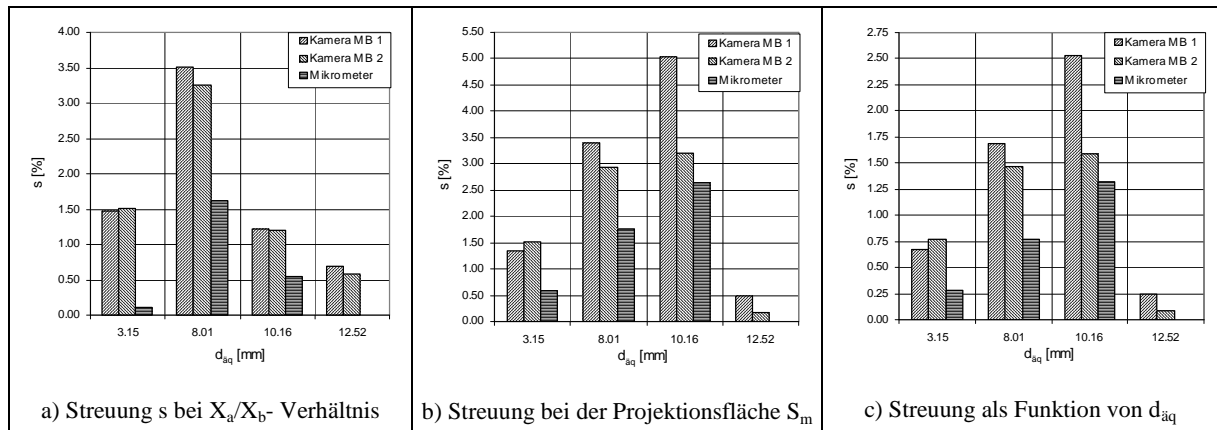


Abb. 45: Vergleich der relativen Standardabweichung für Parameter Hauptabmessungen X_a/X_b , Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$ und Projektionsfläche S_m ermittelt durch Kamera- und Mikromettermessungen

Dabei ist zu erkennen, dass die messtechnische Erfassung der Parameter im Vergleich der beiden Messbereichen zur Mikromettermessung deutliche Unterschiede aufweist. Besonders genau ist die Erfassung der Parameter der beiden Stahlkugeldurchmesser 3,15 mm und 12,52 mm, während bei Glaskugeln (Durchmesser 8,01 mm und 10,16 mm) infolge herstellungsbedingter Durchmesserschwankungen größere Standardabweichungen auftreten. Außerdem ist erkennbar, dass diese mit zunehmendem $d_{äq}$ abnehmen (s. Lagerkugeln). Die experimentellen Ergebnisse weisen für beide Messbereiche gegenüber der Mikromettermessung eine schlechtere Reproduzierbarkeit auf. Dies ist eine Folge von zusätzlichen (zufälliger) Messfehler, die bspw. durch Änderungen der Lichtintensität oder durch Abweichungen der Partikel von der ideale Messebene hervorgerufen werden.

Im Ergebnis der Untersuchungen lässt sich nachfolgendes feststellen:

- Eine korrekte Bildaufnahme mit dem betrachteten Aufnahmeprinzip erfordert eine Abstimmung der physikalischen Fallbedingungen des Partikels (z.B. Fallhöhe) mit den hardwaremässigen Kameraeinstellungen (Abtastfrequenz F_k , Abbildungsmassstab k), und damit die Erfüllung der Optimierungsbedingung $d_{s1} = d_{bk}$.
- Bei erfüllter Optimierungsbedingung hat die Geschwindigkeitszunahme der Partikel (bis zu einem definierten d_{aq}) während des Scannprozesses nur einen geringen Einfluss auf die Qualität der Bildaufnahme.
- Die geschwindigkeitsabhängigen Sehnanzahldifferenzen führen innerhalb eines bestimmten Korngrößenbereichs zu geringfügigen Bildverzerrungen, die bei der Bewertung der Kornform vernachlässigbar sind. Der Betrag der Sehnanzahldifferenz ist eine Funktion der gewählten Pixelgröße (je größer die gewählte Pixelgröße, desto breiter der Korngrößenbereich).
- Aus den Ergebnissen der Untersuchungen bezüglich der Reproduzierbarkeit ist festzustellen, dass die relative Standardabweichung (Variationskoeffizient) der digitalen Bildaufnahme größer ist, als die der Mikrometermessung. Ursache dafür sind zusätzliche, unvermeidbare Aufnahmefehler (statistische Fehler).

3.8 Anwendungsgrenzen der digitalen Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Kornformbestimmung

Bei der Abschätzung der Anwendungsgrenzen der digitalen Bildaufnahmetechnik ist der Einfluss der Pixelform und -größe auf das Projektionsbild eines Teilchens zu beachten.

3.8.1 Einfluss der Pixelform auf das Projektionsbild eines Teilchens

Prinzipiell kann die Pixelform bei der digitalen Aufnahmetechnik rechteckig oder quadratisch sein. Gemäß Abb. 46 können sich die Aufnahmen für ein bestimmtes Teilchen bei Verwendung von rechteckigen und quadratischen Pixelformen unterscheiden.

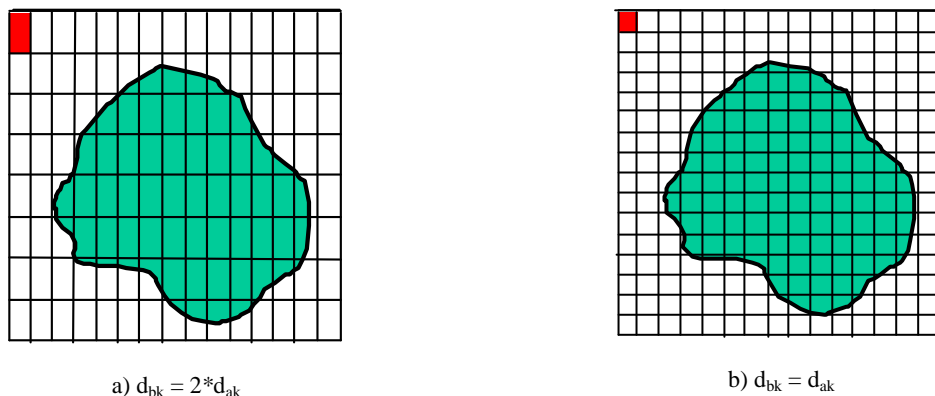


Abb. 46: Rechteckige und quadratische Pixelform der digitalen Aufnahmetechnik

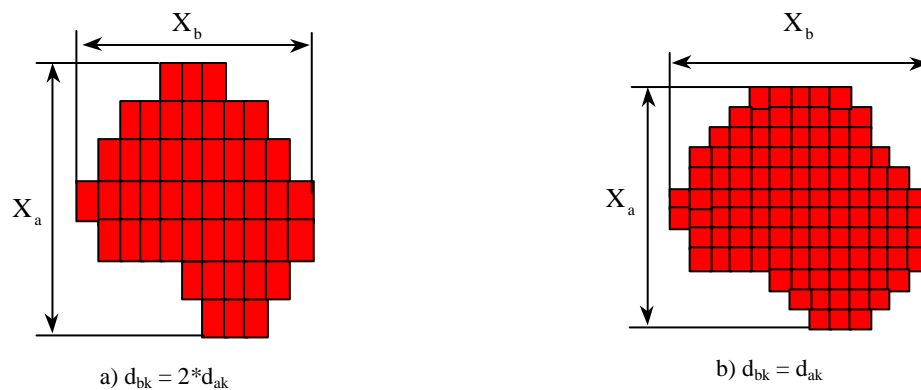


Abb. 47: Partikelabbildungen mit rechteckiger und quadratischer Pixelform

Für die Bewertung des Pixelformeinflusses können die vertikalen bzw. horizontalen Längenteile herangezogen werden (s. Gl. (74) und (75)).

$$V_{\text{vert}} = \frac{d_{bk}}{a} \cdot 100 [\%] \quad (74)$$

$$H_{\text{hor}} = \frac{d_{ak}}{c} \cdot 100 [\%] \quad (75)$$

V_{vert} - Vertikaler Längenteil- Auflösung in vertikale Richtung

H_{hor} - Horizontaler Längenteil- Auflösung in horizontaler Richtung

Entsprechend der Pixelform ergeben sich in beiden Richtungen unterschiedliche Längenteile. Im Hinblick auf eine korrekte Bildaufnahme und eine gleiche Auflösung in jeder Richtung (s. Abb. 47 b) ist die quadratische Pixelform zu bevorzugen.

3.8.2 Einfluss der Pixelgröße auf das Projektionsbild eines Teilchens

Neben der Partikelform wird die Qualität der Partikelgrößen- und Formbewertung in starkem Maße durch die Pixelgröße beeinflusst. Der prinzipielle Einfluss der Pixelgröße ist in den Abb. 48 und Abb. 49 dargestellt.

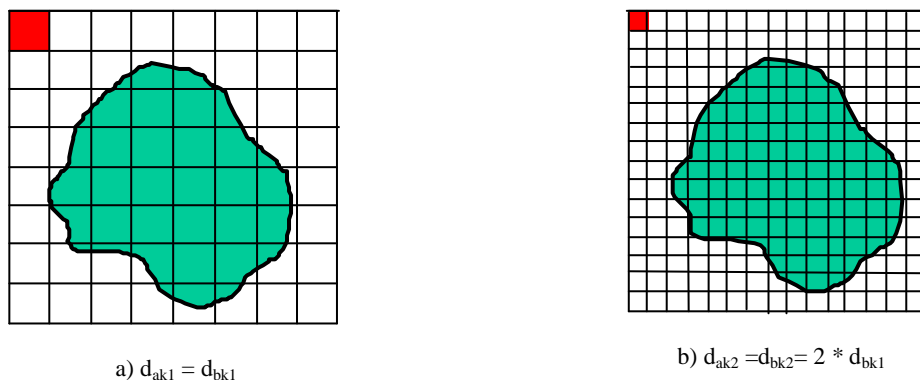


Abb. 48: Aufnahme einer Partikelprojektion mit unterschiedlichen Kameraauflösungen



Abb. 49: Digitalisierte Projektionsbilder nach Aufnahme mit unterschiedlichen Kameraauflösungen

Aus diesen Bildern ist deutlich zu erkennen, welche Auswirkungen die Pixelgröße für die Korngrößen- und Kornformcharakterisierung hat. Aus den nachfolgenden Betrachtungen sollen daher die Mindestanforderungen bezüglich der Pixelanzahl und -größe für die Korngrößen- und Kornformbestimmung in den unterschiedlichen Gestaltsbereichen definiert werden. Zur Quantifizierung der Mindestanforderung bezüglich der Anzahl der abzudeckenden Pixel kann der relative Pixelflächenanteil als Verhältnis von Pixelfläche und Projektionsfläche des Realpartikels verwendet werden (s. Gl. (76)).

$$P_r = \frac{P_f}{S_a} = \frac{d_{ak} * d_{bk}}{n_g * d_{ak} * d_{bk}} = \frac{1}{n_g} * 100 [\%] \quad (76)$$

Dabei bedeuten:

- P_f - Pixelfläche ($P_f = d_{ak} * d_{bk}$)
- S_a - Projektionsfläche des Partikels
- n_g - Gesamtpixelanzahl im Projektionsbild des Partikels

Je mehr Pixel durch die Projektionsfläche des Partikels abgedeckt werden, umso kleiner ist der relative Pixelflächenanteil (s. Gl. (76)).

- Korngrößenbestimmung

Gemäß Abb. 50 kann davon ausgegangen werden, dass als untere Nachweisgrenze für die Korngrößenbestimmung mindestens ein Pixel abzudecken ist. Aus technischen Gründen muss

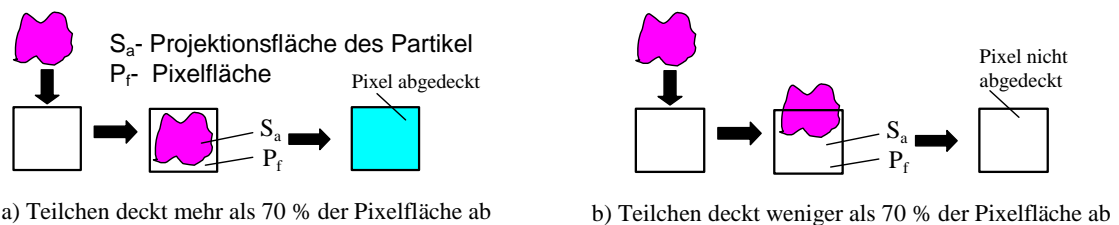


Abb. 50: Mindestanzahl von Pixeln für eine Korngrößenbestimmung

vorausgesetzt werden, dass die Teilchenfläche die Pixelfläche zu ca. 70 % abdeckt (s. Abschnitt 3.3.2). Aufgrund der in Abb. 50 a und b gezeigten Darstellung ist erkennbar, dass sehr

kleine Partikel nur mit einer statistischen Sicherheit $\leq 50\%$ erfasst werden können.

- Kornformbestimmung im Makrogestaltsbereich

Bei der Kornformcharakterisierung der Makrogestalt (z.B. Verhältnis X_a / X_b) wird von der Annahme ausgegangen, dass durch die Projektionsfläche mindestens 5 Pixel abgedeckt werden müssen (s. Abb. 51).

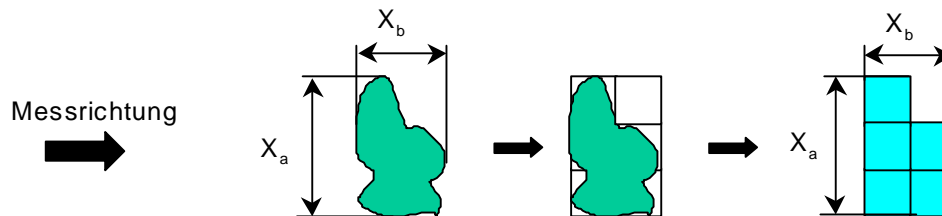


Abb. 51: Mindestanforderung für die Ermittlung der Kubizität (X_a/X_b -Verhältnis)

Durch statistische Betrachtungen wurde nachgewiesen, dass bei einer Abdeckung von nur 3 Pixeln eine Quantifizierung dieses Verhältnis zwar möglich ist, die Ergebnisse aber mit einer sehr großen Streuung behaftet sind [135].

- Kornformbestimmung im Mesogestaltsbereich (z.B. Sphärizität)

Bei der Charakterisierung der Sphärizität eines Partikels wird der Umfang eines Teilchens U_p zum Umfang eines flächengleichen Kreises U_{kf} ins Verhältnis gesetzt (s. Gl. (77)).

$$\Psi_{sp} = \frac{U_p}{U_{kf}} \quad (77)$$

Statistische Untersuchungen [135] führen zu der Annahme, dass für der Charakterisierung der Sphärizität eines Teilchens dessen Projektionsfläche mit mindestens 16 Pixel abgedeckt werden muss (s. Abb. 52).

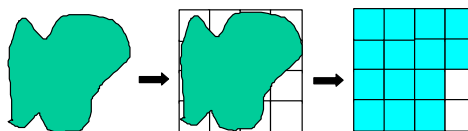


Abb. 52: Mindestanforderung (16 abzudeckende Pixel) für die Ermittlung der Sphärizität

Tabelle 11: Mindestanforderung der Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Kornformbestimmung

	Korngrößenbestimmung	Kornformbestimmung	
	Korngröße	Makrobereich	Mesobereich
	z.B. Summenverteilung	X_a/X_b	Sphärizität Ψ_{sp}
Pixelanzahl	1	5	16
Pixelflächenanteil P_r [%]	100	20.0	6.25

Zusammenfassend lassen sich die Mindestanforderungen für die Korngrößen- und Kornform-

bestimmungen (Makro- und Mesobereich) gemäß Tabelle 11 festlegen. Eine grafische Darstellung der Ergebnisse mit der Kennzeichnung der praktischen Anwendungsbereiche ist in Abb. 53 dargestellt. Ausgehend von den definierten Mindestanforderungen (Tabelle 11 und Abb. 53) kann unter Beachtung der Kameraauflösung, durch Gleichsetzen der Berechnungsgleichungen für die Partikelprojektionsfläche die Abhängigkeit zwischen Pixelgröße (Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk}$) und Äquivalentdurchmesser des Partikels $d_{äq}$ abgeleitet werden. Durch Gleichsetzen der geometrischen Beziehungen für die Berechnung der Partikelprojektionsfläche, s Gl.(78),

$$S_a = \frac{\pi * d_{äq}^2}{4} \quad (78)$$

und

$$S_a = n_g * d_{ak} * d_{bk} \quad (79)$$

folgt für den Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$

$$d_{äq} = \sqrt{\frac{4 * n_g * d_{ak} * d_{bk}}{\pi}} \quad (80)$$

bzw. für die Pixelgröße

$$d_{ak} * d_{bk} = h_g * \frac{\pi * d_{äq}^2}{4} \quad (81)$$

Die für die praktische Anwendung wichtige Abhängigkeit zwischen Pixelgröße und Äquivalentdurchmesser ist grafisch in Abb. 54 dargestellt.

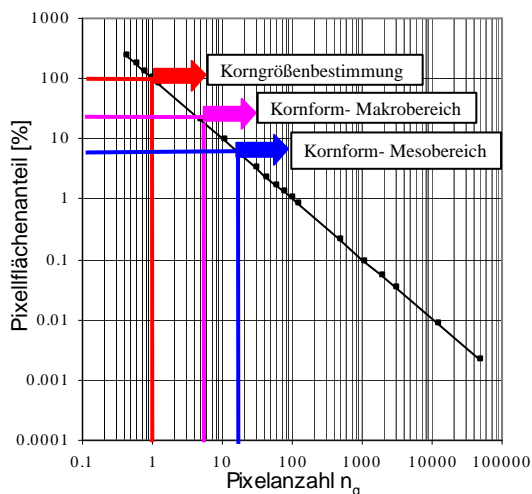


Abb. 53: Pixelflächenanteil in Funktion der Pixelanzahl

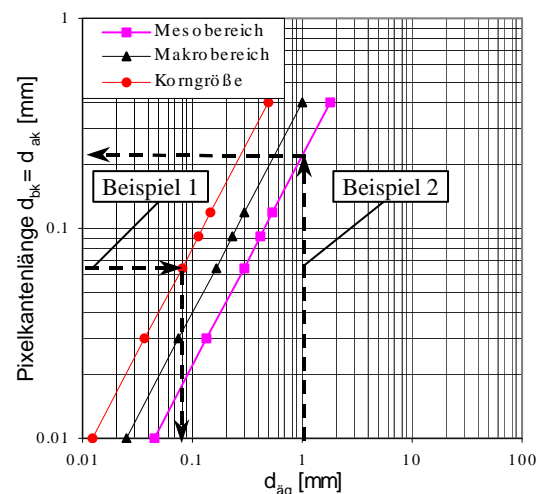


Abb. 54 Pixelkantenlänge als Funktion der Korngröße

Ablesebeispiel 1 (s. Abb. 54) geht von einer festgelegten Pixelgröße (Pixelkantenlänge) von 65 μm aus und zeigt, dass mit dieser Pixelgröße Partikel mit ca. $d_{äq} \geq 80 \mu\text{m}$ bei der Korngrö-

ßenbestimmung erfasst werden können. Ablesebeispiel 2 weist für eine vorgegebene Partikelgröße von $d_{aq} = 1000 \mu\text{m}$ eine erforderliche Mindestpixelgröße $d_{ak} = d_{bk} \leq 230 \mu\text{m}$ für eine Sphärizitätsbestimmung auf.

- Kornformbestimmung im Mikrogestaltsbereich (z.B. Rauigkeit)

Bei der Mikrogestaltsbeschreibung ist davon auszugehen, dass die von der Partikelprojektionsfläche abgedeckte Pixelanzahl wesentlich größer sein muss, als in den anderen Gestaltsbeschreibungsbereichen notwendig. Die abzudeckende Pixelanzahl wird maßgeblich durch die Größe der Einzelpixelfläche und die zu erfassenden Rauigkeitsflächen (s. Abb. 55 und Abb. 56) bestimmt.

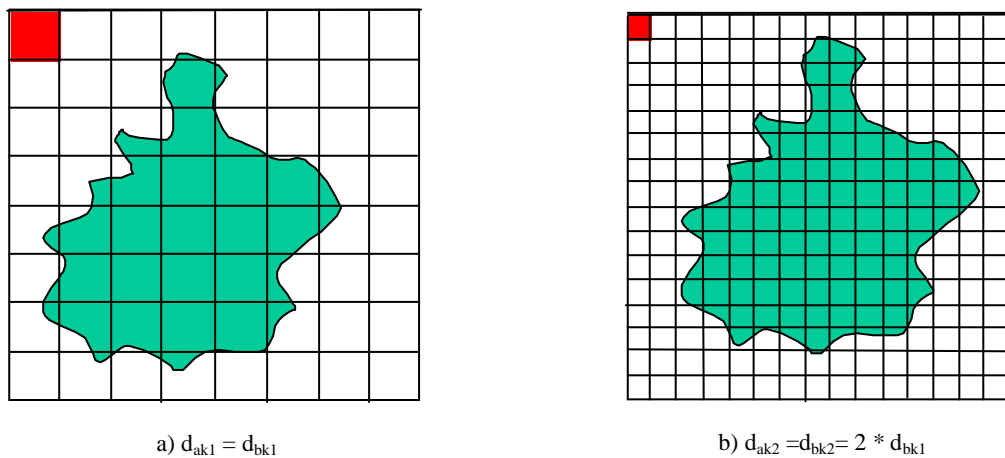


Abb. 55: Einfluss der Pixelgröße auf die Rauigkeitsbestimmung

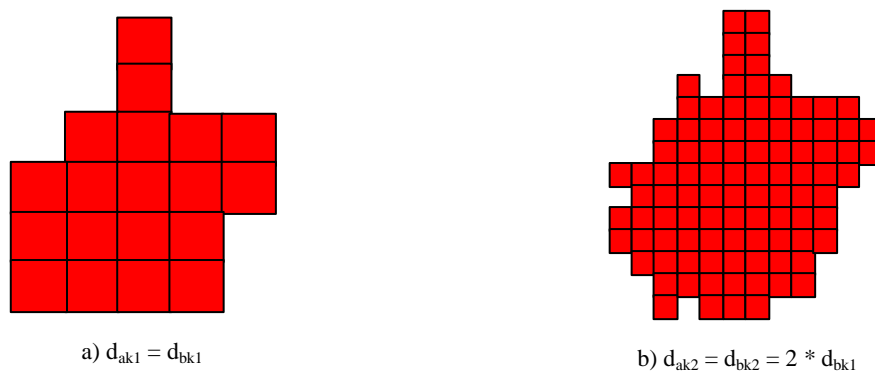


Abb. 56: Digitalisierte Projektionsbilder nach Aufnahme mit unterschiedlicher Kameraauflösung

Es ist deutlich zu erkennen, dass mit abnehmender Pixelgröße die Rauigkeit eines Realteilchens wesentlich besser erfasst werden kann. Eine Quantifizierung der Mindestanforderungen der Aufnahmetechnik für eine Charakterisierung der Mikrogestalt erfordert weitere Betrachtungen, z.B. zum Einfluss der Partikelposition (Abbildungslage) und der Partikelabfrageroutine (Abtastung der Partikelrandkontur) für die Festlegung der Partikelrandkontur. Dazu werden in Kapitel 4 und 5 weitere Betrachtungen angestellt.

4 Betrachtungen zur Bildbearbeitung und -auswertung

Wie in Abschnitt 3.1 bereits aufgeführt (s. Abb. 11), müssen neben den Problemen der Bildaufnahme auch die Erfordernisse der Bildbearbeitung und -auswertung näher betrachtet werden. Schwerpunkten sind dabei:

- die Festlegung der Partikelrandkontur (Flächenerosion),
- der Einfluss der Partikelabbildungslage,
- die Überführung der digitalisierten Randkontur in eine Punkt- Zug- Kurve und deren mathematische Auswertung für die Kornformcharakterisierung.

4.1 Flächenerosion

Als Eingangsinformation für die weiteren Betrachtungen werden digitale Binärbilder (im TIFF- Format) verwendet. Diese werden mittels eines Programmes in eine Bildmatrix mit X,Y- Koordinaten eingelesen. Da für die Partikelformbeschreibung nur die Partikelrandkontur von Interesse ist, müssen die in statistischer Abbildungslage aufgenommenen Partikelprojektionsbilder bezüglich ihrer Randkontur (Randpixel) analysiert und bearbeitet werden. Dazu bedient man sich der Methode der Flächenerosion, die eine Einordnung in die Kategorien „Randpixel“ und „Flächenpixel“ vornimmt. Unter Randpixel werden alle Pixel verstanden, die mindestens ein nicht abgedecktes Nachbarpixel aufweisen. Flächenpixel sind die Pixel, die ausschließlich abgedeckte Nachbarpixel haben.

Zur Ermittlung der Randpixel existieren verschiedene Grenztypdefinitionen, wie z.B. Grenztyp 4 bzw. 8 (s. Abb. 57). Es ist ersichtlich, dass der Typ 4 bezüglich der Freiheitsgrade für die Festlegung der Randpixel in der Bildmatrix günstiger zu verwenden ist als Grenztyp 8.

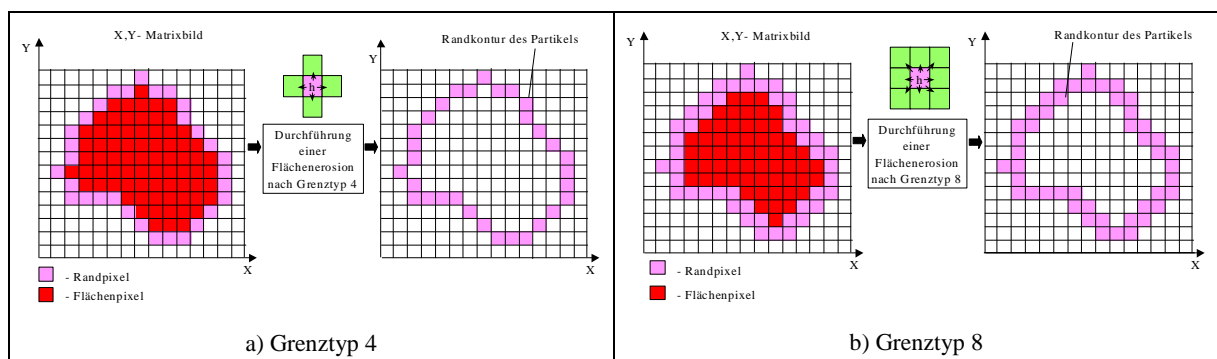


Abb. 57: Ermittlung der Randpixel nach Grenztyp 4 und Grenztyp 8

Für die weiteren Bearbeitungsschritte wird daher Grenztyp 4 verwendet. Durch Flächenerosion (Wegfall der Flächenpixel) erhält man die in Abb. 57 a dargestellte Partikelrandkontur. Die weiteren Betrachtungen werden mit dieser ermittelten Randkontur vorgenommen.

4.2 Randkonturabtastprinzip (Randkonturabfrageschleife)

Im nächsten Bearbeitungsschritt wird ein Algorithmus entwickelt, der die Randpunktkoordinaten unter Annahme einer definierten Abtastmethode abfragt und die Randpixelkoordinaten in definierter Reihenfolge festlegt (s. Abb. 58).

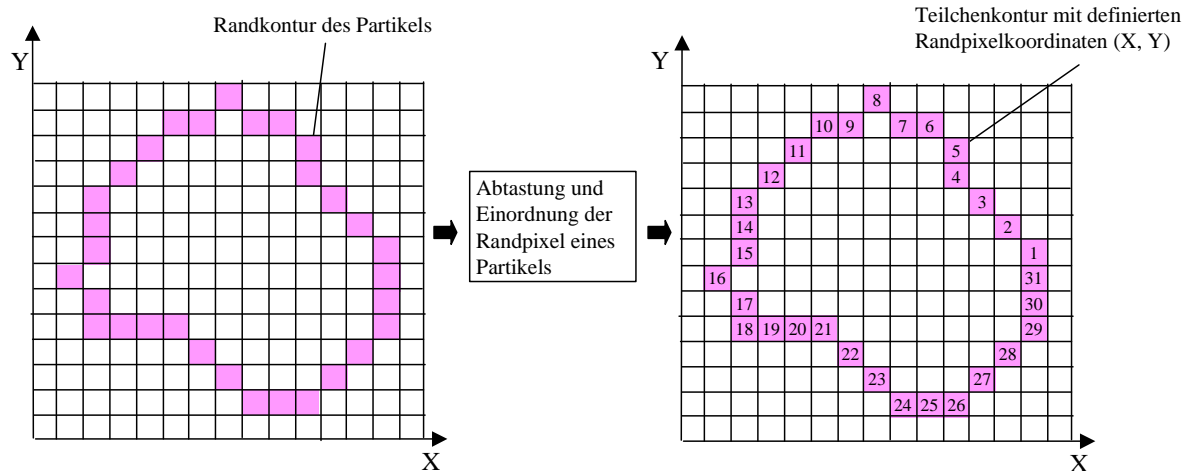


Abb. 58: Grundlegende Idee der Randkonturabtastung

Aus der Literatur [30; 43; 54] sind verschiedene Algorithmen zur Abtastung der Randkonturen bekannt. Am häufigsten wird der Chain- Code nach *Freeman* [30] angewendet (Abb. 59). Die Grundidee zur Konturabtastung geht von folgendem Effekt aus: Jedes Randpixel h hat maximal 8 direkte Nachbarpixel (s. Hilfsmatrix in Abb. 59) und eine Strecke (zwischen den Schwerpunkten von zwei Pixel) kann nur in eine von diesen 8 Richtungen verlaufen. Die Richtungen werden mit den Zahlen 0 bis 7 kodiert.

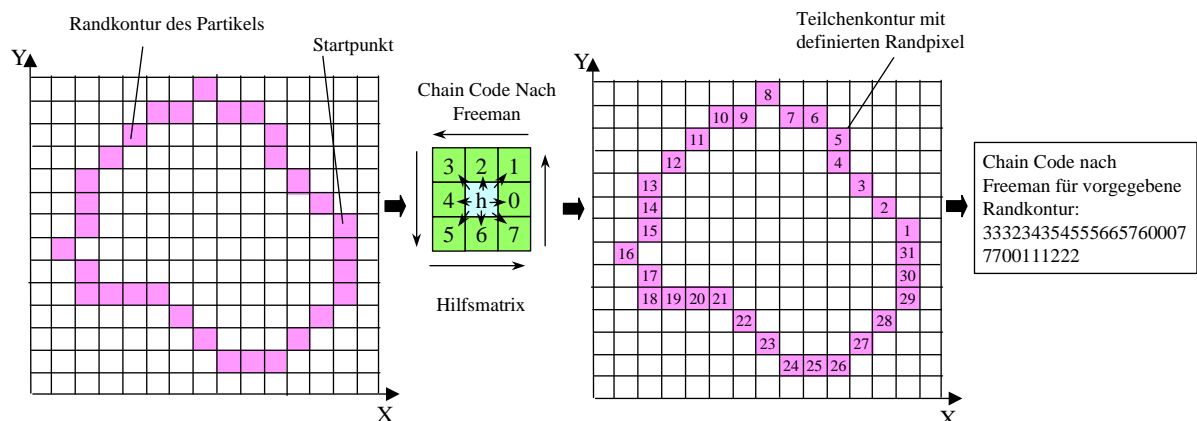


Abb. 59: Algorithmus zur Abtastung der Randkonturen nach *Freeman* [30]

Aufgrund der komplizierten Abfrageroutine der verwendeten Hilfsmatrix zur Abtastung der Nachbarschaftspixel erfordert diese einen hohen Rechen- und Speicherplatzbedarf. Ein weite-

rer Nachteil ist, dass die Information über die Abbildungslage des Objektes verloren geht.

Daher wird ein neuer 8- Punkte- Abfragealgorithmus vorgeschlagen, der im folgenden näher erläutert wird (s. Abb. 60). Nach Festlegung des Startpunktes und der Abtastrichtung erfolgt

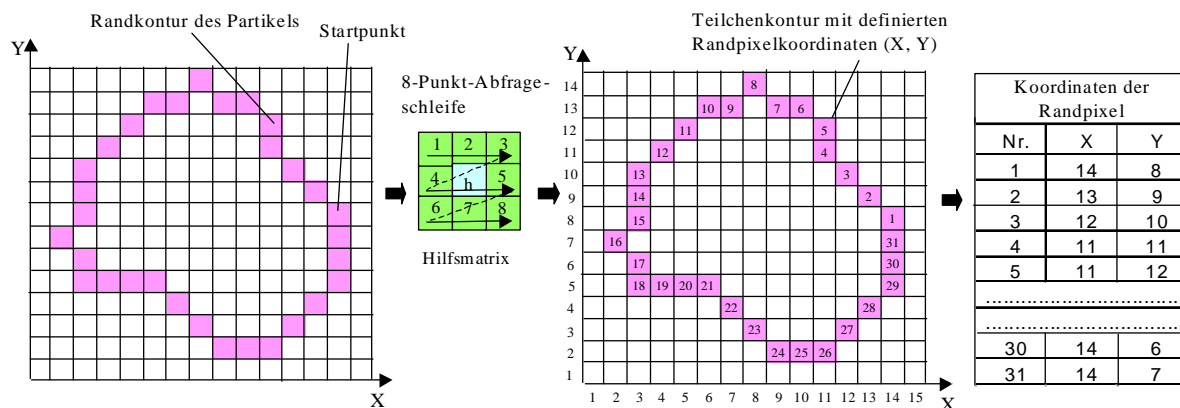


Abb. 60: Hauptschritte des neuen Randpixelabtastrprinzips

eine zeilenweise Abfrage gemäss Abb. 60 mit anschließender Festlegung der Randpixelkoordinaten, die zur weiteren Bearbeitung tabellarisch erfasst werden.

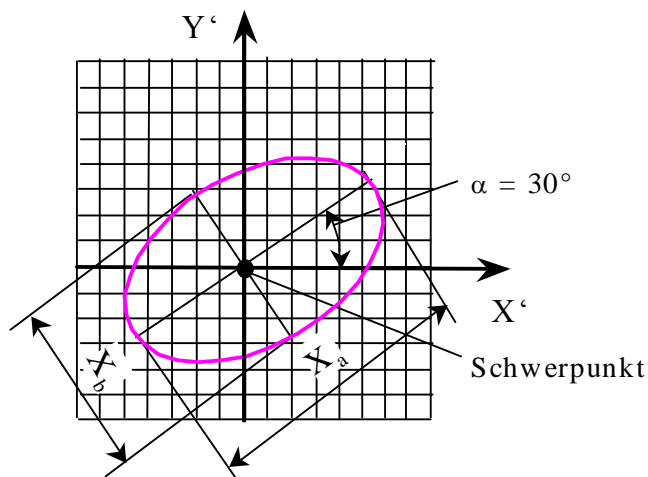
Das neue Randpixelabtastrprinzip hat folgende Vorteile gegenüber dem Chain- Code nach *Freeman*:

- Durch Abtastung der Hilfsmatrix mit einer Abfrageschleife kann der Rechen- und Speicheraufwand minimiert werden.
- Durch Verwendung der Randpixelkoordinaten bleiben die Informationen zur Partikelform und Abbildungslage für die weitere Bearbeitung erhalten.

4.3 Partikelabbildungslage

Im Abschnitt 3.3.3 wurde bereit darauf hingewiesen, dass für die Partikelaufnahme ein zweidimensionales Projektionsverfahrens angewendet wird. Dazu werden die Teilchen in einer statistischen Abbildungslage im Gegenlichtverfahren von einer CCD-Kamera zeilenweise abgetastet. Die gemessenen Partikelsehnen werden anschließend zu 2-D-Partikelprojektionsbildern zusammengesetzt, die dann im weiteren bezüglich Korngröße und -form analysiert werden können. Bei dieser Vorgehensweise ist davon auszugehen, dass die Abbildungslage der Partikel die Ergebnisse der Korngrößen- und Kornformanalyse beeinflussen kann. Dazu werden nachfolgend nähere Betrachtungen angestellt.

Unter Abbildungslage (Neigungswinkel α) soll der Winkel verstanden werden, der die größte Abmessung des Partikels mit der X- Achse bildet (s. Abb. 61).

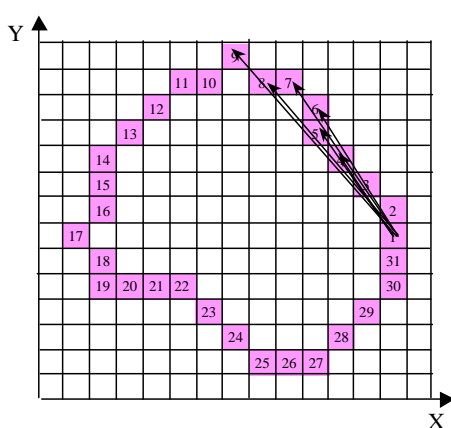
Abb. 61: Abbildungslage (Neigungswinkel α) eines Partikels

Für die Ermittlung der größten Abmessung X_a kann nach zwei unterschiedlichen Methoden vorgegangen werden:

- Prinzip der seriellen Längenberechnungen zwischen zwei Randpixeln.
- Prinzip der Abstandsberechnungen zwischen den Randkonturpixeln und dem Schwerpunkt des Partikels.

Die Vorgehensweise des ersten Prinzips wird in Abb. 62 näher erläutert. Ausgangspunkt der Betrachtungen ist die Verwendung der X, Y- Koordinaten der Randpixel.

Nach Festlegung eines beliebigen Startpixel werden die Abständen zwischen diesen und allen anderen Randpixeln berechnet (s. Abb. 62a). Mit Hilfe der erzeugten Abstandsmatrix (s. Abb. 62b) können die Abmessungen X_a und X_b der Partikelkontur, sowie der Neigungswinkel α



a) Ermittlung der Pixelabstände

		Randpixelnummer									
		1	2	3	n_r
Randpixelnummer	1	0									
	2		0								
	3			0							
	.				0						
	.					0					
	.						0				
	.							0			
	.								0		
	n_r									0	

 n_r Randpixelanzahl eines Partikels

b) Erfassen der Pixelabstände in einer Matrix

Abb. 62: Ermittlung der längsten Sehne durch eine serielle Längenberechnung zwischen zwei Randpixeln

ermittelt werden. Diese Methode der Abstandsberechnung ist mit einem hohen Rechenauf-

wand verbunden, was an einem Beispiel verdeutlicht werden soll. Bei Annahme einer Pixelkantenlänge von $65 \mu\text{m}$ kann eine Kugel mit einem Durchmesser von 10 mm mit ca. 440 Randpixel beschrieben werden. Die daraus resultierende Abstandsmatrix weist somit 440 Zeilen und 440 Spalten für die weitere Bearbeitung auf. Damit sind 440^2 Rechenoperationen allein für die Berechnung der Pixelabstände notwendig.

Die Grundidee des zweiten Prinzips ist in Abb. 63 näher erläutert. Im ersten Schritt ist die

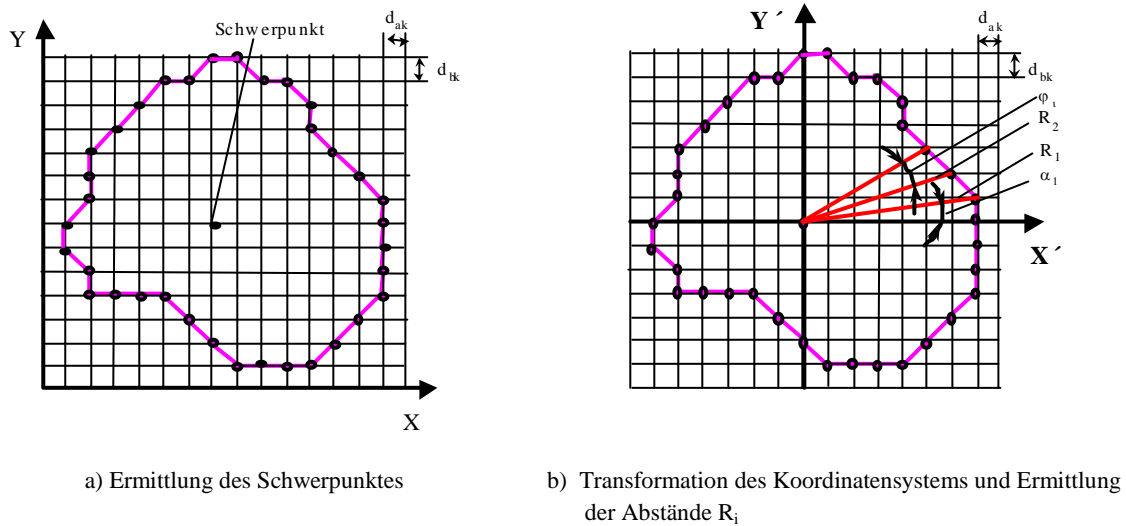


Abb. 63: Ermittlung von Schwerpunkt und Abstände R_i eines Partikels

Ermittlung der Schwerpunktkoordinaten des Partikels mit Hilfe der Gleichungen (82) und (83) notwendig.

$$X_s = \frac{1}{n_g} * \sum_{i=1}^{n_g} X_i \quad (82)$$

$$Y_s = \frac{1}{n_g} * \sum_{i=1}^{n_g} Y_i \quad (83)$$

n_g - Gesamtpixelanzahl in der Projektionsfläche des Partikels

Im nachfolgenden Schritt erfolgt eine Transformation in ein neues X', Y' - Koordinatensystem (Partikelschwerpunkt) gemäß Abb. 63 b. Diese Operation wird mit Hilfe der Gl. (84) und (85) realisiert.

$$X_i' = X_i - X_s \quad (84)$$

$$Y_i' = Y_i - Y_s \quad (85)$$

Im dritten Schritt erfolgt die Berechnung der Abstände R_i durch Anwendung der Gleichungen (86) bis (88) und des Winkels φ_i zwischen zwei benachbarten Abständen R_i und R_{i-1} durch

$$R_{X'i} = (X_i' - X_S) * d_{ak} \quad (86)$$

$$R_{Y'i} = (Y_i' - Y_S) * d_{bk} \quad (87)$$

$$R_i = \sqrt{R_{X'i}^2 + R_{Y'i}^2} \quad (88)$$

Anwendung des Kosinussatzes gemäß Gl. (89).

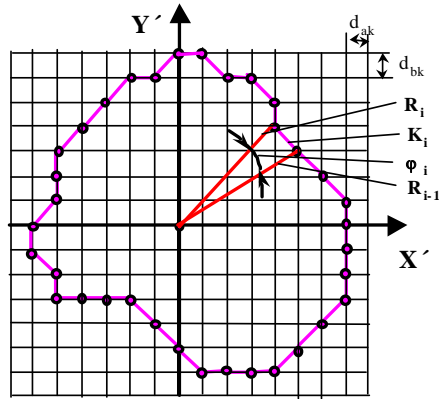
$$\cos \varphi_i = \frac{R_i^2 + R_{i-1}^2 - K_i^2}{2 * R_i * R_{i-1}}, \quad (89)$$

K_i - Abstand zwischen zwei Abtastpunkten (s. Abb. 64a)

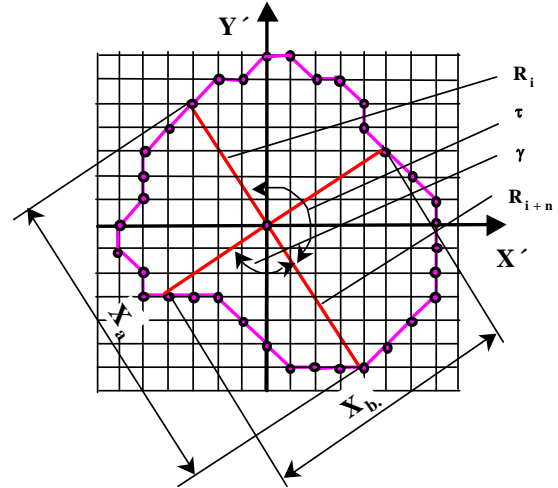
$$K_i = \sqrt{\Delta X_i'^2 + \Delta Y_i'^2} \quad (90)$$

$$\Delta X_i' = X_i' - X_{i-1}' \quad (91)$$

$$\Delta Y_i' = Y_i' - Y_{i-1}' \quad (92)$$



a) Ermittlung des Winkels φ_i und des Abstandes K



b) Ermittlung von X_a und X_b eines Teilchens

Abb. 64: Ermittlung von längster und kürzester Abmessung des Partikels

Der fortlaufende Winkel φ kann, beginnend vom Startpunkt, nach Gl. (93) ermittelt werden.

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n_r} \varphi_i \quad (93)$$

Zwei Abstände, die einen Winkel $\tau = 180^\circ$ zwischen sich einschließen, werden aufsummiert (s. Abb. 64 b) und ergeben den Abstand zwischen zwei gegenüberliegenden Randpunkten.

Die längste Partikelabmessung X_a entspricht dem größten Abstand zwischen zwei Randpunkten.

Nach Ermittlung von X_a wird auch die Länge der senkrecht liegenden ($\gamma = 90^\circ$) Sehne X_b er-

mittelt (s. Abb. 64b).

- **Ermittlung der Abbildungslage (Neigungswinkel α) des Partikels und seine Auswirkung auf die Umfangs- und Sphärizitätsberechnung.**

Im ersten Schritt ist der Winkel α_1 , der die Verbindungslinie zwischen Schwerpunkt und Startpunkt sowie die X-Achse einschließt (s. Abb. 65a), zu ermitteln. Die Berechnung des Winkels erfolgt unter Benutzung der Gl.(94) bis (96).

$$X_1' = X_1 - X_s \quad (94)$$

$$Y_1' = Y_1 - Y_s \quad (95)$$

$$\alpha_1 = \arctan \frac{Y_1'}{X_1'} \quad (96)$$

Je nach statistischer Abbildungslage eines Partikels ergeben sich nachfolgende Varianten für die Berechnung des Neigungswinkels α :

- $0 < \alpha_1 < \pi$: Der erste Abtastpunkt liegt im ersten Quadranten des $X'Y'$ - Koordinatensystems. Dabei sind folgende drei Varianten bezüglich des Neigungswinkels α möglich, s. Abb. 65 a, b, c.

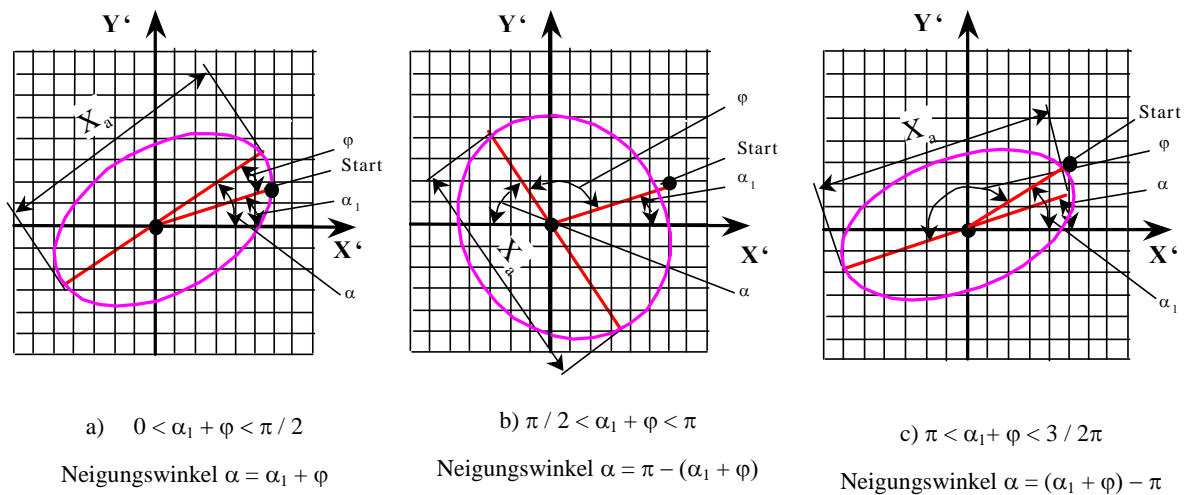


Abb. 65: Ermittlung der Abbildungslage α bei $0 < \alpha_1 < \pi$

- $3/2\pi < \alpha_1 < 2\pi$: Der erste Abtastpunkt liegt im vierten Quadranten des $X'Y'$ - Koordinatensystems. Dabei sind folgende drei Varianten bezüglich des Neigungswinkels α möglich, s. Abb. 66 a, b, c:

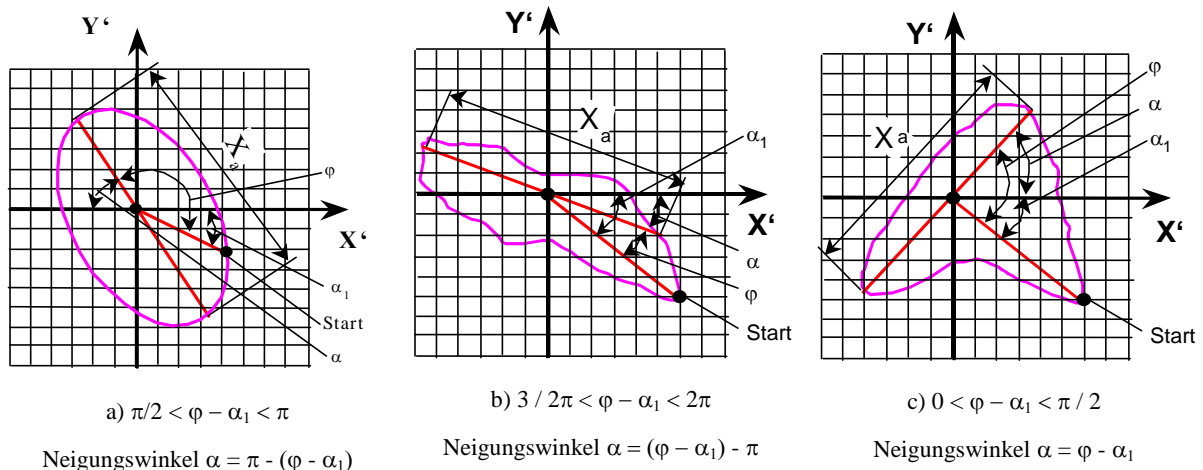


Abb. 66: Ermittlung der Abbildungslage α bei $\frac{3}{4}\pi < \alpha_1 < 2\pi$

Die Einfluss der Abbildungslage (Abbildungswinkel) wird im folgenden mit Hilfe der Modellpartikel in unterschiedlichen Abbildungslagen nachgewiesen.

- Einfluss der Abbildungslage (Neigungswinkel α) des Partikels auf die Umfangs- und Sphärizitätsberechnung

Die Umfangsermittlung geht von den bekannten Randpixelkoordinaten aus (s. Abschnitt 4.2). Für die weiteren Umfangsberechnungen sind zusätzlich die Randpixelnachbarschaften zu betrachten. Dies wird an einem Beispiel (s. Abb. 67) näher erläutert.

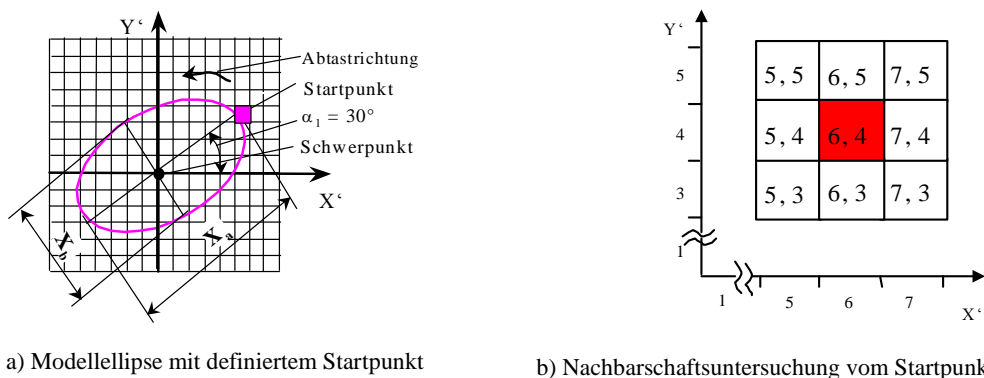


Abb. 67: Nachbarschaftsermittlung mit Hilfe einer 8-Punkt-Koordinatenabfrage

Die Punkteabfrage kann durch Differenzenbildung unter Benutzung der Gl. (97) und (98) einer Nachbarschaftsermittlung für einen definierten Randpunkt erfolgen. Das Ergebnis für die

$$\Delta X_n' = |X_i' - X_n'| \quad (97)$$

$$\Delta Y_n' = |Y_i' - Y_n'| \quad (98)$$

Nachbarschaftsermittlung des in Abb. 67 dargestellten Beispieles ist in Tabelle 12 ausgewertet. Je nach Kombination der $\Delta X'$ bzw. $\Delta Y'$ -Werte können 3 unterschiedliche Nachbarschaften (horizontal, vertikal, diagonal) definiert werden.

Tabelle 12: Nachbarschaftsermittlung für einen Randpunkt (s. Abb. 67b)

Nr.	X'	Y'	$ \Delta X' $	$ \Delta Y' $	Nachbarschaft
1	7	5	1	1	diagonal
2	6	5	0	1	vertikal
3	5	5	1	1	diagonal
4	5	4	1	0	horizontal
5	5	3	1	1	diagonal
6	6	3	0	1	vertikal
7	7	3	1	1	diagonal
8	7	4	1	0	horizontal

Bei $|\Delta X'| = 1$ und $|\Delta Y'| = 0$ horizontal

Bei $|\Delta X'| = 1$ und $|\Delta Y'| = 1$ diagonal

Bei $|\Delta X'| = 0$ und $|\Delta Y'| = 1$ vertikal

n - Nummer des untersuchten Randpixels $n = 1 \dots n_r$

n_r - Gesamtanzahl der Randpunkte

i - Nachbarschaftsabfrage $i = 1 \dots 8$

Für die Umfangsberechnung ergibt sich unter Beachtung der Nachbarschaftsverhältnisse die nachfolgende Berechnungsroutine:

Variante 1: Verwendung von Pixelkantenlängen (s. Gl. (99))

$$U_4 = n_h * d_{ak} + n_v * d_{bk} + n_d * (d_{ak} + d_{bk}) \quad (99)$$

Variante 2: Verwendung von Pixelkantenlängen und Pixeldiagonalen (s. Gl. (100))

$$U_8 = n_h * d_{ak} + n_v * d_{bk} + n_d * \sqrt{d_{ak}^2 + d_{bk}^2} \quad (100)$$

Dabei bedeuten:

d_{ak} - Pixelbreite

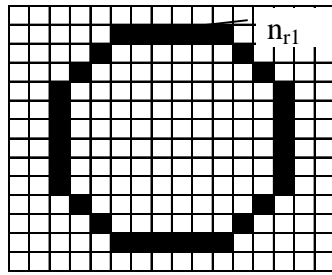
d_{bk} - Pixelhöhe

n_h - Anzahl der horizontalen Nachbarschaften

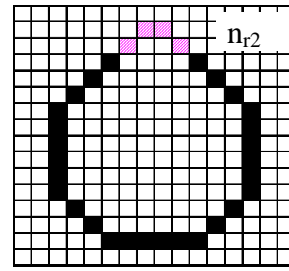
n_d - Anzahl der diagonalen Nachbarschaften

n_v - Anzahl der vertikalen Nachbarschaften

Für die weiteren Umfangsberechnungen sind beide Varianten zu bewerten, wobei der Einfluß der Pixelnachbarschaften an einem Modellkörper (mit und ohne Rauigkeiten) auf die Umfangsberechnungsroutinen untersucht werden soll. Dazu sind in Abb. 68 zwei Modellkörper abgebildet, die eine gleiche Randpixelanzahl aufweisen ($n_{r1} = n_{r2}$). Ein wichtiges Merkmal für die Auswahl der Umfangsberechnungsvariante ist die Umfangsdifferenz zwischen glatten (s. Abb. 68 a) und rauen (s. Abb. 68 b) Modellkörper.



a) Modellkörper ohne Rauigkeiten (glatt)



b) Modellkörper mit Rauigkeit (rauh)

Abb. 68: Rolle der Pixelnachbarschaft für die Umfangsberechnungen

n_{r1} - Randpixelanzahl für den Randkonturabschnitt von glatten Körpern

n_{r2} - Randpixelanzahl für den Randkonturabschnitt von rauhen Körpern

Durch Anwendung der Gl. (99) und (100) und Annahme der Pixelkantenlänge $d_{ak}=d_{bk}=1$ erhält man nachfolgende Rechenergebnisse für die Umfangsberechnung, s. Gl. (101) bis (104).

$$U_{4\text{rauh}} = 10 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 12 \cdot (1 + 1) = 44 \quad (101)$$

$$U_{8\text{rauh}} = 10 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 12 \cdot \sqrt{1^2 + 1^2} = 36,97 \quad (102)$$

$$U_{4\text{glatt}} = 6 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 16 \cdot (1 + 1) = 48 \quad (103)$$

$$U_{8\text{glatt}} = 6 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 16 \cdot \sqrt{1^2 + 1^2} = 38,62 \quad (104)$$

Die Ergebnissen beweisen, dass die größte Umfangsdifferenz (Differenz zwischen glatten und rauhen Teilchen) bei Anwendung von Berechnungsvariante 1 (nur durch Anwendung der Pixelkantenlängen) festgestellt wurde. Daher werden alle nachfolgenden Untersuchungen bezüglich der Umfangsermittlung eines Partikels nach Variante 1 für die Umfangsberechnung weitergeführt.

Nachfolgend soll durch Modellrechnungen der Einfluss der Abbildungslage (Neigungswinkel α) auf die Umfangsberechnung nachgewiesen werden. Für die Berechnungen werden die in

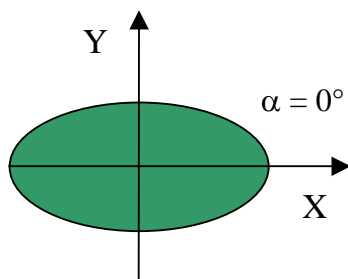
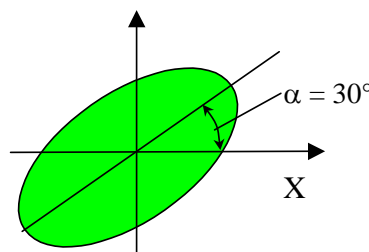
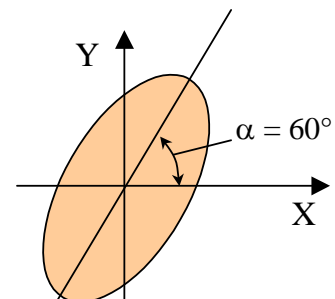
a) Neigungswinkel $\alpha = 0^\circ$ b) Neigungswinkel $\alpha = 30^\circ$ c) Neigungswinkel $\alpha = 60^\circ$

Abb. 69: Ellipsenförmige glatte Partikeln in unterschiedlicher Abbildungslage

Abb. 69 dargestellten Modellpartikel in unterschiedlichen Abbildungslagen verwendet. Im

Ergebnis der Berechnungen soll die prozentuale Verteilung der diagonalen, horizontalen und vertikalen Nachbarschaftsanteile und der Einfluss der unterschiedlichen Neigungswinkel α auf die Umfang- und Sphärizitätsberechnung nachgewiesen werden. Die Berechnungen (s. Anhang C) werden unter folgenden Annahmen durchgeführt:

- Modellkörper: Ellipsen mit $d_{aq} = 10$ mm und zwei unterschiedliche X_a/X_b Verhältnisse.
- Neigungswinkel α : wird variiert zwischen $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
- Variation der Pixelkantenlänge (quadratische Pixelform) mit folgenden Werten: 0,065 mm; 0,1049 mm; 0,209 mm.

Die Ergebnisse zu den Nachbarschaftsverteilungen sind bei Variation des Neigungswinkels α und der Pixelkantenlänge (Pixelgröße) in Abb. 70 dargestellt.

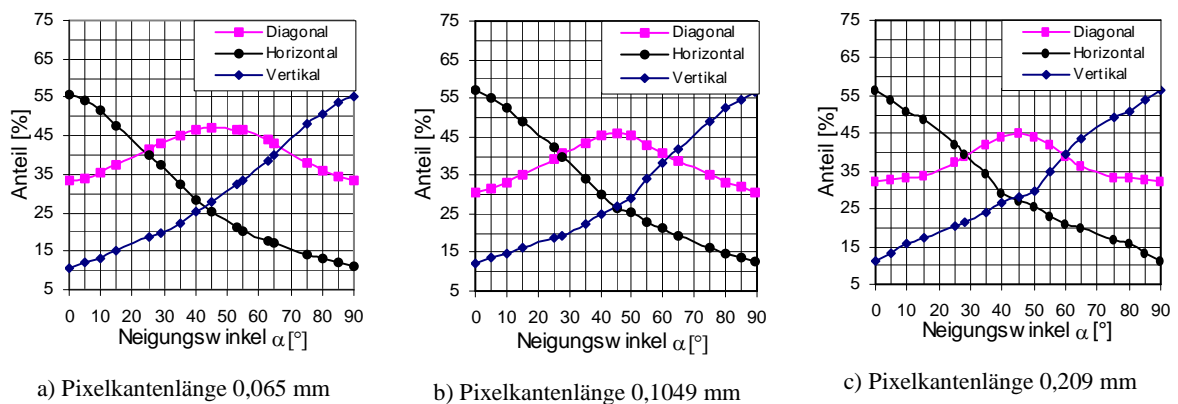


Abb. 70: Einfluss der Abbildungslage auf die Nachbarschaftsanteile (Achsenverhältnis $X_a/X_b = 2$)

Aus den Ergebnissen ist erkennbar, dass sich mit Änderung des Neigungswinkels α die Nachbarschaftsanteile unabhängig von der Pixelgröße stark verändern. Mit Abnahme der Pixelgröße ist ein zunehmender Einfluss des Neigungswinkels α auf die Empfindlichkeit der Nachbarschaftsanteile festzustellen.

Gemäß der vorangegangenen Betrachtungen ist zu erwarten, dass sich die Änderungen bei den Nachbarschaftsverteilungen auf die Umfangs- und somit auch auf die Sphärizitätsberechnungen gemäß Gl. (105) auswirken.

$$\psi_{sp} = \frac{U_p}{U_{k,f}} \quad (105)$$

U_p - Umfang des Partikels

$U_{k,f}$ - Umfang eines flächengleichen Kreises

Die in Abb. 71 dargestellten Ergebnisse der Umfangs- und Sphärizitätsberechnungen mit einer Modellepipse ($X_a/X_b = 2$) und verschiedenen Pixelgrößen zeigen eine starke Abhängigkeit

von der Abbildungslage α . Bei Annahme einer definierten Abbildungslage ist darüber hinaus ein Einfluss auf den Partikelumfang und die Sphärizität festzustellen. Betrachtet man die relative Umfangs- bzw. Sphärizitätsdifferenz (s. Gl.(106)), dann ist gemäß Abb. 71c bei Nichtberücksichtigung der Abbildungslage im Winkelbereich $\alpha = 0^\circ$ bis 45° mit einem Fehler von bis zu 12 % zu rechnen.

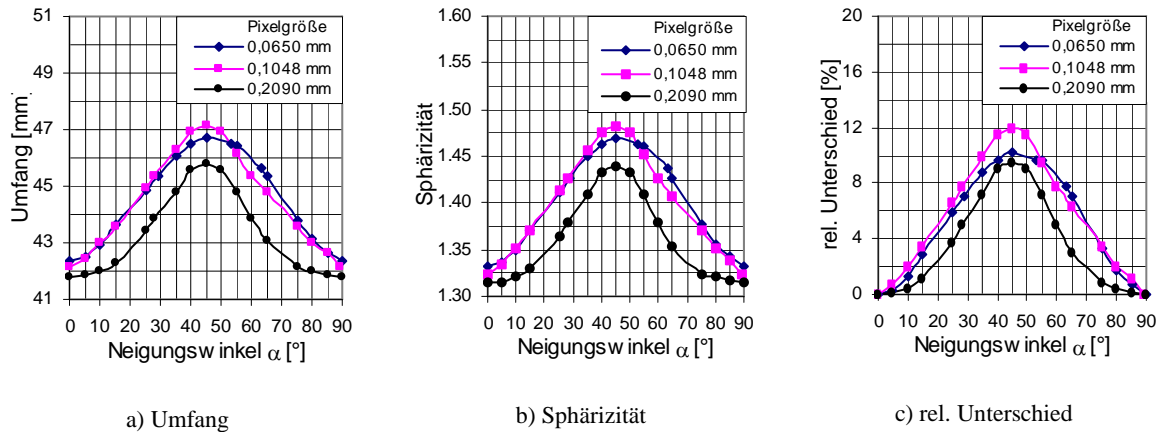


Abb. 71: Einfluss der Abbildungslage (Neigungswinkel α) auf die Umfangs- und Sphärizitätsberechnungen (Achsenverhältnis $X_a/X_b = 2$)

$$U_{\text{rel}} = \left(\frac{U_\alpha}{U_{\alpha 0}} - 1 \right) * 100 \quad (106)$$

U_α - Umfang des Partikels mit Neigungswinkel $\alpha \neq 0$

$U_{\alpha 0}$ - Umfang des Partikels mit Neigungswinkel $\alpha = 0$

Aus den in Abb. 72 dargestellten Ergebnissen ist zu erkennen, dass mit wachsendem Achsenverhältnis X_a/X_b ein größerer Einfluss auf die relative Umfangs- bzw. Sphärizitätsdifferenz besteht, wobei sich dieser Einfluss mit zunehmendem X_a/X_b -Verhältnis und zunehmender Pixelgröße verstärkt.

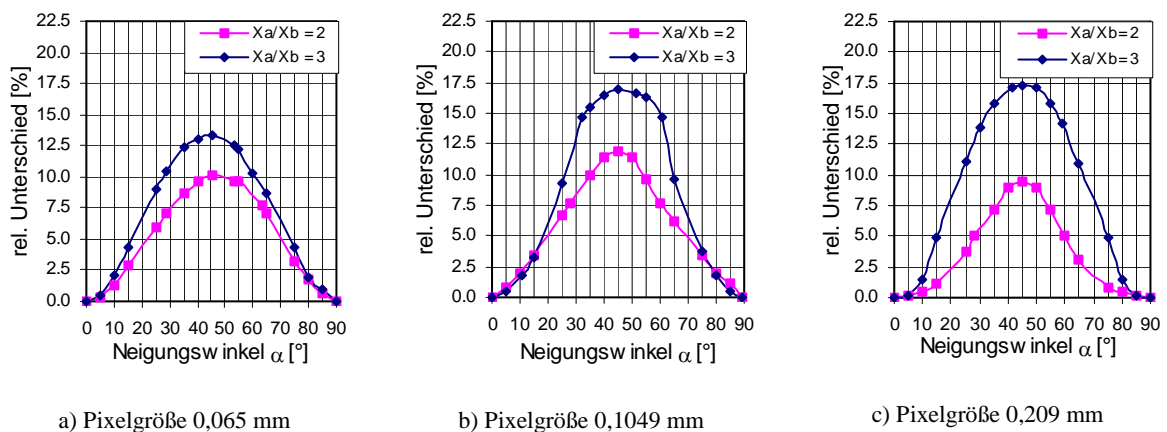


Abb. 72: Einfluss des X_a/X_b -Verhältnisses der Modellellipse auf die relative Umfangs- bzw. Sphärizitätsberechnung

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die in statistischer Abbildungslage aufgenommenen Partikel bei Nichtberücksichtigung des Neigungswinkels α einen Fehler bezüglich der Umfang- bzw. Sphärizitätsberechnung aufweisen. Zur Vermeidung dieses Fehlers wird vorgeschlagen, jedes statistisch abgebildete Partikel für die Formbewertung in eine definierte Auswertelage zu drehen (s. Abb. 73). Dies kann durch Rotation der Teilchenkontur (Teilchenkoordinaten) um seiner Schwerpunkt vor der Formbewertung realisiert werden. Bei dieser Rotation wurde die längste Partikelabmessung X_a in eine Parallele mit der X' -Achse gebracht ($\alpha = 0$). Dadurch werden die Teilchen immer in einer vorher definierten Lage (unabhängig von der statistischen Abbildungslage) ausgewertet, was zu einer Reduzierung der Streuung führt. Die Rotation der Teilchenrandkontur ist mit Hilfe der Gl. (107) und (108) zu realisieren.

$$X'' = \cos \varphi X' + \sin \varphi Y' \quad (107)$$

$$Y'' = -\sin \varphi X' + \cos \varphi Y' \quad (108)$$

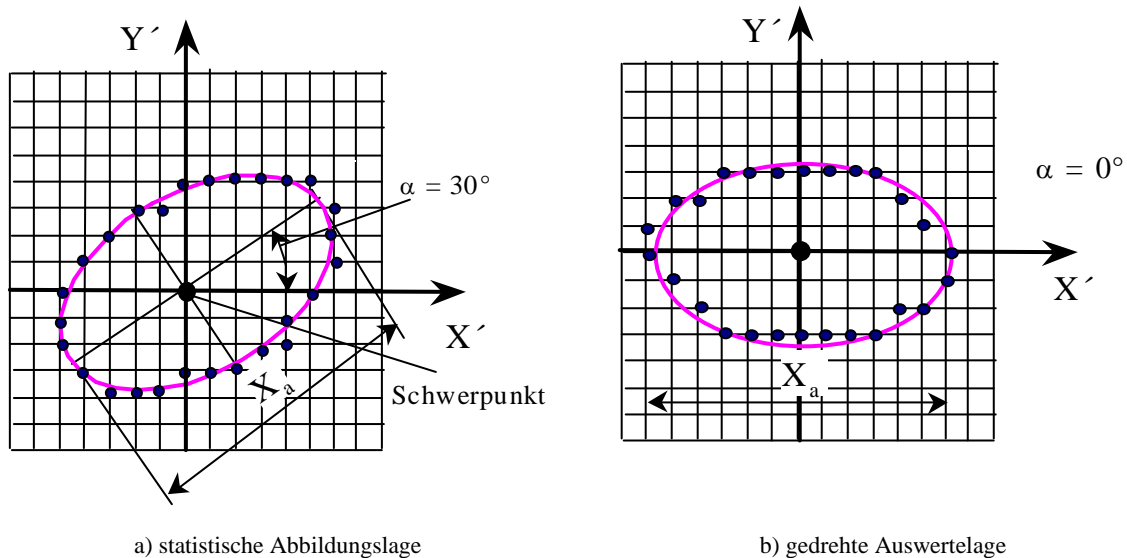


Abb. 73: Randkonturrotation zur Reduzierung der Rechenfehler bei der Formbeschreibung

Für die weiteren theoretischen und praktischen Untersuchungen wurden die Partikel vor der Formbewertung in eine horizontale Auswertelage gedreht.

4.4 Ermittlung der Punkt-Zug-Kurve

Nach Realisierung der Auswertelage (X'' , Y'' - Koordinaten) kann die Ermittlung der Punkt-Zug-Kurve durchgeführt werden. Dazu sind nachfolgende Operationen notwendig:

- Schneiden der Partikelrandkontur an einer definierte Stelle (s. Abb. 74a) und Differenzbildung nach den Gl. (109) und (110).

$$\Delta X'' = |X''_n - X''_{n-1}| \quad (109)$$

$$\Delta Y'' = Y''_n - Y''_{n-1} \quad (110)$$

- Ermittlung der X^* , Y^* -Koordinaten der Punkt-Zug-Kurve (s. Abb. 74b) nach den Gl. (111) und (112).

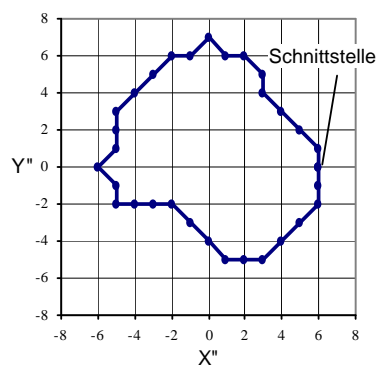
$$X^*_n = X^*_{n-1} + \Delta X'' \quad (111)$$

$$Y^*_n = Y^*_{n-1} + \Delta Y'' \quad (112)$$

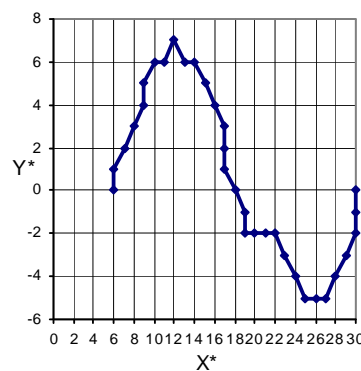
- Translation des Koordinatensystems in den Startpunkt durch Anwendung der Gleichungen (113) und (114) (s. Abb. 74c).

$$X_0 = X^*_n - X''_1 \quad (113)$$

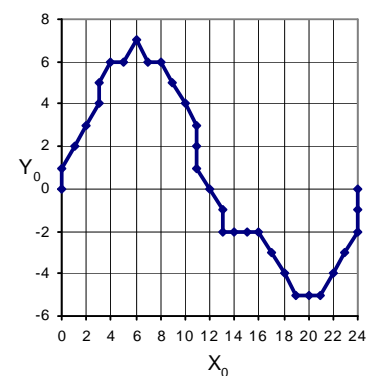
$$Y_0 = Y^*_n - Y''_1 \quad (114)$$



a) Teilchenkontur



b) Punkt-Zug-Kurve



c) Transformierte Punkt-Zug-Kurve

Abb. 74: Grafische Darstellung der Methodik zur Ermittlung der Punkt- Zug- Kurve

Im Ergebnis erhält man im kartesischen Koordinatensystem eine „Punkt-Zug-Kurve“, die mathematisch, z.B. mit Hilfe einer analytische Funktion, untersucht werden kann. Die erhaltenen Ergebnisse (z.B. in Form von einer Fourierreihe) können dann als universelle Informationsträger für die Formbeschreibung weiter bearbeitet werden.

4.5 Auswahl einer Methode zur mathematischen Auswertung der Punkt-Zug-Kurve

Aus der Literatur ist eine Vielzahl unterschiedlicher Vorgehensweisen zur Bestimmung von Formparametern mit Hilfe von harmonischen Analysen bekannt. Die am häufigsten angewandte Transformation, die aus einer Partikelkontur charakteristische Größen für den Partikelform erhält, ist die Entwicklung der Kontur in einer Fourierreihe. Dabei wird die Formin-

formation aus den Fourierkoeffizienten gewonnen, s. *Beddow* [7]) und *Meloy* [82].

Neben der Analyse einer Kontur mit Hilfe der Fourierreihe lassen sich auch andere, ebenfalls orthogonale Transformationen angeben. Zu dieser Gruppe gehören die Walsh- Transformation (s. *Barrett u.a.* [3]), die Radamacher-Transformation (s. *Harmuth* [38]), die Hadamard-Transformation (s. *Whelchel u. Guinn* [146]) und die Haar-Transformation (s. *Kremmer* [68]).

Lew u.a. [74] vergleichen die Ergebnisse der Fourieranalyse von Partikelkonturen unterschiedlicher Materialarten mit den Koeffizienten der Walsh- Transformation. Die Autoren kommen zu dem Schluss, dass mit den Walsh-Koeffizienten zwar eine Klassifizierung der Konturen möglich ist, halten insgesamt jedoch die Walsh-Transformation zur Formanalyse für ungeeignet. Eine ausführliche Darstellung verschiedener analytischer Funktionen bezüglich der digitalen Bildverarbeitung ist bei *Jahne* [60] zu finden.

Aus der durchgeführten Literaturrecherche kann zusammenfassend abgeleitet werden, dass die FFT (Fast-Fourier-Transformation) mit geringem Rechenaufwand und guter Automatisierungsmöglichkeit für die mathematische Auswertung periodischer Funktionen verwendet werden kann. Daher wird im weiteren auf diese Auswertemethode zurückgegriffen, die im nächsten Abschnitt näher vorgestellt werden soll.

4.5.1 Fast-Fourier-Transformation zur Ermittlung der Fourierkoeffizienten

Im Jahre 1965 wurde der FFT-Algorithmus (*Fast-Fourier-Transformation*) zum ersten Mal veröffentlicht. Die allgemeine mathematischen Form nach *Jahne* [60] lautet:

$$A_w = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) * e^{-j w n T} \quad (115)$$

Für praktische Anwendungen (mit einer endlichen Anzahl von Randpunkten) wird diese Beziehung in Gl. (116) überführt.

$$A_w = \sum_{n=0}^{r-1} f(n) * e^{-j w n T} \quad (116)$$

Dabei bedeuten:

- | | |
|--------------|--|
| T | - Periodendauer |
| w | - Wellenzahlindex, gibt an, wie oft die Periode der Basisfunktion in das Intervall [0, r-1] hineinpasst. |
| r | - Gesamtanzahl von Stützstellen, die sich aus der Partikelrandkontur ergeben |
| n = 0....r-1 | - Laufindex für die Stützstellen im Ortsbereich. |

Die Funktion A_w ist über m periodisch mit der Periode $\omega_0 = 2\pi/T$.

Für eine endliche Anzahl Stützstellen m wird der Wellenanzahlindex w wie folgt berechnet:

$$w_m = 2 * \pi * m * \Delta f \quad (117)$$

$m = 0 \dots r-1$ - Laufindex für die Stützstellen im Frequenzbereich

Das Frequenzband Δf zwischen zwei Stützstellen kann nach Gl. (118) berechnet werden.

$$\Delta f = \frac{f_0}{r} = \frac{1}{r * T} \quad (118)$$

f_0 - Grundswingungsfrequenz

Nach Einsetzen von Gl. (118) in Gl. (117) folgt:

$$w_m = 2\pi * \frac{m}{r * T} \quad (119)$$

Wird Gl. (119) mit Gl. (116) kombiniert, ergibt sich Gl. (120).

$$A_w = \sum_{n=0}^{r-1} f(n) * e^{\frac{-j 2 \pi m n}{r}} \quad (120)$$

Ersetzt man in Gl. (120) die Ausdrücke

$$W_r = e^{\frac{-j 2 \pi}{r}} \quad (121)$$

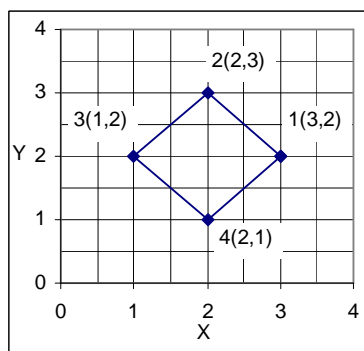
und

$$m \cdot n = k, \quad (122)$$

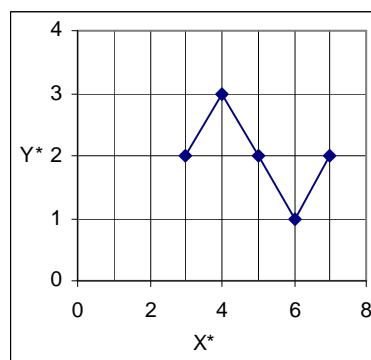
folgt für die eindimensionale diskrete Fouriertransformation die Gl. (123):

$$A_w = \sum_{n=0}^{r-1} f(n) * W_r^k \quad (123)$$

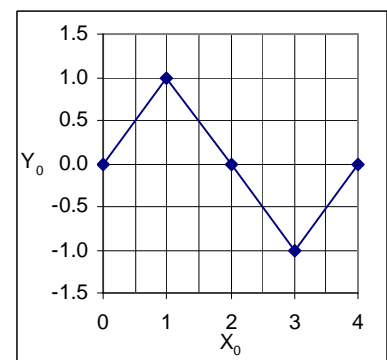
Diese wird für die weiteren Berechnungen verwendet. Nachfolgend soll die Ermittlung der Fourierkoeffizienten aus einer Punkt-Zug-Kurve näher dargestellt werden. Dazu ist in Abb. 75a als Modellfigur ein Rombus mit vier Randpunkten vorgegeben.



a)



b)



c)

Abb. 75: Ermittlung der Fourierkoeffizienten eines Modellteilchens (Rombus)

Für jeden Stützpunkt wird mit Hilfe von Gl. (123) die Funktion A_w berechnet, so dass man als Ergebnis nachfolgendes Gleichungssystem zur Berechnung der Fourierkoeffizienten erhält:

$$\begin{aligned}
 A(0) &= f_{(0)} W^0 + f_{(1)} W^0 + f_{(2)} W^0 + f_{(3)} W^0 + f_{(4)} W^0 \\
 A(1) &= f_{(0)} W^0 + f_{(1)} W^1 + f_{(2)} W^2 + f_{(3)} W^3 + f_{(4)} W^4 \\
 A(2) &= f_{(0)} W^0 + f_{(1)} W^2 + f_{(2)} W^4 + f_{(3)} W^6 + f_{(4)} W^8 \\
 A(3) &= f_{(0)} W^0 + f_{(1)} W^3 + f_{(2)} W^6 + f_{(3)} W^9 + f_{(4)} W^{12} \\
 A(4) &= f_{(0)} W^0 + f_{(1)} W^4 + f_{(2)} W^8 + f_{(3)} W^{12} + f_{(4)} W^{16}
 \end{aligned} \tag{124}$$

Dieses lässt sich in einer Matrixform vereinfachen (s. Gl. (125)):

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 & W^4 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 & W^8 \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 & W^{12} \\ W^0 & W^4 & W^8 & W^{12} & W^{16} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} f_{(0)} \\ f_{(1)} \\ f_{(2)} \\ f_{(3)} \\ f_{(4)} \end{bmatrix} \tag{125}$$

Aufgrund der Periodizität auf dem Einheitskreis gilt die Beziehung:

$$W_r^k = W^{k \bmod r} \tag{126}$$

Das obige Gleichungssystem (s. Gl. (125)) kann dann in die nachfolgende Form (s. Gl. (127)) überführt werden. Zur weiteren Auswertung der Matrize von Gl. (127) sind die komplexen Drehoperatoren W_k (über die Euler-Identität lässt sich diese in Sinus- und Kosinusanteile zerlegen) nach Gl. (128) zu berechnen.

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & W^1 & W^2 & W^3 & W^4 \\ 1 & W^2 & W^4 & W^1 & W^3 \\ 1 & W^3 & W^1 & W^4 & W^2 \\ 1 & W^4 & W^3 & W^2 & W^1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} f_{(0)} \\ f_{(1)} \\ f_{(2)} \\ f_{(3)} \\ f_{(4)} \end{bmatrix} \tag{127}$$

$$W^k = e^{\frac{-j2\pi k}{r}} = \cos\left(-\frac{2\pi * k}{r}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi * k}{r}\right) \tag{128}$$

Für das angeführte Beispiel ergeben sich die Gleichungen (129) bis (133).

$$W_0 = \frac{\cos 2\pi * 0}{5} - j \sin \frac{2\pi}{5} = 1 - 0 = 1 \tag{129}$$

$$W_1 = \frac{\cos 2\pi * 1}{5} - j \sin \frac{2\pi * 1}{5} = 0,309 - j0,951 \tag{130}$$

$$W_2 = \frac{\cos 2\pi * 2}{5} - j \sin \frac{2\pi * 2}{5} = -0,809 - j0,587 \tag{131}$$

$$W_3 = \frac{\cos 2\pi \cdot 3}{5} - j \sin \frac{2\pi \cdot 3}{5} = -0,809 - j0,587 \quad (132)$$

$$W_4 = \frac{\cos 2\pi \cdot 4}{5} - j \sin \frac{2\pi \cdot 4}{5} = 0,309 + j0,951 \quad (133)$$

Nach Einsetzen in die Matrize von Gl. (127) ergeben sich jetzt die Fourierkoeffizienten für den untersuchten Modellkörper.

$$A_0 = f_0 w^0 + f_1 w^0 + f_2 w^0 + f_3 w^0 + f_4 w^0 = 1 + (-1) = 0 \quad (134)$$

$$A_1 = f_0 w^0 + f_1 w^1 + f_2 w^2 + f_3 w^3 + f_4 w^4 = 1 + (-1) = 0,309 - j0,951 + 0,809 - j0,5877 = 1,118 - j1,5387 \quad (135)$$

$$A_2 = f_0 w^0 + f_1 w^2 + f_2 w^4 + f_3 w^1 + f_4 w^3 = 1 + (-1) = -0,809 - j0,5877 - 0,309 + j0,951 = -1,118 + j0,3633 \quad (136)$$

$$A_3 = f_0 w^0 + f_1 w^3 + f_2 w^1 + f_3 w^4 + f_4 w^2 = 1 + (-1) = -0,809 + j0,5877 - 0,309 - j0,951 = -1,118 - j0,3633 \quad (137)$$

$$A_4 = f_0 w^0 + f_1 w^4 + f_2 w^3 + f_3 w^2 + f_4 w^1 = 1 + (-1) = -0,309 + j0,951 + 0,809 + j0,5877 = 1,118 + j1,5387 \quad (138)$$

Tabelle 13: Darstellung der Fourierkoeffizienten des Rechenbeispiels

Fourierkoeffizienten			
Nr.	a_m	b_m	$A_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2}$
A_0	0	0	0.000
A_1	1,118	-1,5387	1.902
A_2	-1,118	0,3633	1.176
A_3	-1,118	-0,3633	1.176
A_4	1,118	1,5388	1.902

Eine Darstellung der berechneten Fourierkoeffizienten (mit ihrem realen a_m und imaginären Teil b_m) ist in Tabelle 13 dargestellt.

Die Approximation der Punkt-Zug-Kurve kann aus den zuvor berechneten Fourierkoeffizienten durch Rücktransformation (s. Gl. (139)) erfolgen [59; 60, S.60-70].

$$f(n) = \sum_{w=0}^{r-1} A_w * W_r^{-k} \quad (139)$$

Nachfolgend wird eine systematisierte Übersicht bezüglich der weiteren Anwendung der Fourierkoeffizienten zur Beschreibung der Makro-, Meso- und Mikrogestalt eines Partikels gegeben.

4.6 Verwendung der Fourierkoeffizienten als universelle Informationsträger für eine quantitative Formbeschreibung

Nach Berechnung der Fourierkoeffizienten stellt sich die Frage nach ihrer richtigen Weiterverarbeitung und Auswertung (in verschiedenen Gestaltsbereichen), so dass am Ende eine konkrete Aussage über die Partikelform gemacht werden kann.

Für die Makrogestalt weist z.B. *Unland u.a.* [133] eine Korrelation zwischen den normierten Fourierkoeffizienten A_2 und dem Fehlkornanteil von Kiessplitten aus.

Im Bereich der Mesogestalt wurde eine Abhängigkeit zwischen Teilsummen (z.B. A_{11} bis A_{20} oder A_{11} bis A_{75}) von Fourierkoeffizienten und dem Formfaktor „Sphärizität“ nachgewiesen [6; 7; 8; 26; 133].

Die Auswertungsmöglichkeiten der Fourierkoeffizienten bezüglich der Charakterisierung der Mikrogestalt wurden von *Huller* [59] untersucht. Er bewertet die in der Fachliteratur beschriebenen Auswertemethoden mit Hilfe eines definierten Satzes von Modellkonturen (s. *Schneiderhöhn* [113]). Jedem Partikel in diesem Satz ist eine definierte Nummer zugeordnet. Mit niedrigen Nummernzahlen sind die rauhen, mit höheren Nummern die glatten Teilchen gekennzeichnet. Die Ergebnissen von *Huller* weisen aus, dass die Genauigkeit der Formcharakterisierung mit den untersuchten Methoden nicht ausreicht, um einer Beschreibung der Mikrogestalt für alle Rauigkeitsklassen zu realisieren.

Aus der Fachliteratur kann abgeleitet werden, dass am häufigsten die Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten und Formkennwerten aus verschiedenen Gestaltsbereichen (Makro-, Meso- und Mikrogestalt) gesucht wird (s. Anlage D- 1). Je nach Aufsummierung von Fourierkoeffizienten niedriger oder höherer Ordnung lassen sich weitere Informationen zur Charakterisierung der Makro-, Meso- und Mikrogestalt gewinnen. Vielfach wurde die Kubizität (X_a/X_b - Verhältnis) als Bezugsgröße für die Makrogestalt genutzt. Zur Beschreibung der Mesogestalt verwendet man die Sphärizität ($U_p/U_{k, r}$). Für die Mikrogestalt existiert gegenwärtig kein praktikabler Formfaktor. Aus diesem Grund wird im Kapitel 5 ein Definitionsvorschlag bezüglich der Mikrogestaltsbeschreibung (Rauigkeit) gegeben. Dieser wird durch Berechnungen mit Modell- und Realpartikeln untersucht und nachfolgend als Bezugsgröße zu Korrelationsbetrachtungen mit den berechneten Fourierkoeffizienten eingeführt.

Zur Automatisierung der Untersuchungen der in Kapitel 4 dargestellte Formbeschreibungsmethode ist ein Rechenprogramm erforderlich. Dieses wird im nächste Abschnitt kurz erläutert.

4.7 Entwicklung eines Rechenprogramms für die Automatisierung der Berechnungen nach der neuen Formbeschreibungsmethode

Eine grafische Darstellung der wichtigsten Bearbeitungsschritte der neuen Formbeschreibungsmethodik ist in Abb. 76 dargestellt.

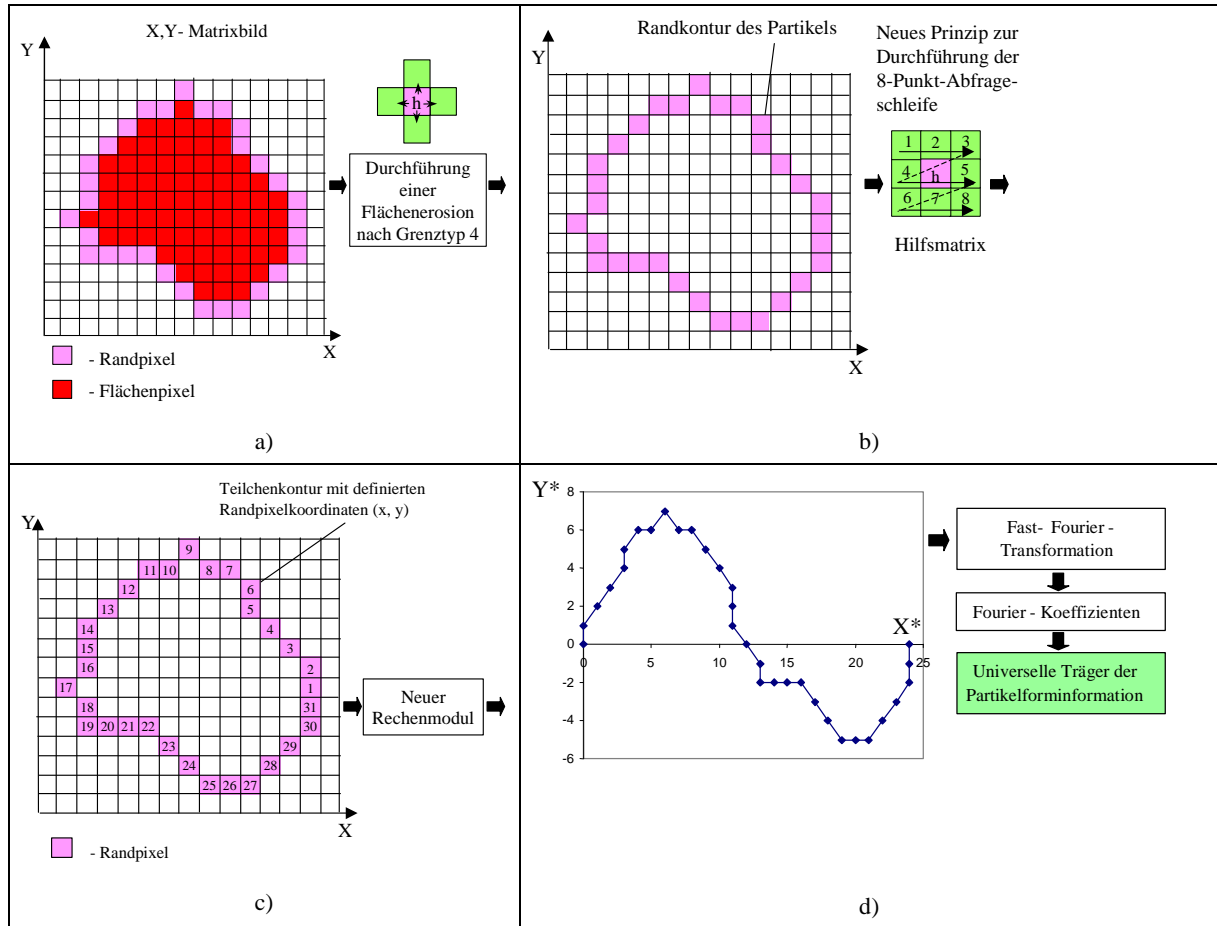


Abb. 76: Hauptschritte des neuen Formbeschreibungsprinzips

Zur Ermittlung der Fourierkoeffizienten eines Teilchens sind folgende Arbeitsschritte notwendig:

- Einlesen des Partikelbildes in das Rechenprogramm und Ermittlung der Gesamtanzahl der Pixel in der Projektionsfläche,
- Durchführung einer Bilderosion und Ermittlung der Randpixelanzahl,
- Abtastung der Randkontur und Ermittlung der Randpixelkoordinaten,
- Ermittlung der Abbildungslage des Partikels,
- Ermittlung der „Punkt-Zug-Kurve“ und
- Berechnung der Fourierkoeffizienten mit Hilfe einer Fast-Fourier-Transformation.

Die erforderlichen Rechenoperationen verlangen die Entwicklung eines Rechenprogramms. Dieses wurde mit Hilfe eines Softwarepaketes (Matlab) realisiert.

Das entwickelte Rechenprogramm (s. Anhang E) besteht aus einem Hauptprogramm und weiteren Programmmodulen (Unterprogrammen), die die einzelnen Rechenoperationen realisieren. Nach Starten des Hauptprogramms (s. Anlage E- 1) werden die Unterprogramme in bestimmter Reihenfolge aufgerufen und deren Ergebnisse in das Hauptprogramm zur weiteren Verarbeitung übergeben.

Im ersten Programmmodul „Readtiff“ (s. Anlage E- 2) wird das Projektionsbild des Teilchens (im Tiff- Format) eingelesen und die Pixelanzahl ermittelt (s. Abb. 76a).

Innerhalb des zweiten Unterprogramms „Randpunt“ (s. Anlage E- 3) wird eine Partikelerosion durchgeführt und die Randpixelanzahl des Partikels bestimmt (s. Abb. 76b).

In den beiden weiteren Programmmodulen „Punkt 1“ und „Randdi 5“ (s. Anlagen E- 4 und E- 5) werden der Startpunkt und die Randpixelkoordinaten X, Y des Partikels gemäß (Abb. 76b und c) ermittelt.

Im fünften und sechsten Modul wird die Ermittlung der Punkt-Zug-Kurve“ gemäß Abb. 76d mit Hilfe der Unterprogramme „X₀Y₀“ und „XY“ (s. E- 6 und E- 7) realisiert.

Zuletzt werden im siebten Modul „Fourier1“ (s. Anlage E- 8) die Fourierkoeffizienten berechnet (s. Abb. 76d).

Das nachfolgende Kapitel beschäftigt sich mit Korrelationsbetrachtungen zwischen Fourierkoeffizienten und ausgewählten Formfaktoren, mit denen die Makro-, Meso- und Mikrogestalt des Partikels beschrieben werden kann.

5 Formbewertung der Test- und Realpartikel mit der neuen Kornformbeschreibungsmethode

Zur Überprüfung der Anwendbarkeit der neuen Kornformbeschreibungsmethode im Makro-, Meso- und Mikrogestaltsbereich werden Berechnungen mit Test- und Realpartikeln durchgeführt. Dazu wird das optimierte Scanprinzip (s. Kapitel 3.6) zur Aufnahme der Partikelprojektionen und die neu entwickelte Kornformbeschreibungsmethode (s. Kapitel 4) zur Auswertung der Partikelform angewendet.

5.1 Formbeschreibung im Makro- und Mesogestaltsbereich

Der erste Teil der Untersuchungen zur Formbeschreibung im Makro- und Mesogestaltsbereich wird mit Hilfe von Testpartikeln mit selbstkonfigurierten Partikelkonturen durchgeführt. Zur Kennzeichnung der Partikelformen wird das Verhältnis X_a/X_b und die Sphärizität Ψ_{sp} (s. Gl. (77)) verwendet. Durch Anwendung der neuen Kornformbeschreibungsmethode werden die Fourierkoeffizienten der Testpartikel ermittelt und Korrelationsbetrachtungen mit den geometrischen Formfaktoren durchgeführt.

Daran anschließend werden analoge Betrachtungen mit realen Partikelgemischen durchgeführt. Die Ergebnisse der Korrelationsuntersuchungen mit der neuen Kornformbeschreibungsmethode werden mit den Ergebnissen der klassischen Radius-Winkel-Funktion verglichen.

Zur Quantifizierung der dabei erreichten Abhängigkeit eignen sich folgende charakteristische Parameter:

- σ - Standardabweichung (s. Gl. (71))
- s - relative Standardabweichung (s. Gl. (72))
- K_r - Korrelationskoeffizient (s. Gl. (140))
- $E_{abs.}$ - Absolute Empfindlichkeit (Steigungskoeffizient) gemäß Gl. (141)
- Δx - Nachweisempfindlichkeit (s. Gl. (142))

$$K_r = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} x_i * y_i - \frac{1}{n_t} * \sum_{i=1}^{n_t} x_i * \sum_{i=1}^{n_t} y_i}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n_t} x_i^2 - \frac{1}{n_t} * \left(\sum_{i=1}^{n_t} x_i \right)^2 \right) * \left(\sum_{i=1}^{n_t} y_i^2 - \frac{1}{n_t} * \left(\sum_{i=1}^{n_t} y_i \right)^2 \right)}} \quad (140)$$

Dabei bedeuten:

- n_t - Gesamtanzahl der Testmessungen

x_i - Variable (z.B. X_a/X_b -Verhältnis, Sphärizität Ψ_{sp} , Rauigkeitskennzahl R_p)

y_i - Berechnete Wert der untersuchte Parameter (Fourierkoeffizient)

$$E_{abs.} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (141)$$

Aus der Gl. (141) ergibt sich in nachfolgender Gleichung die Nachweisempfindlichkeit Δx

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{E_{abs.}} \quad (142)$$

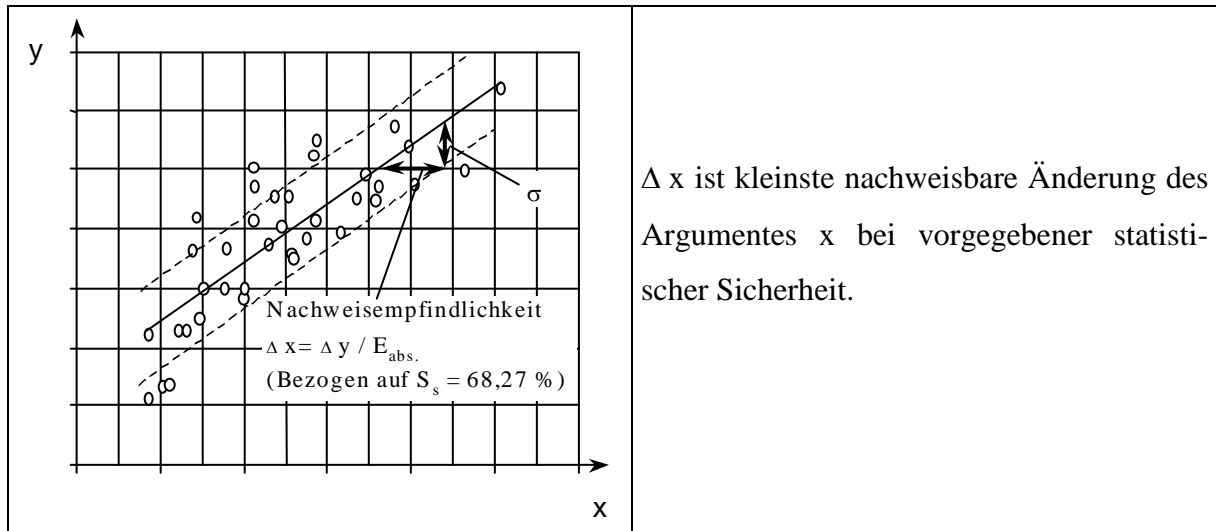


Abb. 77: Definition der Nachweisempfindlichkeit

5.1.1 Untersuchungen mit Testpartikeln

Zur Untersuchung der Zusammenhänge werden die in Anlage F- 1 selbstkonfigurierten Testpartikel hinsichtlich ihrer Fourierkoeffizienten (75 je Partikel) und Formfaktoren analysiert. Die Korrelationsrechnungen erfolgen mit dem in Anlage F- 2 dargestellten Versuchsprogramm. Mit Hilfe der mathematisch-statistischen Regressions- und Korrelationsanalyse werden Berechnungen zwischen den festgelegten Formfaktoren und ausgewählten Einzel-, Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (s. Anlagen F- 3 und F- 4) realisiert. Eine Korngrößenunabhängigkeit der berechneten Fourierkoeffizienten wird durch Division der Randpixelanzahl n_r des jeweiligen Partikels erreicht. Die für die Ermittlung optimaler Anpassungsfunktionen verwendeten charakteristischen Parameter sind in Anlage F- 5 aufgeführt.

Nachfolgend werden einige Ergebnisse der Korrelationsberechnungen dargestellt. Nach den Ergebnissen der Regressionsrechnungen liefert die Potenzfunktion (s. Anlage F- 5) die optimalen Parameter für den korrelativen Zusammenhang. Nach Durchführung der Korrelationsberechnungen (s. Anlage F- 4) ist bezüglich des X_a/X_b -Verhältnisses folgendes festzustellen: Die beste Korrelation wurde zwischen den Einzelfourierkoeffizienten A_1 und dem X_a/X_b -

Verhältnis ermittelt (s. Abb. 78a). Bezüglich der Korrelation mit Teilsummen sind nur dann ansprechende Korrelationsergebnisse zu erwarten, wenn die jeweilige Teilsumme Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung (z.B. A_{0-5} , A_{0-10} , A_{0-20}) beinhaltet (s. Anlagen F- 4 und F- 5).

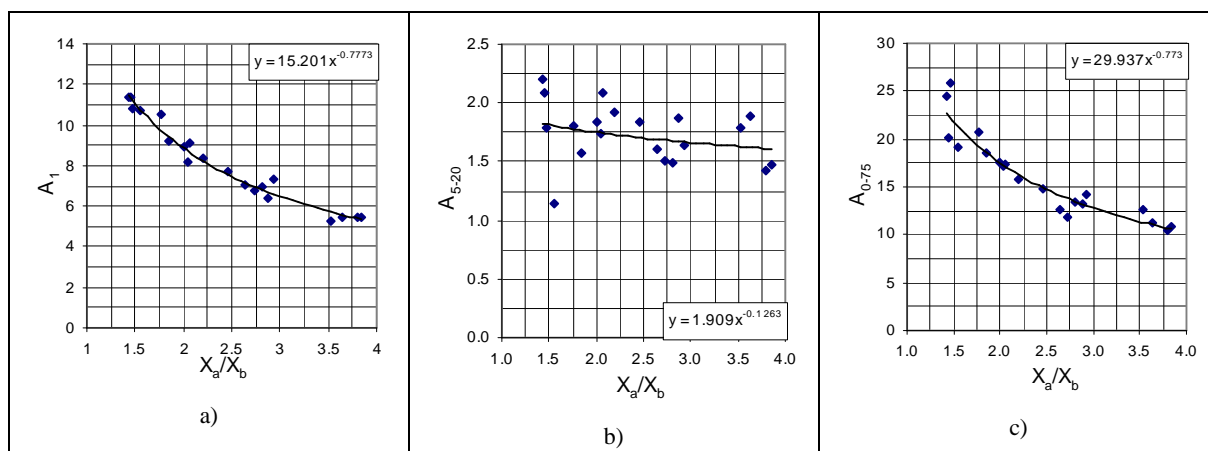


Abb. 78: Graphische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen X_a/X_b und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Testpartikel, s. Anlage F- 4)

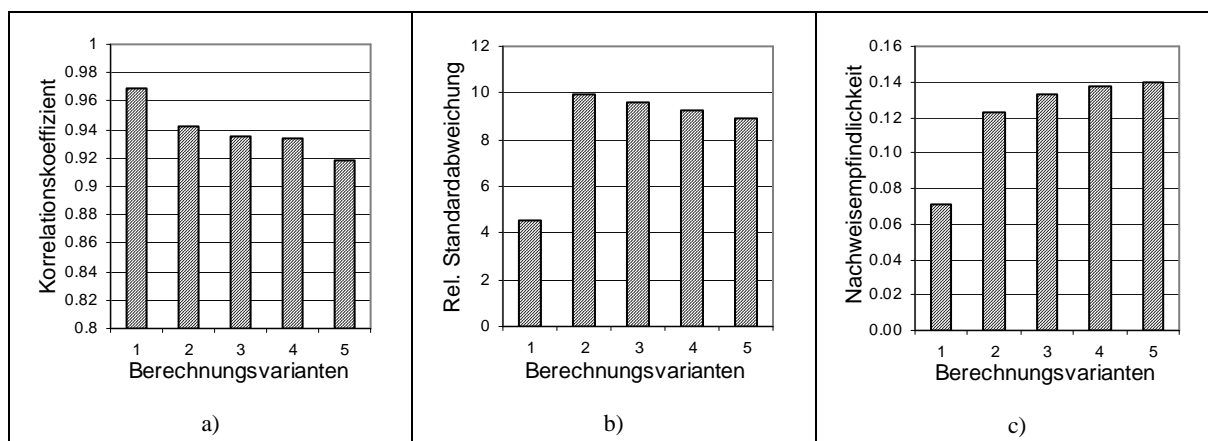


Abb. 79: Korrelationsergebnisse zwischen X_a/X_b und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Testpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage F- 5)

Zu anderen Teilsummen (z.B. A_{5-10} , A_{5-20} , A_{20-75}) wurde keine ausreichende Korrelation festgestellt (s. Abb. 78b). Wird die Gesamtsumme A_{0-75} über alle Fourierkoeffizienten gebildet, so ist gemäß Abb. 78c ebenfalls mit einer guten Korrelation zu rechnen. In Abb. 79 sind die wichtigsten Rechenergebnisse einer Potenzfunktion zusammengefasst.

Dieselbe Vorgehensweise wird auch bei der Suche nach einer Korrelation zwischen Sphärizität und den berechneten Fourierkoeffizienten (s. Anlagen F- 6 und F- 7) angewendet. Auch hierbei hat sich der Potenzansatz als am geeignetsten herausgestellt. Ein Überblick über die wichtigsten charakteristischen Parameter zeigen Abb. 80 und Abb. 81. Gemäß dieser ist erkennbar, dass ein guter Korrelationszusammenhang zwischen Sphärizität und den Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung besteht. Die beste Korrelation wurde zwischen der Teilsum-

me $A_{0.5}$ und der Sphärizität ermittelt (s. Abb. 81). Demgegenüber zeigt Anlage F- 7, dass Fourierkoeffizienten höherer Ordnung eine nicht ausreichende Korrelation zur Sphärizität haben.

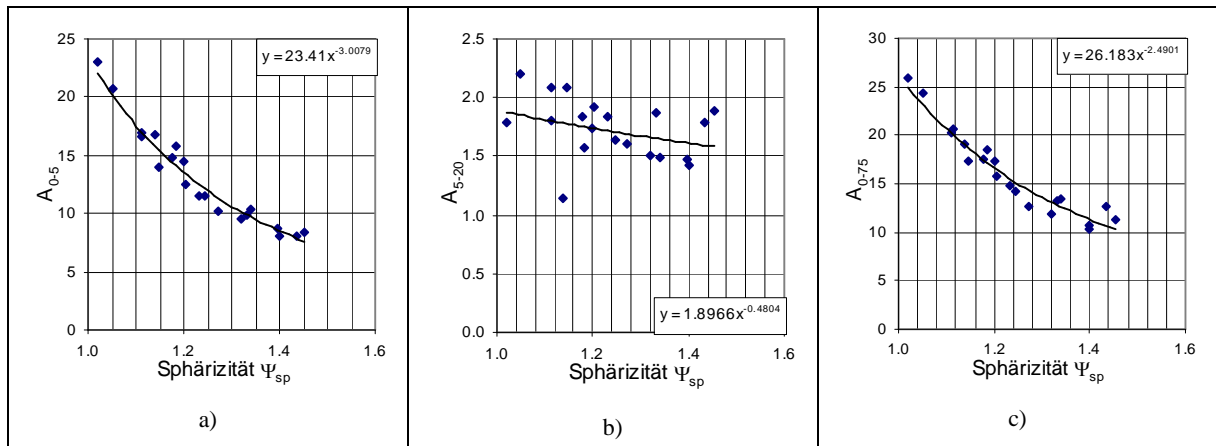


Abb. 80: Graphische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen Sphärizität und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Testpartikel, s. Anlage F- 6)

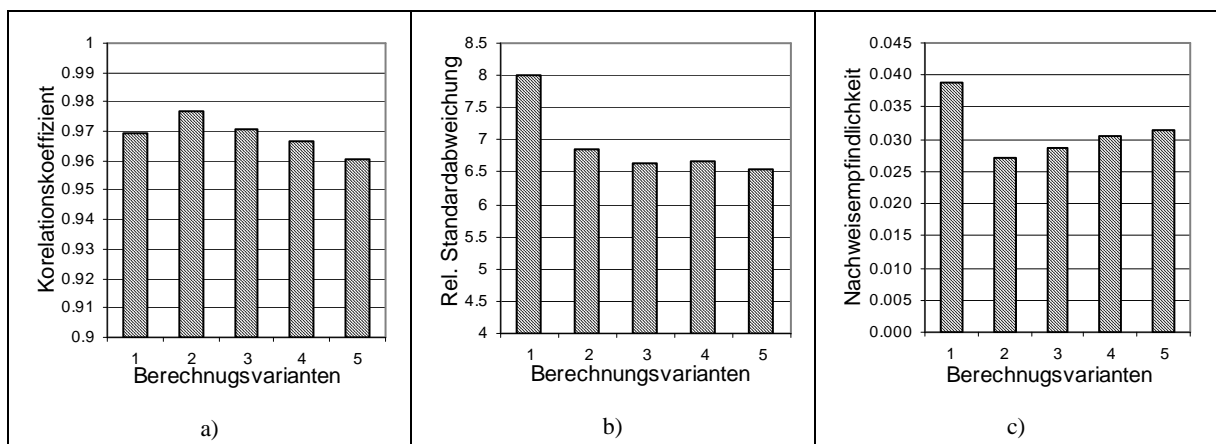


Abb. 81: Korrelationsparameter für den Zusammenhang zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode und der Sphärizität Ψ_{sp} (Testpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage F- 7)

Die Ergebnisse der durchgeführten Testrechnungen weisen nach, dass die Fourierkoeffizienten der neuen Kornformbeschreibungsmethode relativ gut mit den verwendeten Kornformfaktoren korrelieren. Die Anstiegsparameter der Korrelationsfunktionen lassen erkennen, dass eine gute Nachweisempfindlichkeit hinsichtlich auftretender Formunterschiede der getesteten Modellkörper besteht. Damit ist der prinzipielle Nachweis der Praxistauglichkeit der neuen Kornformbeschreibungsmethodik erbracht.

5.1.2 Untersuchungen mit Realpartikeln

In diesem Abschnitt werden Berechnungen mit Projektionsbildern von Realpartikeln (Partikelgemische Flint 8/12 mm und Granit 8/12 mm) durchgeführt. Ziel dieser Untersuchungen

ist der Anwendungsnachweis des neuen Formbeschreibungsprinzips unter Praxisbedingungen. Ein Methodenvergleich wird mit der bekannten Radius-Winkel-Funktion ebenfalls vorgenommen.

5.1.2.1 Auswertung der Realpartikel mit der neuen Methode

Aus den Projektionsbildern der aufgenommenen Partikelgemische werden durch zufälliges Auswählen einzelne Projektionsbilder für die nachfolgende Auswertung selektiert (s. Anlage G- 1). Die aufgenommenen Projektionsbilder der genannten Partikelgemische werden zur Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den berechneten Fourierkoeffizienten (75 je Partikel) nach der neuen Methodik (s. Anlage G- 2) und ausgewählte Formfaktoren verwendet. Für die Korrelationsrechnungen wird ebenfalls das Versuchsprogramm gemäß Anlage F- 2 verwendet. Mit Hilfe der mathematisch-statistischen Regressions- und Korrelationsanalyse werden Berechnungen zwischen den festgelegten Formfaktoren und ausgewählte Einzel-, Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (s. Anlagen G- 3 bis G- 6) durchgeführt. Aufgrund des geringeren Variationsbereiches der X_a/X_b -Verhältnisse und der Sphärizitäten der Realpartikel ist eine lineare Anpassungsfunktion am Besten geeignet.

Nach einer Bewertung der Ergebnisse der Korrelationsrechnungen (s. Anlage G- 4) wurde bezüglich des X_a/X_b -Verhältnisses festgestellt, dass dieses am Besten mit dem Einzelfourierkoeffizienten A_1 korreliert (s. Abb. 82a). Hinsichtlich der Korrelation mit Teilsummen sind wie bei den Testpartikeln nur dann ansprechende Korrelationsergebnisse zu erwarten, wenn die jeweiligen Teilsummen (z.B. A_{0-5} , A_{0-10} , A_{0-20}) die Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung

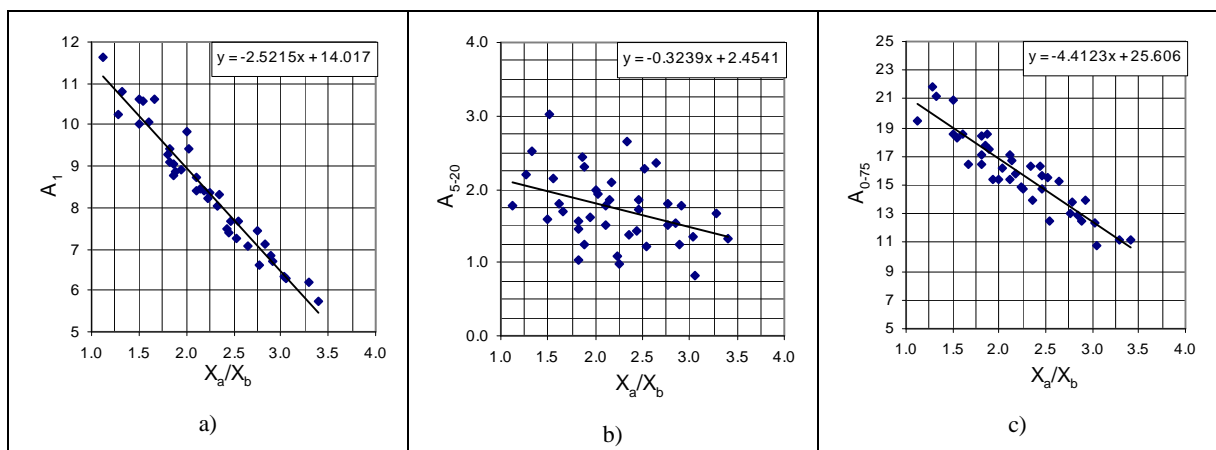


Abb. 82: Grafische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen X_a/X_b und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Realpartikel, s. Anlage G- 3)

beinhalten (s. Anlagen G- 3 und G- 4). Zu anderen Teilsummen (z.B. A_{5-10} , A_{5-20} , A_{20-75}) wurde ebenfalls keine ausreichenden Korrelationen festgestellt (s. z.B. Abb. 82b). Erwartungsge-

maß zeigt die Gesamtsumme A_{0-75} über alle Fourierkoeffizienten eine gute Korrelation (s. Abb. 82c) mit den X_a/X_b -Verhältnissen. In Abb. 83 sind die wichtigsten statistischen Rechenergebnisse zusammenfassend dargestellt.

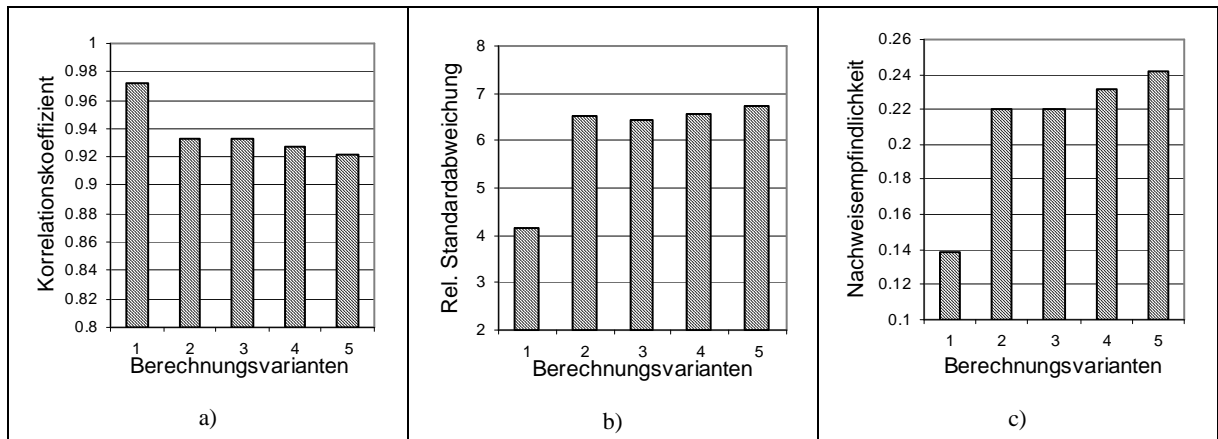


Abb. 83: Korrelationsergebnisse zwischen den ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode und dem X_a/X_b -Verhältnis (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage G- 4)

Bei der Suche nach einer Korrelation zwischen der Sphärizität von Realpartikel und den berechneten Fourierkoeffizienten (s. Anlagen G- 1 und G- 2) wird ebenfalls ein linearer Ansatz (s. Anlagen G- 5 und G- 6) angewendet. Dabei wurde ein guter Korrelationszusammenhang zwischen der Sphärizität und den Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung (wie bei den Testpartikel) festgestellt. In Abb. 84 und Abb. 85 ist eine Übersicht der wichtigsten statistischen Untersuchungen aus der Anlage G- 5 dargestellt. Die besten Korrelationsparameter wurden zwischen der Teilsumme A_{0-5} und der Sphärizität ermittelt. Demgegenüber zeigt sich, dass die Teilsummen höherer Ordnung (z.B. A_{5-10} , A_{5-20} , A_{20-75}) eine nicht ausreichende Korrelation zur Sphärizität aufweisen.

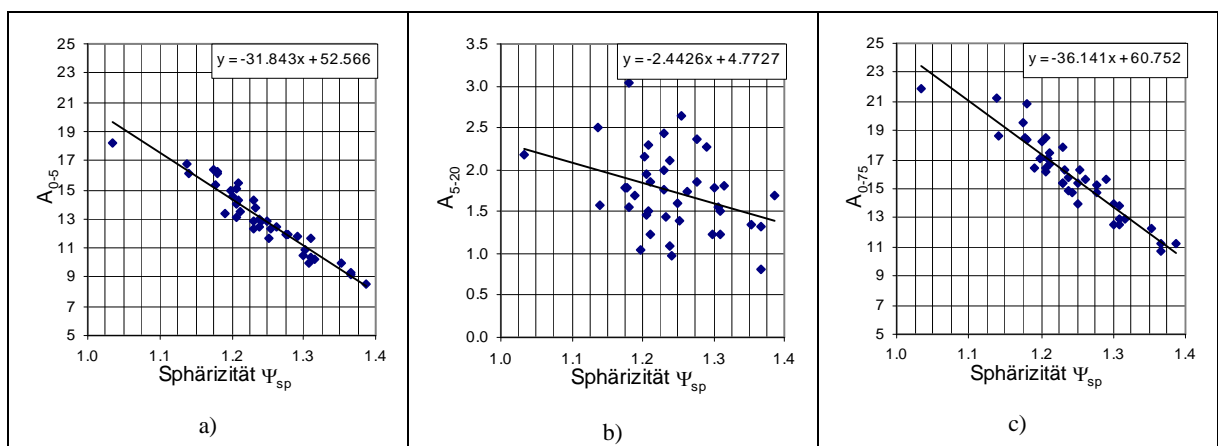


Abb. 84: Ausgewählte Berechnungsergebnisse für die Korrelation zwischen der Sphärizität (Ψ_{sp}) und den Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode (Realpartikel, s. Anlage G- 5)

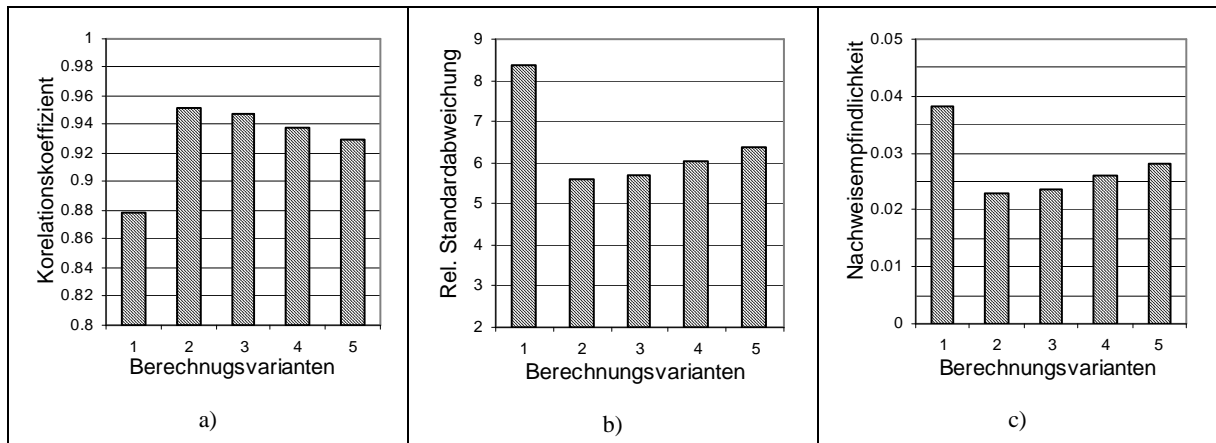


Abb. 85: Korrelationsparameter zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode und der Sphärizität Ψ_{sp} (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage G- 6)

Zusammenfassend lässt sich somit nachfolgendes feststellen:

- Die Ergebnisse der durchgeführten Berechnungen mit Real- und Testpartikel weisen eine gute Korrelation zwischen den Fourierkoeffizienten der neuen Kornformbeschreibungsmethode und den verwendeten Kornformfaktoren auf.
- Beim Vergleich zwischen den Rechenergebnisse von Test- und Realpartikeln ist festzustellen, dass ein und derselbe Lösungskoeffizient (je nach Gestaltsbereich) die optimalen Korrelationsparameter liefert. Für das Verhältnis X_a/X_b ist dies bspw. der Fourierkoeffizient A_1 (s. Anlagen F- 4 und G- 4). Die Sphärizität korreliert am Besten mit der Teilsumme A_{0-5} (s. F- 6 und G- 5).
- Ein Vergleich der besten Korrelationsparameter von Testpartikeln mit denen von Realpartikeln (für Makrogestalt s. Abb. 79 und Abb. 83, für Mesogestalt s. Abb. 81 und Abb. 85) zeigt eine sehr gute Übereinstimmung.

Somit ist die praktische Relevanz der neuen Methode auch mit Realpartikeln nachgewiesen.

5.1.2.2 Berechnungen mit der Radius-Winkel-Funktion

Im weiteren wird ein Methodenvergleich zwischen der Radius-Winkel-Funktion und der neuen Methode durchgeführt. Dazu sind die Projektionsbilder der untersuchten Partikelgemische (s. Anlage G- 1) mit Hilfe der Radius-Winkel-Funktion erneut zu analysieren und auszuwerten. Die erhaltenen Fourierkoeffizienten (75 je Partikel, s. Anlage G- 7) werden zur Untersuchung der Zusammenhänge mit entsprechenden Formfaktoren verwendet. Eine Korngrößen-unabhängigkeit der berechnete Fourierkoeffizienten wurde durch Division mit dem Fourierkoeffizient A_0 des jeweiligen Partikels erreicht (s. *Huller* [59, S. 92]). Zur Durchführung der

Korrelationsrechnungen wurde dasselbe Versuchsprogramm gemäß Anlage F- 2 verwendet. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in den Anlagen G- 8 bis G- 11 hinterlegt. Im Ergebnis der Korrelationsberechnungen wurden Betrachtungen bezüglich der Zusammenhänge der einzelnen Fourierkoeffizienten bzw. der Teil- oder Gesamtsummen mit den X_a/X_b -Verhältnissen untersucht. Aufgrund der geringeren Variationsbereiche dieser Verhältnisse bzw. der Sphärizitäten der Realpartikel eignen sich lineare Ansätze als Anpassungsfunktionen am Besten.

Erwartungsgemäß wurde eine gute Korrelation zwischen dem Fourierkoeffizient A_2 und dem X_a/X_b -Verhältnis festgestellt (s. Abb. 86a und Abb. 87). Bezüglich der Korrelationsuntersuchungen mit Teilsummen ist wie bei der Berechnungen nach der neuen Methode nur dann eine entsprechende Korrelation zu erwarten, wenn die jeweilige Teilsumme die Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung (z.B. A_{0-5} , A_{0-10} , A_{0-20}) beinhaltet (s. Anlage G- 8 und G- 9).

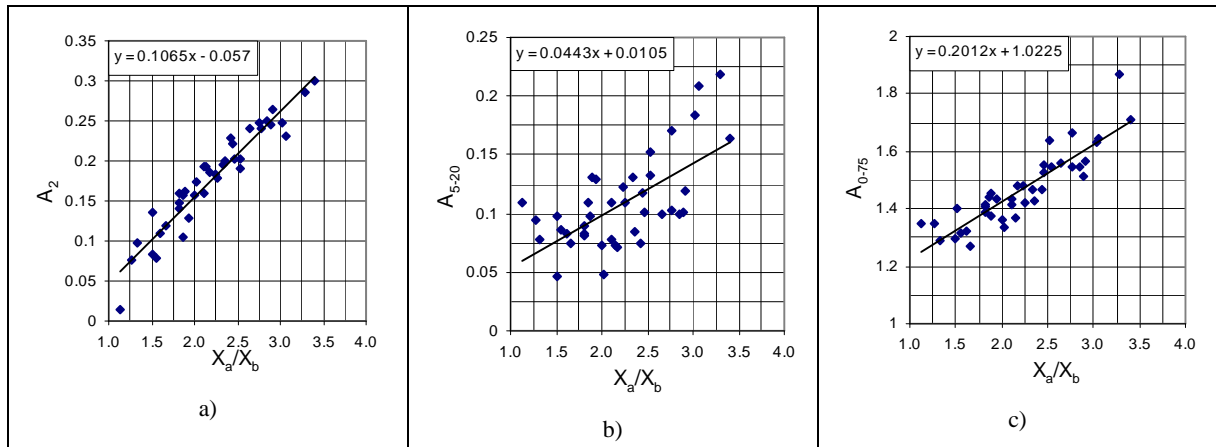


Abb. 86: Grafische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen X_a/X_b und den Fourierkoeffizienten aus der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, s. Anlage G- 8)

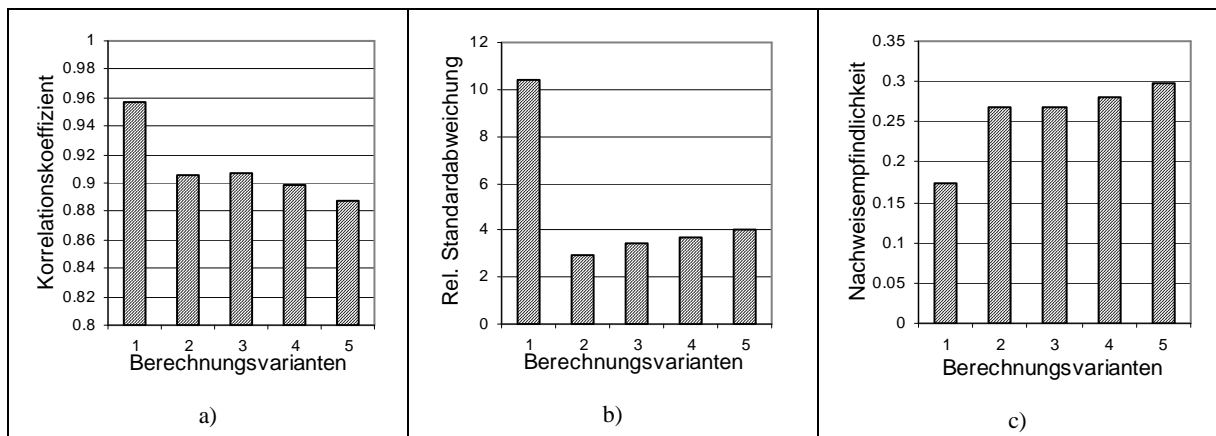


Abb. 87: Korrelationsergebnisse zwischen X_a/X_b und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage G- 9)

Zu anderen Teilsummen (z.B. A_{5-10} , A_{5-20} , A_{20-75}) wurde ebenfalls keine ausreichende Korre-

lation festgestellt (s. Abb. 86b). Wird die Gesamtsumme A_{0-75} über alle Fourierkoeffizienten gebildet, so ist gemäss Abb. 86c mit einer befriedigenden Korrelation zu rechnen. In Abb. 87 sind die Ergebnisse der wichtigsten statistischen Untersuchungen zusammenfassend dargestellt.

Bei der Suche nach einer Korrelation zwischen der Sphärizität der Realpartikel und den Fourierkoeffizienten (s. Anlage G- 7), berechnet nach der Radius-Winkel-Funktion, wird ebenfalls ein linearer Ansatz (s. Anlagen G- 10 und G- 11) verwendet. Dabei ist erkennbar, dass ein guter Korrelationszusammenhang zwischen der Sphärizität und den Teilsummen der Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung besteht (s. Abb. 88a).

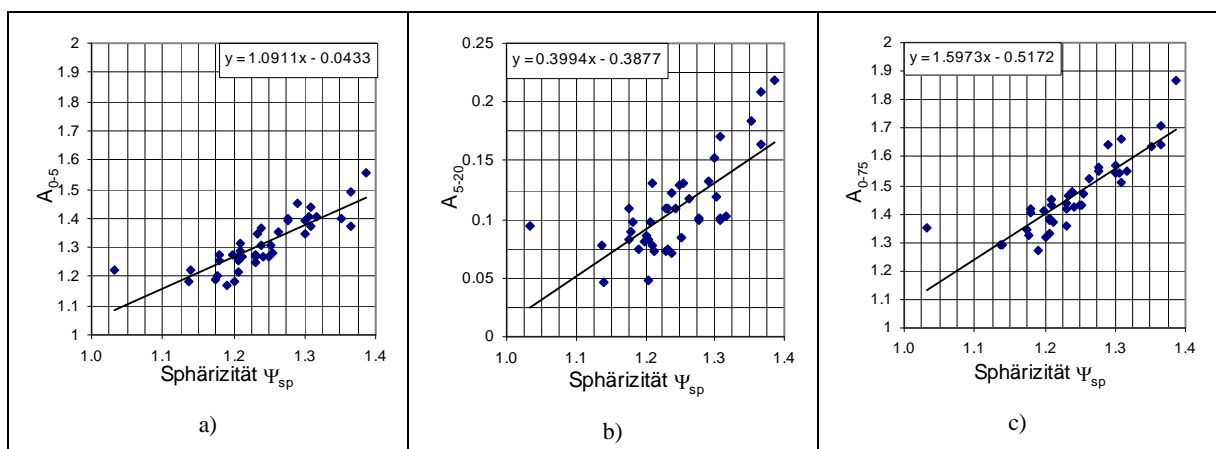


Abb. 88: Grafische Darstellung ausgewählter Korrelationsrechnungen zwischen der Sphärizität und den Fourierkoeffizienten nach der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, s. Anlage G- 10)

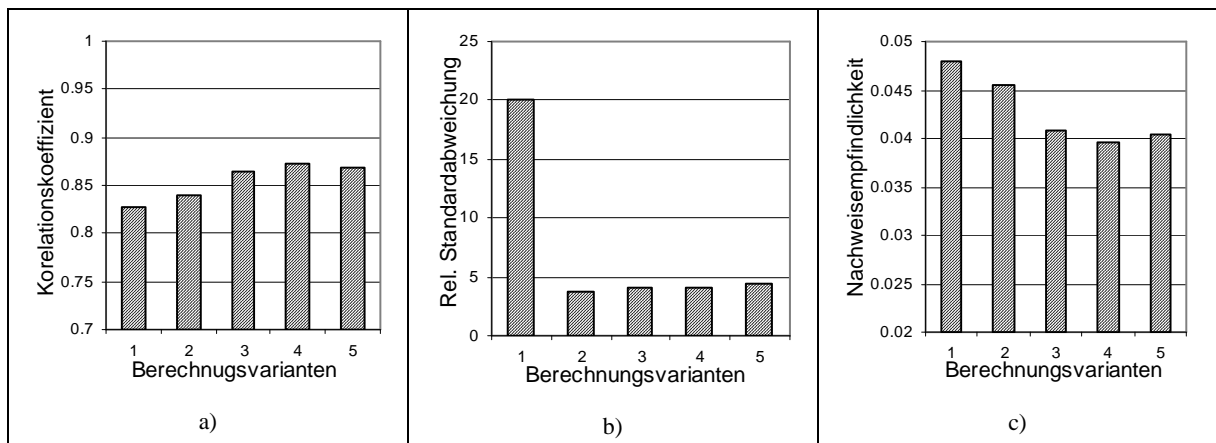


Abb. 89: Korrelationsergebnisse zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten und der Sphärizität Ψ_{sp} nach der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage G- 11)

Bei der Gesamtsumme A_{0-75} über alle Fourierkoeffizienten ist gemäss Abb. 88c ebenfalls mit einer guten Korrelation zu rechnen. Abb. 89 zeigt eine Übersicht der wichtigsten statistischen Untersuchungsergebnisse, die in den Anlagen G- 10 und G- 11 zusammengefasst sind. Dabei ist festzustellen, dass die aufsummierten Fourierkoeffizienten A_{0-20} die besten Korrelationser-

gebnisse liefern. Diese werden zum Vergleich mit der Fourierkoeffizientensumme A_{0-5} aus der neuen Methode verwendet.

5.1.3 Ergebnisvergleich zwischen neuer Methode und Radius-Winkel-Funktion

Zur Bewertung der Vor- und Nachteile der neuen Formbeschreibungsmethode werden ausgewählte Korrelationsparameter aus der neuen Methode mit denen der Radius-Winkel-Funktion für den Makro- (X_a/X_b -Verhältnis, s. Tabelle 14 und Abb. 90) und Mesogestaltsbereich (Sphärizität) verglichen. Für das X_a/X_b -Verhältnis wurde die Berechnungsvariante 1 (Fourierkoeffizienten A_1 für die neue Methode, A_2 für die Radius-Winkel-Funktion) ausgewählt.

Tabelle 14: Vergleich der Korrelationsergebnisse ausgewählter Fourierkoeffizienten, berechnet nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion mit dem X_a/X_b -Verhältnis

Berechnungsvarianten	1		2		3		4		5	
Formbeschreibungsmethode	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F
Fourierkoeffizient	A_1	A_2	A_{0-5}	A_{0-5}	A_{0-10}	A_{0-10}	A_{0-20}	A_{0-20}	A_{0-75}	A_{0-75}
Standardabweichung	0.351	0.019	0.847	0.039	0.899	0.048	0.965	0.053	1.068	0.060
Rel. Standardabweichung [%]	4.152	10.395	6.508	2.953	6.422	3.465	6.543	3.726	6.734	4.069
Korrelationskoeffizient	0.972	0.957	0.934	0.906	0.933	0.906	0.927	0.899	0.921	0.888
Steigungskoeffizient	2.522	0.107	3.849	0.145	4.083	0.179	4.173	0.189	4.412	0.201
Nachweisempfindlichkeit	0.139	0.174	0.220	0.267	0.220	0.267	0.231	0.280	0.242	0.297

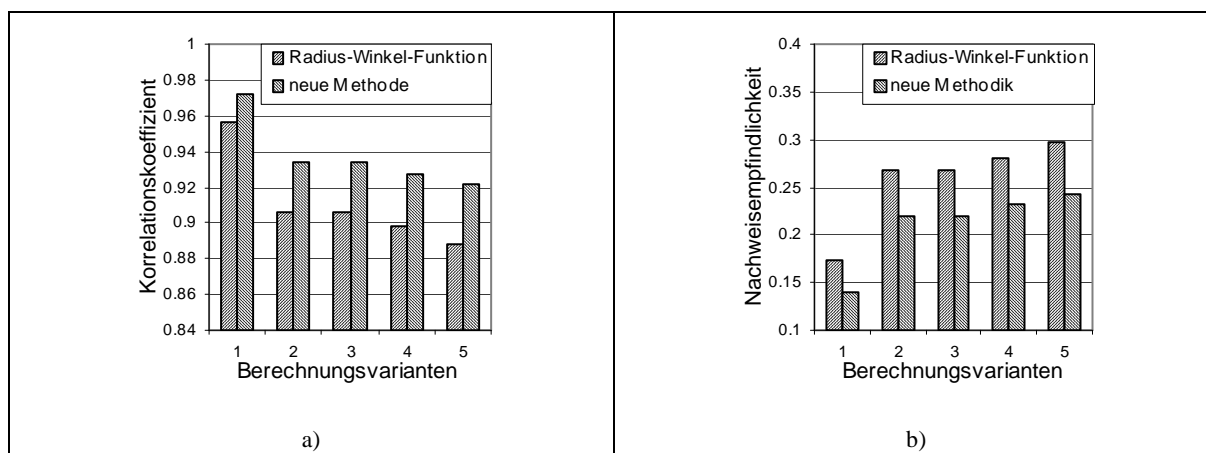


Abb. 90: Vergleich der Korrelationsergebnisse nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten und X_a/X_b (Realpartikel)

Ein Vergleich zwischen der nach beiden Berechnungsmethoden bevorzugten Varianten (s. Abb. 90) zeigt, dass die neue Methode mit besseren Korrelationsparametern und niedrigerer Nachweisempfindlichkeit zu charakterisieren ist.

Für den funktionellen Zusammenhang zwischen der Sphärizität und den Fourierkoeffizienten der beiden Methoden sind die charakteristischen Korrelationsparameter in Tabelle 15 zusammengefasst. Eine grafische Darstellung der Vergleichsergebnisse zeigt Abb. 91. Dabei hat die

Berechnungsvariante 2 der neuen Methode eine bessere Korrelation und eine kleinere Nachweisempfindlichkeit als die Radius-Winkel-Funktion.

Tabelle 15: Vergleich der Korrelationsparameter ausgewählter Fourierkoeffizienten, berechnet nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion mit der Sphärizität

Berechnungsvarianten	1		2		3		4		5	
Formbeschreibungsmethode	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F
Fourierkoeffizient	A_1	A_2	A_{0-5}	A_{0-5}	A_{0-10}	A_{0-10}	A_{0-20}	A_{0-20}	A_{0-75}	A_{0-75}
Standardabweichung	0.709	0.036	0.730	0.050	0.797	0.057	0.892	0.059	1.014	0.064
Rel. Standardabweichung [%]	8.389	20.139	5.610	3.785	5.692	4.110	6.050	4.163	6.394	4.391
Korrelationskoeffizient	0.879	0.827	0.951	0.840	0.948	0.865	0.938	0.872	0.929	0.868
Steigungskoeffizient	18.523	0.747	31.843	1.091	33.676	1.386	34.286	1.490	36.141	1.597
Nachweisempfindlichkeit	0.038	0.048	0.023	0.046	0.024	0.041	0.026	0.040	0.028	0.040

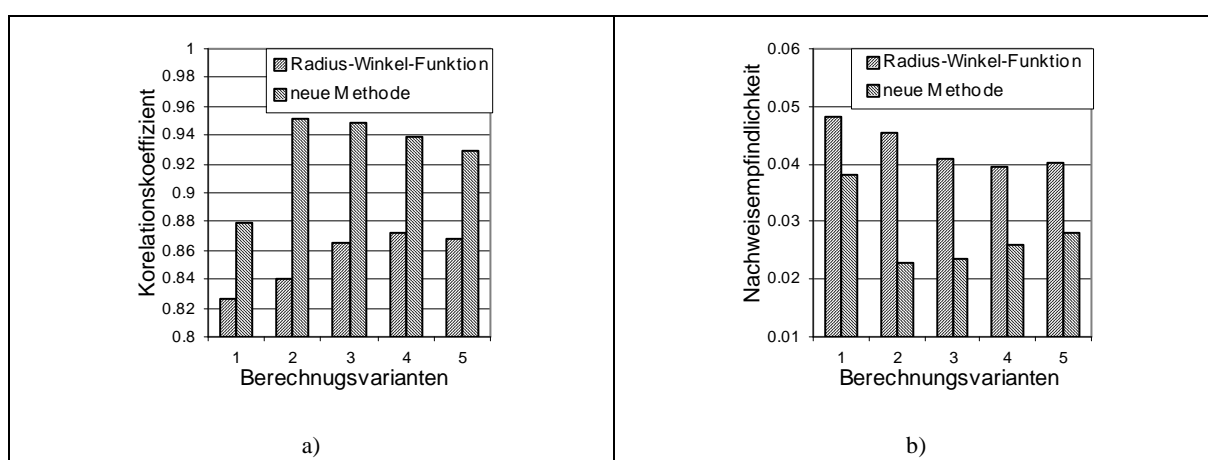


Abb. 91: Vergleich der Korrelationsergebnisse nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion zwischen ausgewählten Fourierkoeffizienten und Sphärizität Ψ_{sp} (Realpartikel)

Die Untersuchungsergebnisse bezüglich der Korrelationsberechnungen zwischen Fourierkoeffizienten und Formfaktoren für die Makro- und Mesogestalt lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Die Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung, die nach der neuen Methode berechnet wurden, sind die Hauptinformationsträger der Formbeschreibung im Makro- und Mesogestaltsbereich.
- Der normierte Fourierkoeffizient A_1 ist für eine Korrelation mit dem X_a/X_b -Verhältnis am Besten geeignet.
- Die normierte Teilsumme der Fourierkoeffizienten A_{0-5} (nach der neuen Methode), bzw. A_{0-20} (nach der Radius-Winkel-Funktion) korrelieren am Besten mit der Sphärizität Ψ_{sp} .

Im Vergleich mit der Radius-Winkel-Funktion weist die neue Methode folgende Vorteile auf:

- Bessere Korrelation mit den ausgewählten Formfaktoren.

- Höhere Messempfindlichkeit (Anstieg der Anpassungsfunktion).
- Höhere Nachweisempfindlichkeit für Formänderungen.

5.2 Formbeschreibung im Mikrogestaltsbereich

In diesem Abschnitt wird die Formbeschreibung im Mikrogestaltsbereich betrachtet. Untersucht wird dabei die Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten aus der neuen Methodik und einem Kornformkennwert als Bezugsgröße für die Mikrogestaltsbeschreibung.

Gemäß des technischen Standes (s. Abschnitt 2.2.1) sind für die Mikroformbeschreibung keine geeigneten Kornformfaktoren bekannt, die den neuen Anforderungen der digitalen Aufnahmetechnik genügen (sehr aufwändig). Aus diesem Grund ist es erforderlich, einen Formfaktor für die Rauigkeit zu entwickeln, der leicht zu berechnen ist und als Bezugsgröße bei den Korrelationsbetrachtungen mit Fourierkoeffizienten verwendet werden kann.

- Neben der Entwicklung eines neuen Rauigkeitsfaktors müssen die Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik (Pixelgröße) definiert werden.

Zur Untersuchung der Rauigkeitskennzahl und des Einflusses der Pixelgröße auf die Nachweisempfindlichkeit der Rauigkeitskennzahl werden Modellrechnungen mit Hilfe von selbstkonfigurierten Modellpartikel durchgeführt.

5.2.1 Betrachtungen zur Quantifizierung der Rauigkeit (Mikrogestalt)

Für die Erfassung der Kantenrauigkeit wird die Umfangsdifferenz ΔU zwischen dem Umfang eines rauhen Partikels U_p und eines „glatten“ Partikels U_{glatt} mit gleichen Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und X_a/X_b -Verhältnis verwendet.

$$\Delta U = U_p - U_{glatt} \quad (143)$$

U_p - Umfang des rauhen Partikels

U_{glatt} - Umfang des glatten Partikels

Durch Normierung von ΔU (s. Gl. (143)) erhält man eine dimensionslose Rauigkeitskennzahl R_p (s. Gl. (144)).

$$R_p = \left(\frac{U_p - U_{glatt}}{U_{glatt}} \right) * 100 [\%] \quad (144)$$

bzw.

$$R_p = \left(\frac{U_p}{U_{glatt}} - 1 \right) * 100 [\%] \quad (145)$$

Nach Gl. (144) bzw. (145) ist die Rauigkeitskennzahl R_p umso größer, je größer der Um-

fangsunterschied zwischen einem rauhen und einem glatten Partikel mit gleicher Korngröße $d_{\text{äq}}$ und gleichem X_a/X_b -Verhältnis ist.

Die Umfangsdifferenz ΔU hängt aber nicht nur von der Rauigkeit des Partikels ab, sondern wird auch von der Aufnahmetechnik (Pixelanzahl) beeinflusst. Zur Quantifizierung der Mindestanforderung bezüglich der Anzahl der abzudeckenden Pixel kann wieder der relative Pixelflächenanteil P_r (s. Abschnitt 3.8.2) verwendet werden.

Dessen Einfluss auf das Auflösungsvermögen der Rauigkeitskennzahl R_p soll nachfolgend mit Hilfe von Modellpartikeln näher untersucht werden.

5.2.2 Rechentechnische Untersuchungen mit Modellkörpern zum Nachweis der Anwendbarkeit der Rauigkeitskennzahl R_p

Zum Nachweis der Relevanz der Rauigkeitskennzahl R_p , sowie zur Ableitung der Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik für die Mikrogestaltsbeschreibung, werden Berechnungen mit selbstkonfigurierten Modellpartikeln durchgeführt (s. Anhang H). Diese werden mit fünf unterschiedlichen Pixelgrößen (s. Anlage H- 1) bei Variation des Äquivalentdurchmessers $d_{\text{äq}}$, des X_a/X_b -Verhältnisses und der Rauigkeit der Modellpartikel (s. Anlage H- 2)

realisiert. Zur Quantifizierung der Rauigkeit der Modellpartikel wird der relative Rauigkeitsflächenanteil r_f eingeführt (s. Abb. 92). Dieser wird als Verhältnis von Projektionsfläche aller Rauigkeiten und Projektionsfläche eines glatten Körpers definiert (s. Gl. (146)) und ist

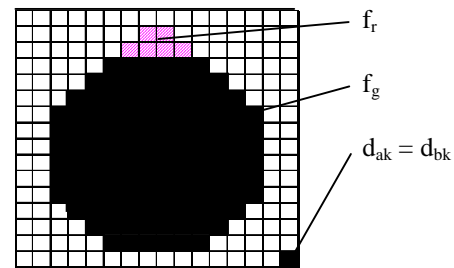


Abb. 92: Relativer Rauigkeitsflächenanteil

wegen der bekannten Pixelanzahl der Rauigkeiten (selbstkonfigurierte Modellpartikel) als Bezugsgröße anzuwenden. Für eine Nutzung in der Praxis (mit Realteilchen) ist r_f allerdings wegen der unbekannten Rauigkeitspixelanzahl nicht geeignet.

$$r_f = \frac{f_r}{f_g} = \frac{n_{pr} * d_{ak} * d_{bk}}{n_{pg} * d_{ak} * d_{bk}} = \frac{n_{pr}}{n_{pg}} * 100 [\%] \quad (146)$$

Dabei bedeuten:

- | | |
|----------------------------------|---|
| $f_r = n_{pr} * d_{ak} * d_{bk}$ | - Gesamtprojektionsfläche aller Rauigkeiten des Modellpartikels |
| $f_g = n_{pg} * d_{ak} * d_{bk}$ | - Projektionsfläche eines glatten Körpers |
| n_{pr} | - Pixelanzahl aller Rauigkeiten eines Modellpartikels |
| n_{pg} | - Pixelanzahl eines glatten Modellpartikels |
| $d_{ak} = d_{bk}$ | - Pixelabmessungen unter Berücksichtigung des Abbildungsmaßstabes |

Die Umfangsdifferenz ΔU bzw. der Betrag der Rauigkeitskennzahl R_p sind von der Partikel-

rauhigkeit und der Qualität der Aufnahmetechnik (Pixelanzahl) abhängig. Zur Quantifizierung der Bildauflösung wird der relative Pixelflächenanteil P_r (s. Gl. (75)) angewendet. Dieser ist als Verhältnis von Pixelfläche und Projektionsfläche des Realpartikels definiert worden.

Mit Hilfe der nachfolgenden Modellrechnungen wurde der Einfluss des Pixelflächenanteils P_r auf die Umfangsdifferenz ΔU und die Rauigkeitskennzahl R_p bei konstanter Pixelgröße ($d_{ak} = d_{bk} = 0,01$ mm), variabler Korngröße ($d_{\text{äq}}$) und variablem X_a/X_b -Verhältnis näher untersucht.

Aus den Ergebnissen ist gemäss Abb. 93 erkennbar, dass die Partikelumfänge U_p bzw. U_{glatt} von der Partikelgröße $d_{\text{äq}}$ und dem X_a/X_b -Verhältnis abhängig sind.

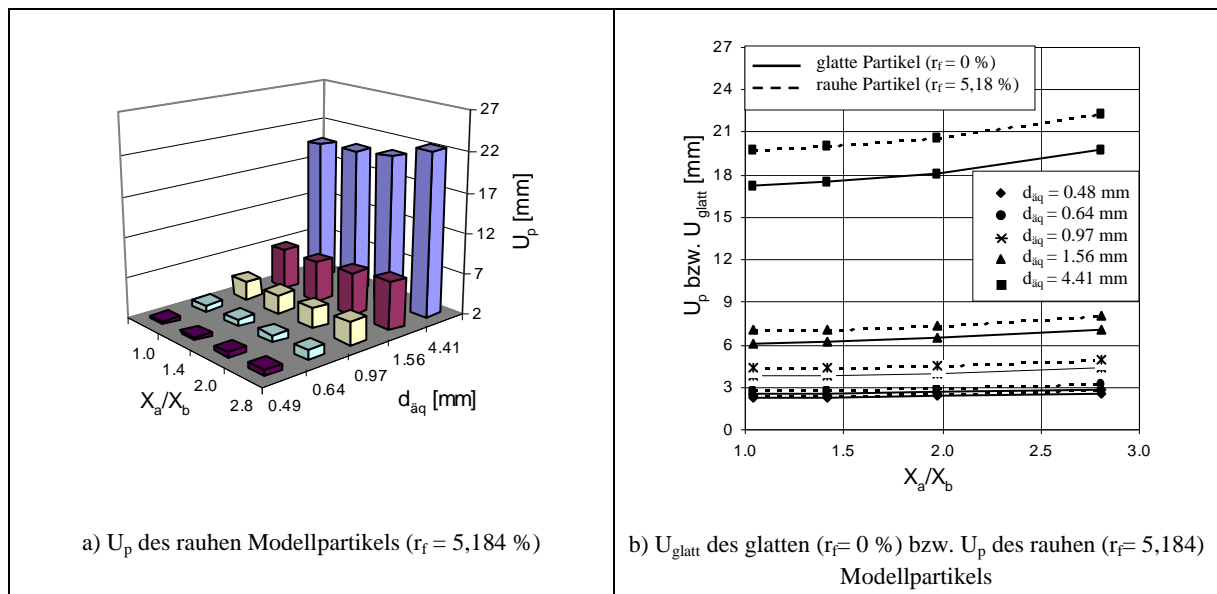


Abb. 93: Umfang U_p bzw. U_{glatt} in Abhängigkeit vom Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und vom X_a/X_b -Verhältnis bei vorgegebener Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01$ mm

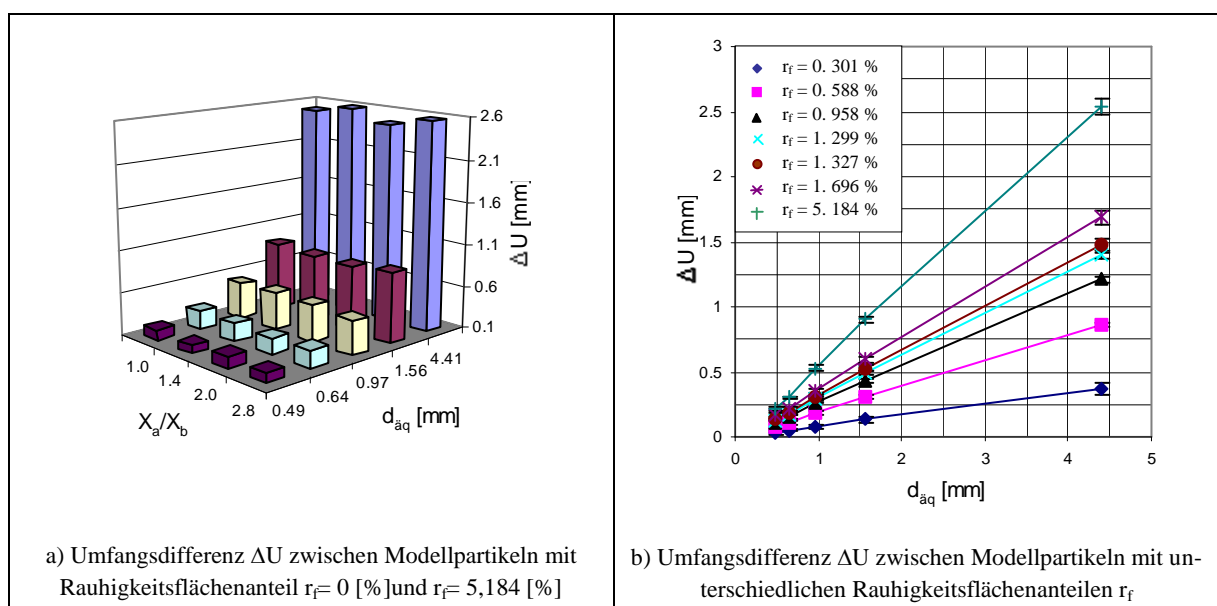


Abb. 94: Umfangsdifferenz ΔU von Partikeln in Abhängigkeit von $d_{\text{äq}}$ und vom X_a/X_b -Verhältnis bei vorgegebener Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01$ mm

Bildet man die Differenz ΔU zwischen glatten und rauen Partikeln, so ist gemäss Abb. 94b erkennbar, dass nur noch eine Abhängigkeit von der Partikelgröße $d_{\text{äq}}$ und dem relativen Rauheitsflächenanteil r_f besteht. Der Einfluss des X_a/X_b -Verhältnisses ist gemäss Abb. 94a vernachlässigbar. Stellt man die Rauheitskennzahl R_p von unterschiedlich rauen Partikel in Abhängigkeit von $d_{\text{äq}}$ dar, so ist nach Abb. 95a erkennbar, dass ab einer definierten Korngröße $d_{\text{äq}} = 0,97 \text{ mm}$ eine Größenunabhängigkeit der Rauheitskennzahl R_p besteht.

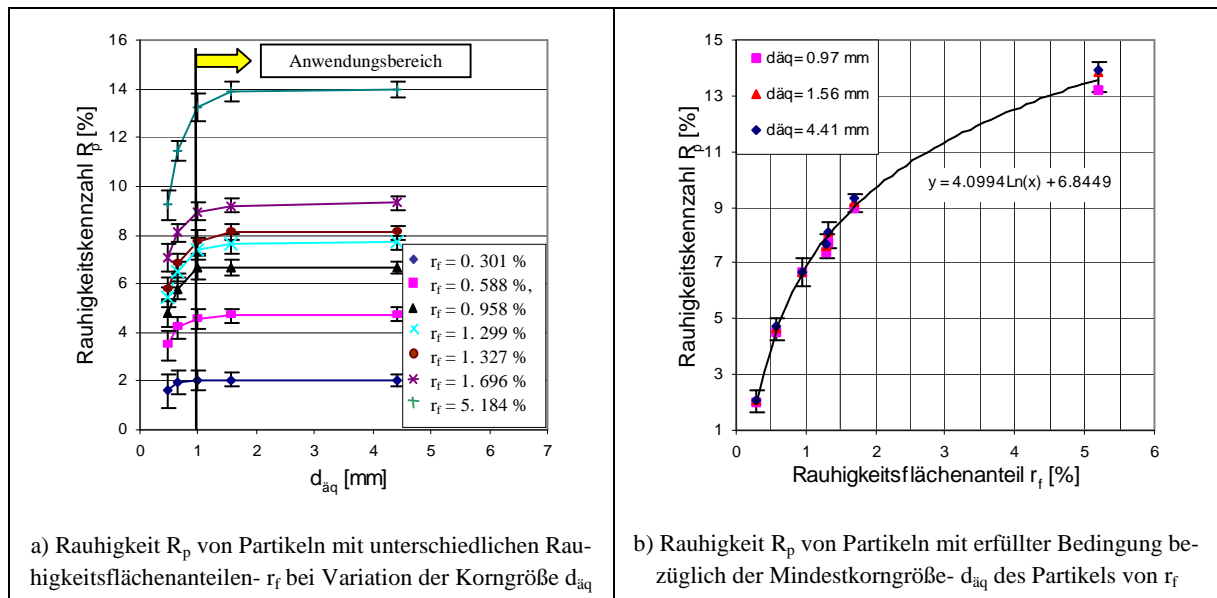


Abb. 95: Rauigkeit R_p in Abhängigkeit von der Korngröße $d_{\text{äq}}$ und dem Rauheitsflächenanteil r_f bei vorgegebener Pixelkantenlänge $d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} = 0,01 \text{ mm}$

Weiterhin wurde eine Abhängigkeit (s. Abb. 95b) zwischen der Rauheitskennzahl R_p und dem Rauheitsflächenanteil r_f bei Modellpartikeln größer $0,97 \text{ mm}$ (Anwendungsbereich) festgestellt. Die Abhängigkeit $R_p = f(r_f)$ stellt die Grundlage für weitere Untersuchungen zur Rauheitskennzahl bei Realpartikeln dar.

5.2.3 Festlegung von Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik zur Bestimmung der Rauheitskennzahl

Weitere rechentechnische Modelluntersuchungen mit anderen Pixelgrößen (z.B. $0,01 \leq d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} \leq 0,118 \text{ mm}$) bzw. Partikelgrößen haben die Ergebnisse zu der Rauheitskennzahl R_p in einem breiteren Korngrößenbereich ($0,49 \leq d_{\text{äq}} \leq 60 \text{ mm}$) bestätigt (s. Anlage H- 8). Die untere Korngrößengrenze bei vorgegebener Pixelgröße ist in Tabelle 16 eingetragen.

Tabelle 16: Zusammenhang zwischen Pixelkantenlänge und unterer Korngrößengrenze für die Mikrogestaltsbeschreibung

Pixelgröße	[mm]	0,01	0,03	0,065	0,091	0,118
Untere Korngröße $d_{\text{äqr}}$	[mm]	0,97	2,9	6,28	8,79	11,41
Pixelflächenanteil P_r	[%]	0,0136	0,0136	0,0136	0,0136	0,0136

Wird der Pixelflächenanteil P_r gemäß Gl. (76) gebildet, so erhält man für P_r einen konstanten Wert. P_r ist somit eine anwendungsspezifische Kennzahl, die bei Vorgabe der Pixel- bzw. Partikelgröße zur Abschätzung der Anwendbarkeit der Mikrogestaltsbeschreibung verwendet werden kann. Damit ist es möglich, die in Tabelle 11 zusammengefassten Mindestanforderungen der Aufnahmetechnik auf den Mikrogestaltsbereich zu erweitern (s. Tabelle 17). Eine grafische Darstellung (analog zu Abb. 53 und Abb. 54) der Zusammenhänge mit Kennzeichnung der praktischen Anwendungsbereiche ist in Abb. 96 dargestellt.

Tabelle 17: Mindestanforderung der Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Kornformbestimmung

	Korngrößenbestimmung	Kornformbestimmung		
	Korngröße	Makrobereich	Mesobereich	Mikrobereich
	z.B. Summenverteilung	Elongation X_a/X_b	Sphärizität Ψ_{sp}	Rauhigkeit R_p
Pixelanzahl n_g	1	5	16	7300
Pixelflächenanteil P_r [%]	70	20.0	6.25	0,0136

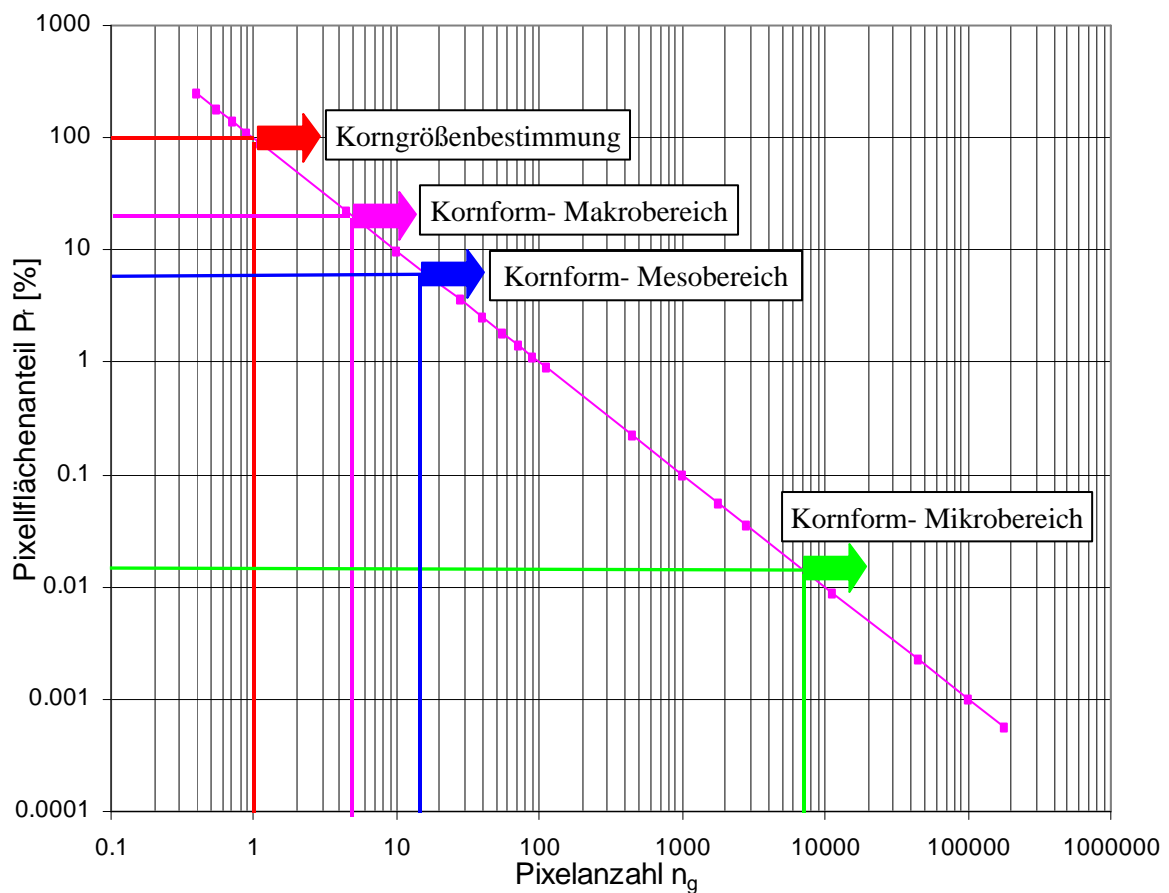


Abb. 96: Anforderungsgrenzen an die Aufnahmetechnik für die Korngrößen- und Formbestimmung (Pixelflächenanteil P_r als Funktion der Pixelanzahl n_g)

Gleichermaßen kann für den Mikrobereich, wie in Abschnitt 3.8.2 (s. Gl. (78) bis (81)), bei definierten Mindestanforderungen (s. Tabelle 17 und Abb. 96) und unter Beachtung der Pixelgröße die Abhängigkeit zwischen dieser (Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk}$) und dem Äquivalentdurchmesser des Partikels $d_{äq}$ abgeleitet werden (s. Abb. 97b). Die Bestimmung der Pixelanzahl bzw. Korngröße für die Mikrogestaltscharakterisierung ist analog zu der im Abschnitt 3.8.2 dargelegten Vorgehensweise für den Meso- und Makrogestaltsbereich durchzuführen.

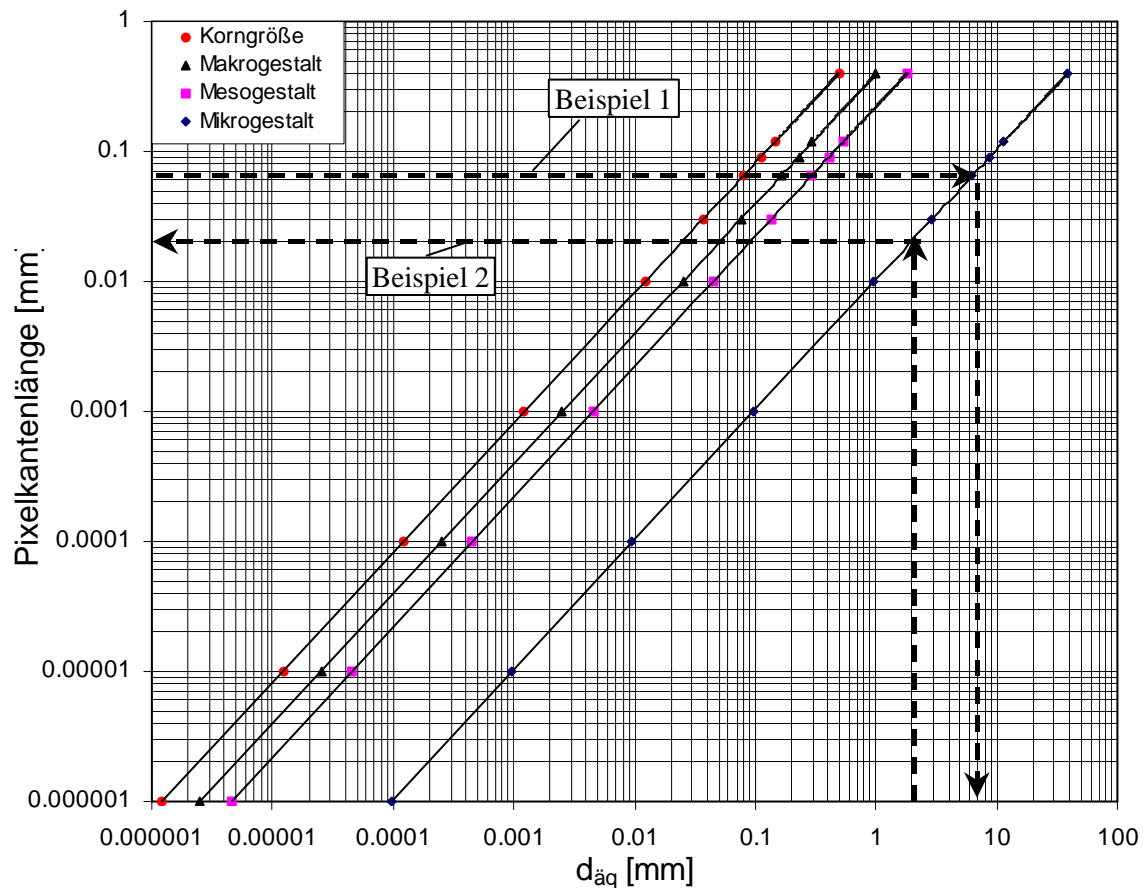


Abb. 97: Praktische Anwendung des Anforderungsprinzips für die Aufnahmetechnik bezüglich der Korngrößen- und -formbestimmung (Pixelkantenlänge als Funktion der Korngröße)

Ablesebeispiel 1 (s. Abb. 97) geht von einer festgelegten Pixelgröße (Pixelkantenlänge) von 65 μm aus und zeigt, dass mit dieser Pixelgröße eine Formcharakterisierung im Mikrogestaltsbereich für Partikel mit $d_{äq} \geq 6,5$ mm möglich wäre. Ablesebeispiel 2 weist für eine vorgegebene Partikelgröße von $d_{äq} = 2,0$ mm eine erforderliche Mindestpixelgröße $d_{ak} = d_{bk} \leq 20$ μm für eine Rauigkeitsbestimmung aus.

Im weiteren werden die dargelegten Mindestanforderungen (Pixelgröße bzw. Partikelgröße), sowie die neue Rauigkeitskennzahl R_p für die Charakterisierung der Mikrogestalt durch Testrechnungen mit Realpartikeln nachgewiesen.

5.2.4 Praktische Untersuchung der Rauigkeitskennzahl R_p an Realstoffgemischen

5.2.4.1 Untersuchung der Rauigkeitskennzahl R_p von gebrochen und ungebrochen Splittgemischen für $d_{\text{äq}} = 4$ bis 16 mm

Zur Bewertung von gebrochenem Kiesmaterial gemäß EN 933 Teil 5 [85] ist die Quantifizierung der gebrochenen, ungebrochenen bzw. vollständig gebrochenen und vollständig gerundeten Körner notwendig. Beispielsweise müssen Schotter, Splitt und Edelsplitt mindestens 90 Gew.-% bruchflächige Körner enthalten. Der Anteil an Körner, die keine gebrochenen Flächen aufweisen, darf dabei 2 Gew.-% nicht überschreiten. Nach dieser Norm gelten die Körner als gebrochen, wenn sie mehr als 50 % gebrochene Oberfläche aufweisen. Die Bewertung der Körner wird visuell und manuell vorgenommen. Es ist leicht zu erkennen, dass die nach EN 933 Teil 5 angewandte Methode sehr subjektiv und zeitaufwendig ist.

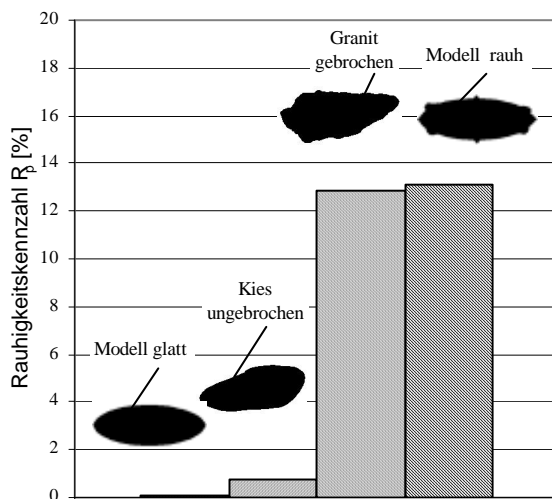
In diesem Abschnitt werden Berechnungen zur Prognostizierung der Bruchflächigkeit mit Hilfe der neuen Rauigkeitskennzahl R_p durchgeführt. Dazu werden Projektionsbilder von vollständig gebrochenem Granit bzw. vollständig gerundetem Kies analysiert. Die Korngröße der Partikel lag im Bereich $4 \text{ mm} \leq d_{\text{äq}} \leq 16 \text{ mm}$ und das X_a/X_b -Verhältnis im Bereich $1,3 \leq X_a/X_b \leq 2,7$. Nachfolgende Aufnahmeparameter werden zur Ermittlung der Projektionsbilder verwendet:

$d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} = 0,091 \text{ [mm]}$	Pixelabmessungen (Pixelbreite und -höhe)
$F_k = 9766 \text{ [kHz]}$	Abtastfrequenz der Kamera
$h_2 = 40 \text{ [mm]}$	Fallhöhe (Abwurfkante der Transportrinne bis Kameramessebene)

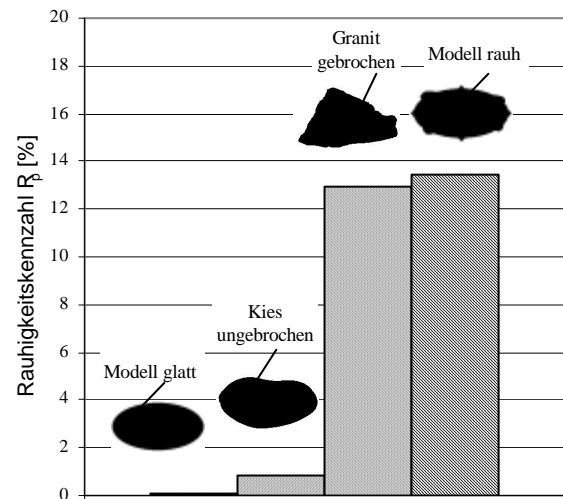
Nach der Bildaufnahme werden aus den Projektionsbildern der aufgenommenen Partikelgemische einzelne Projektionsbilder (ein Partikel je Bild) eliminiert. Diese werden weiter zur Berechnung des Äquivalentdurchmessers $d_{\text{äq}}$, des X_a/X_b -Verhältnisses, des Umfangs U_p und der Sphärizität Ψ_{sp} der Partikeln (s. Anlage I- 1) verwendet. Für die Bestimmung der Rauigkeitskennzahl R_p eines Partikels werden der Partikelumfang U_p und der Umfang U_{glatt} von glatten (vollständig gerundete) Partikeln mit gleichem Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und gleichem X_a/X_b -Verhältnis gemäß Gl. (144) verglichen.

Der Umfang U_{glatt} kann entweder durch messtechnische Ermittlung der Umfangsmittelwerte der vollständig gerundeten Realpartikel (z.B. gerundete Kiespartikel), oder mit Hilfe einer mathematisch-statistischen Funktion ($U_{\text{glatt}} = f(d_{\text{äq}}, X_a/X_b)$) ermittelt werden.

Am Beispiel von Abb. 98 a, b wird aufgezeigt, dass die mit Modellkörpern durchgeführten Berechnungen der Rauigkeitskennzahl R_p mit den messtechnisch ermittelten Rauigkeitswerten für beide untersuchte Materialien gut übereinstimmen. Durch die Berechnungen wird somit nachgewiesen, dass sich die vollständig gerundeten (ungebrochene) Körner (Modell- oder Realpartikel) von denen mit rauher Oberfläche (Modell- oder Realpartikel) deutlich unterscheiden. Voraussetzung ist, dass für die vorgegebene Pixelgröße ($d_{ak} = d_{bk} = 0,091 \text{ mm}$) die untere Grenzkorngröße $d_{aq} \geq 8 \text{ mm}$ eingehalten wird.



a) R_p für Partikel mit $d_{aq} = 10,2 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 2,8$



b) R_p für Partikel mit $d_{aq} = 12,4 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 2$

Abb. 98: Vergleich der Rauigkeitskennzahlen R_p von Modell- und Realpartikeln

Dazu zeigt Abb. 99, dass bei der Bestimmung der Rauigkeitskennzahl R_p an Partikelsystemen mit Korngrößen d_{aq} kleiner 8 mm die Differenz ΔR_p zwischen vollständig gerundeten und vollständig gebrochenen Körnern stark abnimmt.

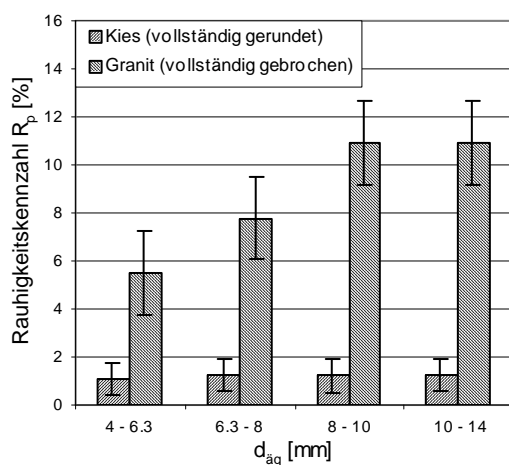


Abb. 99: Praktische Ermittlung der Anwendungsgrenze zur Bestimmung der Rauigkeitskennzahl

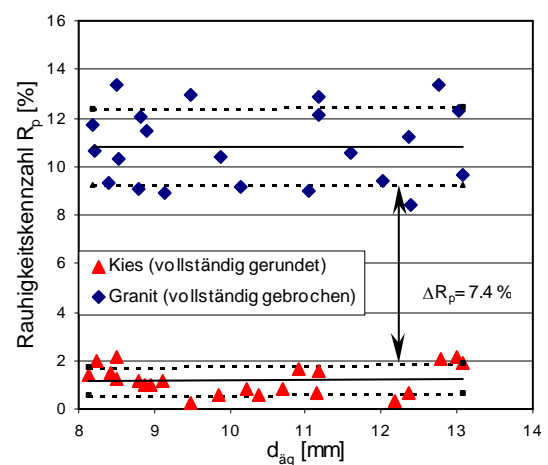


Abb. 100: Bruchflächigkeitsbestimmung mit Hilfe von R_p für $d_{aq} = 8$ bis 16 [mm]

Dagegen zeigt Abb. 100, dass unter Beachtung der Mindestanforderungen für die vorgegebene Pixelgröße eine statistisch gesicherte Unterscheidung zwischen vollständig gerundeten und vollständig gebrochenen Partikel möglich ist. Die so gewonnenen Erkenntnisse lassen sich zur Prognostizierung der Bruchflächigkeit gemäß EN 933, Teil 5 verwenden. In Abb. 101 wird dargestellt, dass sich bestimmte Bereiche der Rauigkeitskennzahl den in EN, 933 Teil 5 festgelegten Bruchflächigkeitsbereiche zuordnen lassen.

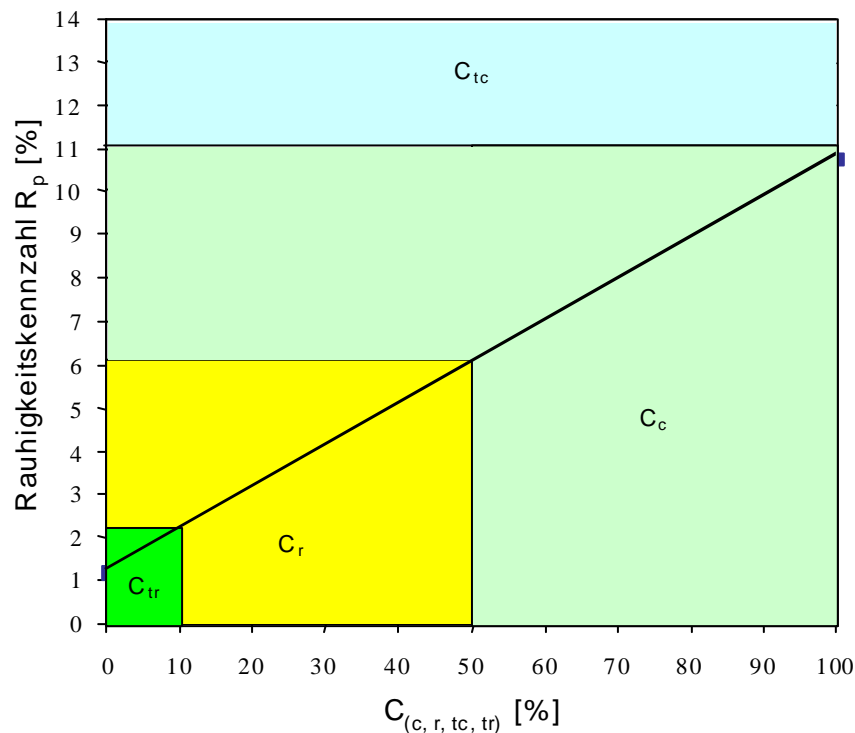


Abb. 101: Prognostizierung der Bruchflächigkeit gemäß EN 933, Teil 5 mit Hilfe der Rauigkeitskennzahl R_p

Bedeutung der prozentualen Massenanteile gemäß EN 933, Teil 5:

- C_{tc} - vollständig gebrochene Körner (mit 100 % gebrochener Oberfläche)
- C_c - gebrochene Körner (mit mehr als 50 % gebrochener Oberfläche)
- C_r - ungebrochene Körner (mit weniger als 50% gebrochener Oberfläche)
- C_{tr} - vollständig gerundete Körner (mit mehr als 90% gerundeter Oberfläche)

Dabei entspricht die Rauigkeitskennzahl $R_p < 2$ % der Kategorie vollständig gerundeter Körner. Die Rauigkeitskennzahl im Bereich $2 \% < R_p < 6$ % charakterisiert die Klasse ungebrochener Körner. Der Rauigkeitsbereich $6 \% < R_p < 11$ % kennzeichnet die Kategorie der gebrochenen Körner. Alle vollständig gebrochene Körner weisen eine Rauigkeit $R_p > 11$ % auf. Anhand von Abb. 101 besteht die Möglichkeit eine Rauigkeitssummenverteilung (Bruchflä-

chigkeitsverteilung) zu entwickeln.

Eine Senkung der unteren Korngrößengrenze ist durch Verwendung einer Kamera mit kleineren Pixeln zulässig. Im folgenden Anwendungsbeispiel soll nachgewiesen werden, dass unter Beachtung der Mindestanforderung (bei sehr kleinen Pixelabmessungen) eine Rauigkeitscharakterisierung für Korngrößen von 15 µm bis 40 µm möglich ist.

5.2.4.2 Untersuchung der Rauigkeitskennzahl mit Siliziumkarbid für $d_{\text{äq}} = 15$ bis 40 µm

Ziel dieser Untersuchungen ist die Bewertung von zwei Siliziumkarbid-Proben. Dieses Material weist neben anderen Eigenschaften [58] auch eine sehr hohe Festigkeit auf und wird beispielsweise zum Schneiden von Siliziumscheiben in der Elektronikindustrie angewendet. Die Schneideigenschaften bzw. die Qualität des Siliziumkarbides hängen von der Kantenrauigkeit der einzelnen Kristalle (Pulverteilchen) ab. Diese verschlechtert sich mit zunehmender Zahl von Schneidvorgängen (Kantenrauigkeit wird verringert). Durch die Ermittlung der Rauigkeitskennzahl R_p wird versucht, die beiden Proben (vor und nach dem Schneidvorgang) zu unterscheiden.

Als erstes werden die beide Pulverproben vereinzelt und mit Hilfe eines Elektronenmikroskops und einer Matrixkamera (Pixelgröße von $d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} = 0,00027$ mm) aufgenommen. Danach werden aus den aufgenommenen Bildern einzelne Projektionsbilder (ein Partikel je Bild) eliminiert und zur Berechnung von Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$, X_a/X_b -Verhältnis, Umfang U_p und Sphärizität Ψ_{sp} (s. Anlage I- 2) verwendet. Da für SiC keine glatten Partikel zu Verfügung standen, erfolgt die Berechnung der Bezugsgröße U_{glatt} mit Hilfe einer mathematisch-statistischen Anpassungsfunktion (s. Gl. (147)), die aus den Untersuchungen an selbstkonfigurierten glatten Modellpartikeln (s. Anhang H) abgeleitet wurde. Der Gültigkeitsbereich dieser Funktion liegt in der Korngrößengrenzen von $0,01 \text{ mm} \leq d_{\text{äq}} \leq 60 \text{ mm}$, und in dem X_a/X_b -Verhältnis von $1 \leq X_a/X_b \leq 5$.

$$U_{\text{glatt}} = 1,033 * \left(3,331 * 1,116^{X_a/X_b} * \left(d_{\text{äq}}^2 \right)^{0,5035} \right) \quad (147)$$

Nach der Umfangsermittlung der Realpartikel (U_p) wird die Rauigkeitskennzahl R_p (s. Gl. (144) bzw. (145)) für verschiedene Größenklassen (s. Abb. 102) berechnet. Es ist zu erkennen, dass bei nicht erfüllten Mindestaufnahmebedingungen ($d_{\text{äq}} < 25 \text{ µm}$ bzw. $P_r > 0,0136 \%$) keine klare Unterscheidung zwischen beiden Proben möglich ist. Eine grafische Darstellung der Ergebnisse für Kristalle mit $d_{\text{äq}} > 25 \text{ µm}$ (s. Abb. 103) zeigt eindeutig, dass das Pulver vor dem Schneideinsatz (Probe 1) eine höhere Rauigkeit als danach aufweist (Probe 2).

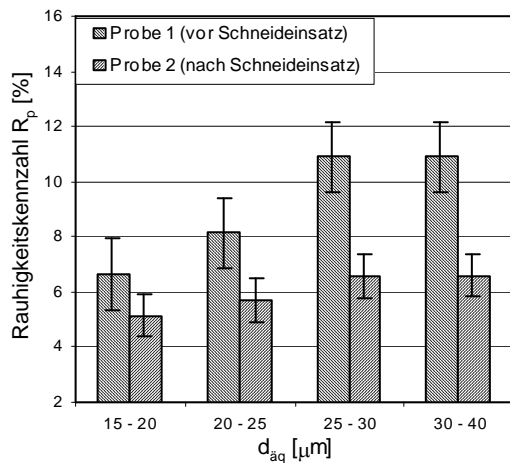


Abb. 102: Praktische Ermittlung der Anwendungsgrenze zur Bewertung von SiC mit Hilfe der Rauigkeitskennzahl R_p

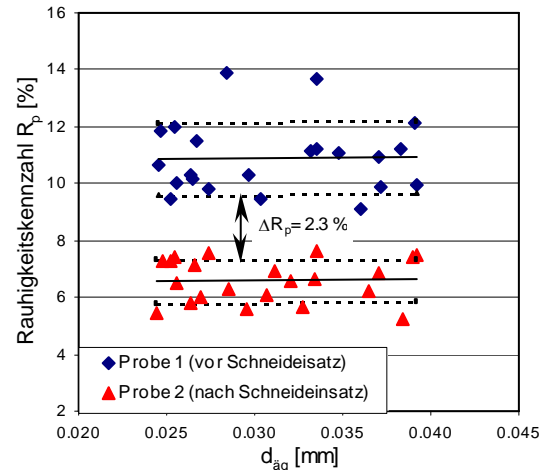


Abb. 103: Ermittlung der Rauigkeitskennzahl R_p zur Bewertung von SiC-Pulver mit $d_{\text{äq}} = 25$ bis $40 [\mu\text{m}]$

In weiteren wird versucht, mit Hilfe dieser Rauigkeitskennzahl R_p eine Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten (berechnet nach der neue Methode) von gebrochen und ungebrochen Splittgemischen zu ermitteln ($d_{\text{äq}} = 4$ bis 16 mm).

5.2.5 Korrelationsermittlung zwischen dem Fourierkoeffizienten und der Rauigkeitskennzahl R_p

In diesem Teil werden Untersuchungen zur Formbeschreibung im Mikrobereich mit Hilfe von Splittgemischen aus vollständig gebrochenem Granit und vollständig gerundetem Kies durchgeführt (s. Anlage I- 1). Entsprechend der vorgegebener Pixelgröße ($d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} = 0,091 \text{ mm}$) der Aufnahmetechnik kann eine untere Partikelgröße von $d_{\text{äq}} > 8 \text{ mm}$ abgeleitet werden. Als Bezugsgröße bei der Kennzeichnung der Mikroform des Partikels wird die neue Rauigkeitskennzahl R_p (s. Gl. (145)) verwendet. Durch Anwendung der neuen Kornformbeschreibungsmethode werden die Fourierkoeffizienten den aufgenommenen Partikeln ermittelt und Untersuchungen zur Korrelation mit dem geometrischen Formfaktor durchgeführt. Die Ergebnisse der Korrelationsuntersuchungen mit der neuen Kornformbeschreibungsmethode werden mit den Ergebnissen der klassischen Radius-Winkel-Funktion verglichen.

5.2.5.1 Korrelation zwischen den Fourierkoeffizienten und der Rauigkeitskennzahl R_p

Bei den bisher in der Literatur beschriebenen Methoden zur Untersuchung der Mikrogestalt werden als Bezugsgröße qualitativ (visuell) definierte Partikel verwendet. Das Fehlen einer quantitativen Bezugsgröße (z.B. Formfaktor) war ein Problem bisheriger Methoden, das zu größeren Streuungen und geringeren Nachweisempfindlichkeiten führte. Nachfolgend werden

einige Ergebnisse der Korrelationsrechnungen zwischen den normierten Fourierkoeffizienten (s. Anlagen J- 1 und J- 2) und der Rauigkeitskennzahl R_p (s. Anlage J- 3) erläutert. Es wurde festgestellt, dass die Rauigkeitskennzahl R_p am Besten mit den Teilsummen der Fourierkoeffizienten A_{5-10} bzw. A_{5-20} korreliert (s. Anlage J- 3 und Abb. 104). Bezüglich der

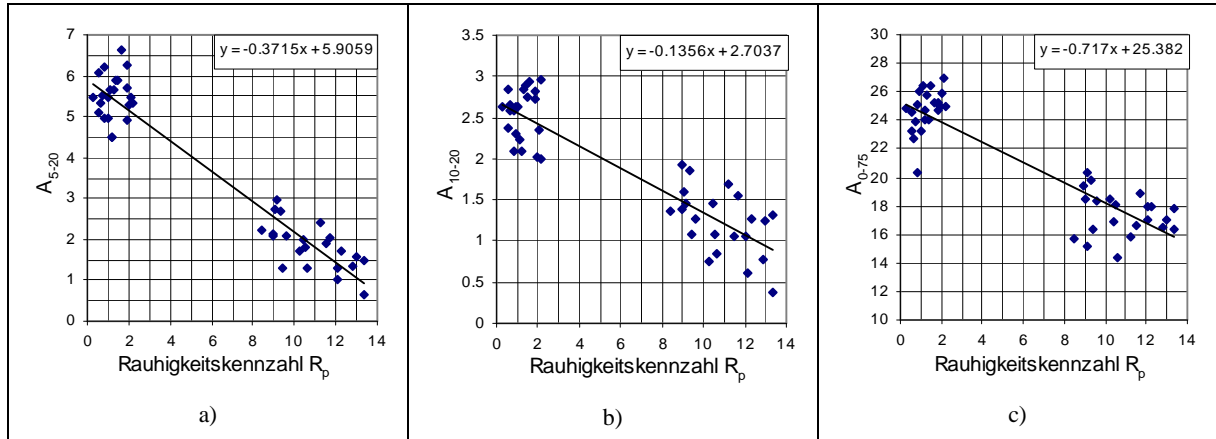


Abb. 104: Ausgewählte Berechnungsergebnisse für die Korrelation zwischen der Rauigkeitskennzahl R_p und den Fourierkoeffizienten aus der neuen Methode (Realpartikel, s. Anlage J- 3)

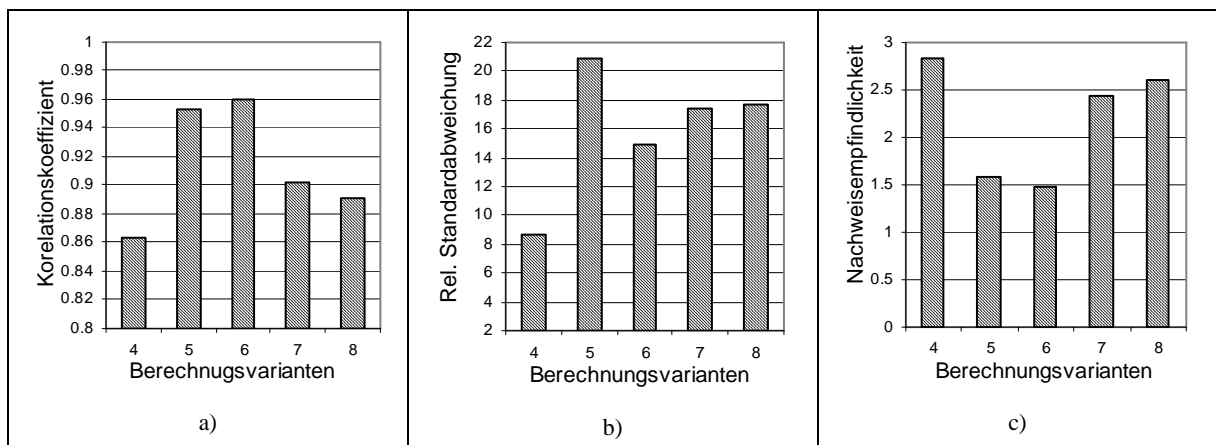


Abb. 105: Korrelationsergebnisse zwischen den ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode und der Rauigkeitskennzahl R_p (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage J- 3)

Korrelation mit anderen Teilsummen sind nur dann ansprechende Korrelationsergebnisse zu erwarten, wenn die jeweilige Teilsumme die Fourierkoeffizienten 5 bis 10 oder 10 bis 20 beinhaltet. Zu einzelnen Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung (z.B. A_1 , A_2 , ..., A_5) wurden keine ausreichenden Korrelationen festgestellt. In Abb. 105 sind die wichtigsten Ergebnisse der statistischen Untersuchungen zusammengefasst.

5.2.5.2 Korrelation zwischen den Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) und der Rauigkeitskennzahl R_p

Zur Bewertung der Leistungsfähigkeit der neuen Methode soll ein Ergebnisvergleich zwi-

schen Radius-Winkel-Funktion und der neuen Methode durchgeführt werden. Dazu wurden die nach der neuen Methode bewerteten Splittkörner auch nach der klassischen Radius-Winkel-Funktion (s. *Huller* [59]) ausgewertet. Wie in der Literatur angegeben, konnte dabei eine gute Korrelation zwischen den Teilsummen der normierten Fourierkoeffizienten höherer Ordnung (s. Abb. 106, Anlagen J- 4 und J- 5) und der Rauigkeitskennzahl R_p festgestellt (s. Anlage J- 6) werden.

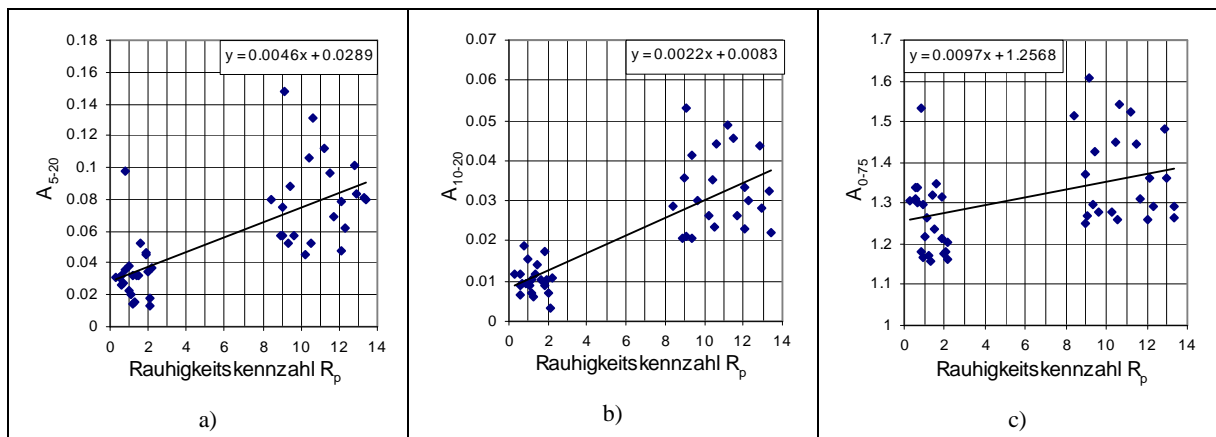


Abb. 106: Ausgewählte Berechnungsergebnisse für die Korrelation zwischen der Rauigkeitskennzahl R_p und den Fourierkoeffizienten aus der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, s. Anlage J- 6)

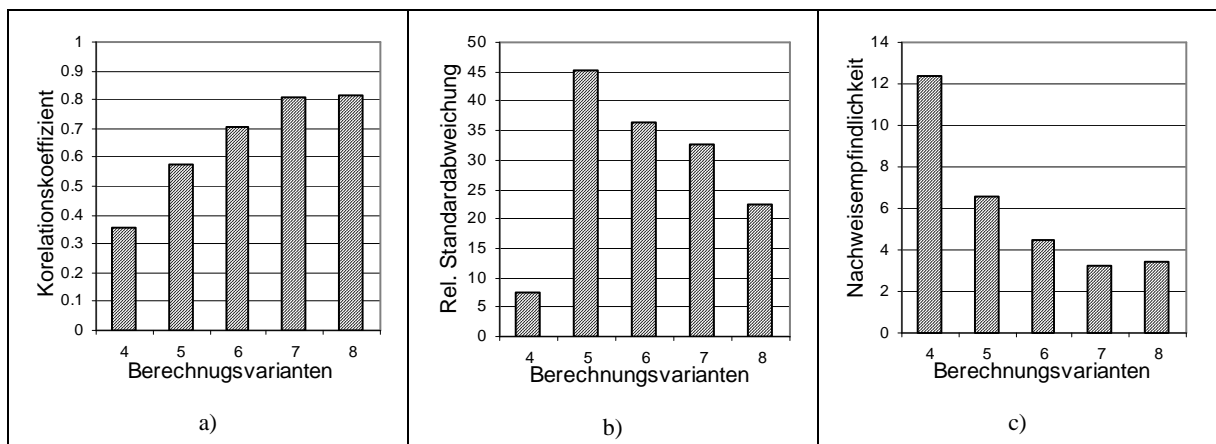


Abb. 107: Korrelationsergebnisse zwischen der Rauigkeitskennzahl R_p und ausgewählten Fourierkoeffizienten nach der Radius-Winkel-Funktion (Realpartikel, Berechnungsvarianten s. Anlage J- 6)

Bezüglich der Korrelationsuntersuchungen mit Einzelfourierkoeffizienten niedriger Ordnung wurde, wie bei der Berechnungen mit der neue Methode, keine ausreichende Korrelation festgestellt. Zu anderen Teilsummen (z.B. A_{0-5} , A_{0-10} , A_{0-20}) konnte dies ebenfalls nicht bestätigt werden (s. Anlage J- 6). Bei der Bildung der Gesamtsumme A_{0-75} über alle Fourierkoeffizienten wurde eine Verschlechterung der Korrelation festgestellt (s. Anlage J- 6). Aus Abb. 107 sind die wichtigsten Ergebnisse der statistischen Untersuchungen zu entnehmen.

5.2.5.3 Ergebnisvergleich zwischen der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion für die Formbeschreibung im Mikrogestaltsbereich

Zur Bewertung der praktischen Vor- und Nachteile der neuen Formbeschreibungsmethode wurden seine wichtigsten Korrelationsparameter mit denen aus der Radius-Winkel-Funktion für den Makro- und Mesogestaltsbereich verglichen.

In Tabelle 18 wurden die statistischen Untersuchungsergebnisse aus der neuen Methode bzw. der Radius-Winkel-Funktion bezüglich der Rauigkeitskennzahl R_p gegenübergestellt. Eine grafische Darstellung der charakteristischen Parameter ist in Abb. 108 zu finden. Ein Vergleich zwischen den besten Berechnungsvarianten aus beiden Methoden zeigt, dass die neue

Tabelle 18: Vergleich der statistischen Untersuchungsergebnisse von ausgewählten Fourierkoeffizienten, berechnet nach der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion mit R_p

Berechnungsvarianten	4		5		6		7		8	
Formbeschreibungsmethode	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F	Neu	R-W-F
Fourierkoeffizient	A_{0-20}	A_{0-20}	A_{5-10}	A_{5-10}	A_{5-20}	A_{5-20}	A_{10-20}	A_{10-20}	A_{20-75}	A_{20-75}
Standardabweichung	1.661	0.094	0.376	0.016	0.549	0.020	0.330	0.007	0.339	0.007
Rel. Standardabweichung [%]	8.659	7.314	20.941	45.139	14.869	36.377	17.435	32.802	17.643	22.491
Korrelationskoeffizient	0.863	0.357	0.953	0.576	0.960	0.705	0.902	0.810	0.891	0.813
Steigungskoeffizient	0.587	0.008	0.236	0.002	0.372	0.005	0.136	0.002	0.131	0.002
Nachweisempfindlichkeit	2.832	12.340	1.593	6.568	1.477	4.456	2.436	3.195	2.594	3.473

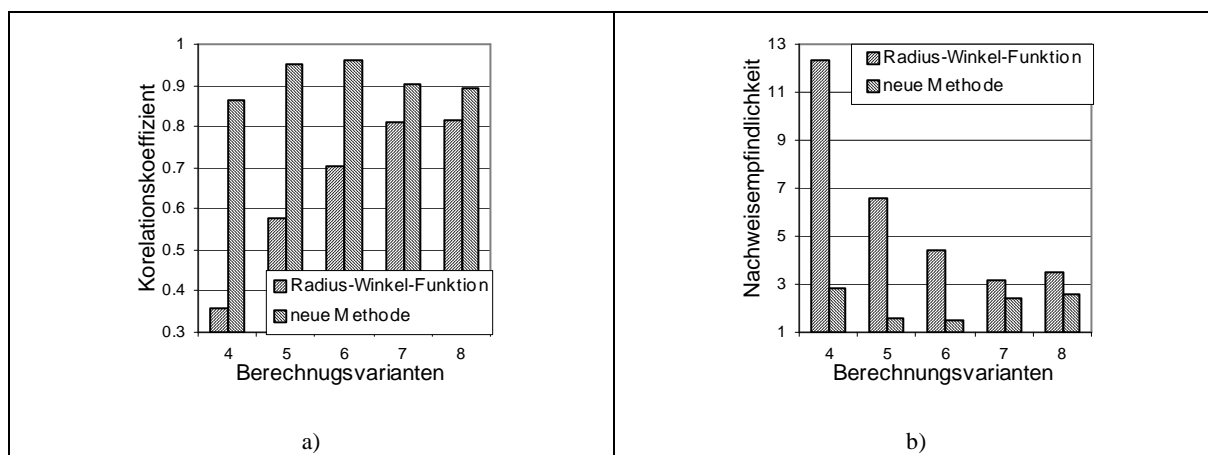


Abb. 108: Vergleich ausgewählter statistischer Untersuchungsergebnisse aus der neuen Methode und der Radius-Winkel-Funktion bezüglich der Rauigkeitskennzahl R_p (Realpartikel)

Methode eine bessere Korrelation und Nachweisempfindlichkeit für Rauigkeitsänderungen besitzt.

Korrelationsergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die aufsummierten Fourierkoeffizienten höherer Ordnung, berechnet nach der neuen Methode, sind die Hauptinformationsträger der Formbeschreibung im Mikrogestaltsbereich.
- Normierte Teilsummen von Fourierkoeffizienten A_{5-10} bzw. A_{5-20} (nach der neuen Metho-

de) und A_{10-20} bzw. A_{20-75} (nach der Radius-Winkel-Funktion) korrelieren am Besten mit der Rauigkeitskennzahl R_p .

Im Vergleich mit der Radius-Winkel-Funktion weist die neue Methode folgende Vorteile auf:

- Bessere Korrelation mit der angewandten Rauigkeitskennzahl R_p .
- Höhere Messempfindlichkeit (Anstieg der Anpassungsfunktion).
- Höhere Nachweisempfindlichkeit für Rauigkeitsänderungen

6 Zusammenfassung

Die Eigenschaften von verschiedenen Produkten, an denen Feststoffe beteiligt sind, hängen von der Korngröße und Kornform der verwendeten Materialien ab. Im Bereich der Steine-erden-Industrie werden die Eigenschaften der Partikelgemische (z.B. Wasseraufnahmefähigkeit, Fließverhalten, Verdichtbarkeit, Kornfestsitz) neben der Korngröße in starkem Maße auch von der Form der einzelnen Körner beeinflusst. Von diesen Eigenschaften sind später die Festigkeit und die Nutzungsdauer der Bauwerke abhängig. Zur Charakterisierung der Partikelform werden verschiedene Methoden angewendet, die z.T. in gültigen Normen (z.B. EN 933, Teil 4 zur Ermittlung der Kubizität, EN 933, Teil 5 für die visuelle Ermittlung der Bruchflächigkeit) berücksichtigt werden. Eine Analyse des wissenschaftlich-technischen Standes führte zu dem Ergebnis, dass die derzeit bekannten Methoden zur Kornformbewertung nur Aussagen über die Makro- (z.B. kubisch oder fehlförmig) und teilweise die Mesogestalt (z.B. Sphärizität) eines Korngemisches zulassen. Quantitative Aussagen zur Mikrogestalt (z.B. Oberflächenrauigkeit, Bruchflächigkeit) sind gegenwärtig nicht möglich.

Für die granulometrische Bewertung von Korngemischen stehen seit einigen Jahren photooptische Aufnahmetechniken (digitale Zeilen- oder Matrixkameras) zur Verfügung. Diese liefern digitale Partikelprojektionsbilder, die für eine quantitative Korngrößen- und Kornformbewertung verwendet werden können.

Ziel der vorliegenden Arbeit war daher die Entwicklung einer neuen Kornformbeschreibungsmethodik unter Einbeziehung der modernen digitalen Bildaufnahmetechnik, die in Anlehnung an die Erfordernisse der Steine-erden-Industrie eine Charakterisierung der Makro-, Meso- und Mikrogestalt der Partikel bzw. Partikelgemische ermöglicht. Dazu war es erforderlich eine komplexe Durchdringung der Problemkreise Bildaufnahme, -bearbeitung und -auswertung durchzuführen.

Der ersten Komplex der Untersuchungen befasste sich mit den Problemen einer korrekten Bildaufnahme. Dazu wurde ein theoretisches Modell zur Optimierung des Aufnahmeprinzips des zur Verfügung stehenden Zeilenkammermessgerätes entwickelt, um den Einfluss der physikalischen Fallparameter der Partikel und der hardwaremäßigen Kameraeinstellungen auf eine korrekte Bildaufnahme zu untersuchen.

Im Ergebnis dessen wurde nachfolgendes festgestellt:

- Für eine korrekte Bildaufnahme ist eine Abstimmung der physikalischen Fallparameter (z.B. Fallgeschwindigkeit) der Partikel mit den hardwaremäßigen Kameraeinstellungen

(z.B. Abtastfrequenz F_k , Pixelgröße d_{bk}) vorzunehmen, um Verzerrungen (Stauchungen, Streckungen) der aufgenommenen Partikelprojektionsbilder zu vermeiden.

- Der Einfluss der Partikelbeschleunigung während des Scannprozesses auf die korrekte Bildaufnahme ist eine Funktion der hardwaremäßig vorgegebenen Pixelgröße. So können z.B. Partikel mit einem Äquivalentdurchmesser von $d_{äq} < 3$ mm bei Aufnahme mit einer Pixelgröße $d_{bk} = 0,065$ mm ohne Berücksichtigung der Partikelfallbeschleunigung nahezu verzerrungsfrei aufgenommen werden. Bei Aufnahme von größeren Partikeln $d_{äq} > 3$ mm kann der Einfluss der Beschleunigung jedoch nicht mehr vernachlässigt werden.
- Durch experimentelle Untersuchungen, die mit Kugeln unterschiedlicher Dichte ρ_p und Äquivalentdurchmesser $d_{äq}$ bei Variation der Fallhöhe durchgeführt wurden, konnten die aus dem theoretischen Modell abgeleiteten Einflussgrößen experimentell nachgewiesen werden.

Durch weitere theoretische Betrachtungen wurden die Mindestanforderungen bezüglich der notwendigen Kameraeinstellungen (Pixelform, Pixelgröße) und der unteren messbaren Grenzpartikelgröße für die Korngrößen- bzw. Kornformcharakterisierung in den unterschiedlichen Gestaltbereichen festgelegt.

Im zweiten Untersuchungskomplex wurden die Probleme der digitalen Bildbearbeitung näher betrachtet. Nachfolgende wichtige Punkte wurden dabei untersucht.

- Für die Formcharakterisierung eines Partikels ist die Ermittlung seiner Randkontur von besonderem Interesse. Eine Bewertung der Möglichkeiten zur Unterscheidung der abgedeckten Projektionspixel in die Kategorien „Randpixel“ und „Flächenpixel“ führte zu der Erkenntnis, dass diese Unterscheidung durch Flächenerosion erfolgen sollte. Ein Vergleich der theoretisch bekannten Grenztypen für die Flächenerosion zeigte, dass der Grenztyp 4 (4 Nachbarschaftsabfragen) genauere Information über die Partikelrandkontur, bei geringerem Speicherplatzbedarf für die Bilderosion, liefert.
- Zur Abtastung der Partikelrandkontur in einer definierten Reihenfolge und zur Ermittlung der X,Y-Randpixelkoordinaten wurde ein 8-Punkte-Abfragealgorithmus entwickelt. Durch Abtastung mit einer Hilfsmatrix wurde dabei der Rechen- und Speicheraufwand minimiert. Bei der Ermittlung der X,Y-Randpixelkoordinaten bleiben die Informationen zur Partikelform und -abbildungslage für die weitere Bearbeitung erhalten.
- Nach Durchführung einer Koordinatentransformation erhält man eine Punkt-Zug-Kurve in einem kartesischen Koordinatensystem, die einer mathematisch-analytischen Auswertung

unterzogen werden kann.

- Zur Untersuchung des Einflusses der Partikelabbildungslage auf die charakteristischen Parameter eines Partikels (z.B. Umfang und Sphärizität) wurden umfangreiche Untersuchungen zu den Nachbarschaftsverhältnissen der Randpixel untereinander (horizontale, diagonale, vertikale Nachbarschaft) angestellt. Dabei wurde festgestellt, dass die in statistischer Abbildungslage aufgenommenen Partikel bei Nichtberücksichtigung der Abbildungslage eine Abweichung bezüglich der Umfangs- bzw. Sphärizitätsberechnung von bis zu 17 % aufweisen können. Im Ergebnis dessen sind die Partikel für die Kornformbewertung in einer definierten Auswertelage (z.B. größte Partikelabmessung parallel zur X-Achse) zu untersuchen.

Der gesamte Ablauf der einzelnen Bildbearbeitungsschritte, wie z.B.

- Einlesen des Projektionsbildes in eine X,Y-Matrix zur Ermittlung der Gesamtanzahl der abgedeckten Pixel,
- Durchführung einer Bilderosion zur Ermittlung der Randpixelanzahl,
- Abtastung der Randkontur für die Ermittlung der Randpixelkoordinaten und
- Durchführung einer Koordinatentransformation zur Ermittlung der „Punkt-Zug-Kurve“

wurde in einem Rechenprogramm zur automatisierten Auswertung der Partikelprojektionsbilder realisiert.

Der dritte Komplex befasste sich mit der mathematisch- analytischen Auswertung der erhaltenen Punkt-Zug-Kurven. Aus der Literatur ist eine Vielzahl unterschiedlicher Vorgehensweisen zur Bestimmung von Formparametern mit Hilfe von harmonischen Analysen (z.B. Fourier-, Walsh-, Radamacher-, Hadamard-, Haar-Transformation) bekannt. Nach einer Recherche der für die Kornformcharakterisierung angewandten Transformationen wurde entschieden, diese mit Hilfe einer Fourieranalyse auszuwerten. Für die Formanalyse stehen als Ergebnis eine Anzahl von Fourierkoeffizienten zur Verfügung, die von der Randpixelanzahl und somit von der Pixel- und Partikelgröße abhängig sind. Nach Durchführung einer Normierung sind die erhaltenen Fourierkoeffizienten unabhängig von der Partikelgröße.

Im letzten Untersuchungskomplex wird die Relevanz der neuen Kornformbeschreibungsmethode für die Kornformbeschreibung der Makro- und Mesogestalt durch Anwendung von mathematisch-statistischen Untersuchungen und Vergleich mit der klassischen Radius-Winkel-Funktion bewertet. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Fourierkoeffizienten niedriger Ordnung sind die Hauptinformationsträger der Formbeschreibung für die Makro- und Mesogestalt der Partikel.
- Der normierte Fourierkoeffizient A_1 korreliert am besten mit dem X_a/X_b -Verhältnis der Partikel.
- Die normierte Teilsumme der Fourierkoeffizienten A_{0-5} korreliert am besten mit der Sphärizität Ψ_{sp} der Partikel.

Im Vergleich zur klassischen Radius-Winkel-Funktion weist die neue Kornformbeschreibungsmethode folgende Vorteile auf:

- Bessere Korrelation mit den ausgewählten Formfaktoren,
- höhere Messempfindlichkeit (Anstieg der Anpassungsfunktion) und
- höhere Nachweisempfindlichkeit für Kornformunterschiede.

Für die Untersuchungen im Mikrogestaltsbereich wurde festgestellt, dass kein anwendbarer Kornformfaktor existiert, der als Bezugsgröße bei der Suche nach einer passenden Kombination von Fourierkoeffizienten verwendet werden kann. Daher wurde ein neuer Formfaktor für die Kantenrauigkeit definiert und mit Hilfe von selbstkonfigurierten Modellpartikeln getestet. Dabei wurde auch eine quantitative Aussage bezüglich der Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik (Pixelgröße) bzw. der unteren messbaren Partikelgröße für die Kornformcharakterisierung im Mikrogestaltsbereich (z.B. Bruchflächigkeit und Kantenrauigkeit) abgeleitet. Die Anwendbarkeit der neuen Rauigkeitskennzahl R_p wurde durch Berechnungen mit realen Projektionsbildern von vollständig gebrochenen Splittgemischen bzw. vollständig gerundeten Kiesgemischen getestet. Die Untersuchungsergebnisse lassen die Schlussfolgerung zu, dass die neue Rauigkeitskennzahl R_p auch für die Quantifizierung der Bruchflächigkeit geeignet ist.

In einem weiteren Untersuchungskomplex wurden unterschiedliche Siliziumcarbidproben ($15\mu\text{m} < d_{\text{aq}} < 40\mu\text{m}$), die vor bzw. nach dem Schneidprozess entnommen wurden, einer Rauigkeitsbewertung unterzogen. Dazu wurden die Siliziumcarbidproben vereinzelt und nach Vergrößerung mit einem Mikroskop mit einer Pixelgröße $d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} = 0,27\ \mu\text{m}$ aufgenommen. Die Auswertung der aufgenommenen Mikroskopbilder führte zu nachfolgendem Ergebnis:

- Die SiC-Probe, die vor dem Schneidvorgang entnommen wurde, hat eine signifikant höhere mittlere Rauigkeitskennzahl ($R_p = 10,9\ \%$) gegenüber der Probe nach dem Schneidprozess ($R_p = 6,6\ \%$). Damit konnte bestätigt werden, dass das Schneidmittel während des

Schneidprozesses einen Teil seiner ursprünglichen Kantenrauigkeit einbüßt.

Analog den Korrelationsuntersuchungen, die für den Bereich der Makro- und Mesogestalt durchgeführt wurden, wurden auch mit den Splitt- bzw. Kiesgemischen analoge Korrelationsuntersuchungen zwischen Fourierkoeffizienten und Rauigkeitskennzahl durchgeführt, wobei nachfolgende Erkenntnisse festgestellt wurden:

- Aus den umfangreichen Korrelationsuntersuchungen geht hervor, dass die normierte Teilsumme der Fourierkoeffizienten A_{5-20} am besten mit der Rauigkeitskennzahl R_p korreliert ($K_r = 0,96$) und Rauigkeitsschwankungen am empfindlichsten nachweist ($\Delta R_p = 1,5$ % bei einer statistische Sicherheit von 68,27 %).

Vergleicht man wiederum die neue Kornformbeschreibungsmethode mit der klassische Radius-Winkel-Funktion, so lässt sich auch für die Kornformcharakterisierung der Mikrogestalt die Überlegenheit der neuen Methode durch eine:

- bessere Korrelation mit der angewendeten Rauigkeitskennzahl R_p , ($K_r = 0,96$ gegenüber $K_r = 0,81$),
- höhere Messempfindlichkeit der Anpassungsfunktion ($E_{abs} = 0,372$ gegen $E_{abs.} = 0,002$) sowie
- höhere Nachweisempfindlichkeit für Rauigkeitsänderungen ($\Delta R_p = 1,5$ % gegenüber $\Delta R_p = 3,2$ %)

nachweisen.

Die gewonnenen Erkenntnisse in dieser Arbeit können zukünftig bei einer automatisierten Korngrößen- und Kornformbewertung angewendet werden. Sie bilden die Grundlagen für eine breitere Anwendung der digitalen Aufnahmetechnik zur Charakterisierung der Makro-, Meso- und Mikrogestalt der Produkte aus der Steine-Erden-Industrie. Weiterführende Untersuchungen sollten sich auf folgende Schwerpunkte konzentrieren:

- Weiterentwicklung der digitalen Bildaufnahmetechnik durch Optimierung der Messgeometrie und unter Beachtung der erforderlichen Mindestanforderungen (Pixelgröße) für die Kornformcharakterisierung im Makro-, Meso- und Mikrogestaltsbereich.
- Weiterführende Untersuchungen zur Quantifizierung des Zusammenhanges zwischen der Rauigkeitskennzahl R_p und der Bruchflächigkeit nach EN 933, Teil 5.
- Entwicklung eines Softwaremoduls zur automatischen Ermittlung von Bruchflächigkeitsverteilungen.

Literaturverzeichnis

1. Allen, H. S.: The motion of a sphere in a viscous fluid. Philos. Mag. J. Sci., 50 Jg. (1900), Serie 5. Nr. 304, S. 323- 338, u. Nr. 306, S. 519- 534.
2. Aschenbrenner, B. C.: A new method of expressing particle Sphericity. Journal of Sedimentary Petrology 26 (1956), S. 15- 31.
3. Barrett, R.; Gordon, M. A.; Brammer, D.: Theory and applications of Walsh-functions. Hatfield Polytechnic Symposium, Hatfield/England (1971).
4. Beddow, J. K.: Image analysis sourcebook. American Universities science and Technology press Santa Barbara, California, USA (1997).
5. Beddow, J. K.: On the design of a system for particle shape analysis. Fine Particle Research Group, Materials Engeniering Division, University of Iowa, USA (1982).
6. Beddow, J. K.; Meloy, T. P.: Advanced particulate Morphology. CRC Press, Boca Raton, Florida USA (1980). Bemerkung: In diesem Buch sind zahlreiche Artikel der beiden Autoren verwertet, die aus diesem Grund nicht gesondert aufgeführt werden.
7. Beddow, J. K.; Vetter, A. F.; Luerkens, D.; Collins S.: Morphological Analysis of Fine Particles. 2 Europ. Symp. "Partikelmeßtechnik" Nürnberg, 564/581, (1979).
8. Beddow, J. K.; Philip, C. G.; Vetter, A. F.; Nasta, M.D. (1977b): On relating some particle profile characteristics to the profile Fourier coefficients. Powder Technology 18 (1977), S. 19-25.
9. Beirne, T.; Hutcheon, J. M.: The shape of ground petroleum coke particles. British Journal of Applied Physics, Supplement 3 (1954), S. 76-81.
10. Boggs, J. S.: Measurement of roundness and sphericity parameters using an electronic particle size analyser. Journal of Sedimentary Petrology 37 (1967), S. 908-913.
11. Bond, F. C.: Control particle shape and size. Chemical Engineering 61 (1954) 8, S. 195-198.
12. Brezina, J.: Korngrößenanalyse sandkörniger Materialien. Laborpraxis 4 (1980) 6, S. 18 - 26.
13. British Standard .2955: Glossary of terms relating to powders. British Standard Institution, London (1958).
14. Chowdhury, K. C. R.: Über das Sinken von Würfel, Oktaeder, Tetraeder aus Kunststoff und Kugel aus Glas und Stahl. Dissertation, Karlsruhe (1960).
15. Cooke, B.: Particle analysis - will shape become as important as size? Process engineering (1974) 6, S. 73-81.
16. Corey, A. T.: Influence of shape on the fall velocity of sand grains. Master's thesis, Colorado Agriqultural and Mechanical College (1949), S. 102.
17. Cosgriff, R. L.: Identification of Shape, Report 820-11 Ohio State Univ. Res. Foundation, Columbus ASTIA AJ 254 792, Dec. (1960).
18. Cox, E. P.: A method of assigning numerical and percentage values to the degree of roundness. Journal of Paleontology 1 (1927), S. 179-183.
19. David G., Nicholas M.: Graphical representation of Particle shape using triangular diagrams: an excel spreadsheed Method. Earth Surf. Process. Landforms 25, (2000), S.

1473-1477.

20. Davies, C. N.: Measurement of particles. *Nature* 195 (1962) 4843, S. 768-770.
21. Davies, C. N.: The sedimentation of small suspended particles. *The Inst. of Chem. Engrs. and Soc. of Chem. Ind.* (1947), S. 25-39.
22. DIN 1991- Kennzeichnung der Kornform und Oberflächenbeschaffenheit der Einzelteile grober Schüttgüter (1988).
23. DIN 52114- Bestimmung der Kornform mit dem Kornform- Meßschieber (1988).
24. Dobreff, J.: Ein Verfahren zur Ermittlung des Oberflächenformfaktors. *Bergakademie* 11 (1959) 5, S. 292-294.
25. Dressel, M.: „Dynamic Shape Factors for Particle Shape Characterization“, Part. Charact., 2 (1985), S. 62-66.
26. Elisabeth T.; Kenichi S.; Tom W.: Particle Shape Characterisation using Fourier Analysis CUED/D-Solids/TR315 (2000).
27. Ehrlich, R.; Weinberg, B.: An exact method for characterization of grain shape. *Journal of Sedimentary Petrology* 40 (1970), S. 205-212.
28. Folk, R. L.: Student operator error in determination of roundness, sphericity and grain size. *Journal of Sedimentary Petrology* 25 (1955), S. 297-301.
29. Fong, S. T.; Beddow, J. K.; Vetter, A. F.: A Refined Method for Particle Shape Representation, *Powder Technology*, 22 (1979a), S. 17-21.
30. Freeman, H.; Davis L.S.: A Corner-Finding Algorithm for Chain-Coded Curves. *IEEE Transactions on Computers*, (1977), S. 297–303.
31. Friedrich, J.: Formanalyse von Partikelkollektiven: Dissertation Technische Hochschule Karlsruhe (1991).
32. Gans: *Jahrbuch der Physik* 86 (1928), S. 654.
33. Gebelein, H.: Die Bedeutung des mit dem Dispersometer gemessenen statistischen Durchmessers. *Chemie-Ingenieur-Technik* 30 (1958) 9, S. 594-605.
34. Gorzitzke, W.: Ph. D. Thesis, University of Kassel, (1982).
35. Graf, O.: Versuche über den Einfluß der Beschaffenheit der groben Zuschläge auf die Eigenschaften des Betons, insbesondere des Straßenbetons. *Die Betonstraße* 12 (1937) S. 25-34.
36. Granlund, G. H.: Fourier Preprocessing for Hand Print Character Recognition *IEEE Trans. on Computers*, C-21, (1972), S. 195-201.
37. Hagerman, T. H.: Granulometric studies in Northern Argentina. *Geografiska Annaler* 18 (1936), S.125-211.
38. Harmuth, H. F.: *Transmission of Information by Orthogonal Functions*. Springer - Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1970).
39. Hawksley, P. G. W.: The physics of particle size measurement: Part I. Fluid dynamics and the Stokes diameter. *British Coal Utilisation Research Association, Monthly Bulletin* 15 (1951) 4, S. 105-145.
40. Heck, W.: Ermittlung der Kornform von Schüttgütern durch Rüttelgewichtsbestimmung *Straßentechnik* 16 (1966) S. 1199.

41. Heiss, J. F.; Coull, J.: The effect of orientation and shape on the settling velocity of non-isometric particles in a viscous medium. Chem. Eng. Progr. 48 (1952), S. 133-140.
42. Heiwood, H.: Particle shape coefficients. Journal of Imperial College Engeniering Societi, 8 (1954), S. 25-33.
43. Hengen, H.; Arnold, A.: Verfahren der digitalen Bildverarbeitung und deren Einsatz in der Praxis. Universität Kaiserslautern Lehrstuhl für Regelungstechnik und Signaltheorie Technische Universtät Kaiserslautern (1998).
44. Hentzschel, W.: Eine Untersuchung der Möglichkeiten der Erfassung des Kornformaufbaues von Schüttgütern. Freib. Forsch.-H. (1957) A 59, S. 96-108.
45. Herbert, F.; Larry, S.; Davis, A.: Corner-Finding Algorithm for Chain-Coded Curves. IEEE Transactions on Computers, S. 297–303, (1977).
46. Heywood, H.: Calculation of the specific surface of a powder. The Institution of Mechanical Engineers, Proceedings 125 (1933), S. 383-459.
47. Heywood, H.: Measurement of the fineness of powdered materials. The Institution of Mechanical Engineers, Proceedings 140 (1938), S.257-347.
48. Heywood, H.: Numerical definitions of particle size and shape. Chemistry and Industry 15 (1937), S. 149-154.
49. Heywood, H.: Symposium on particle size analysis. Suplement to the transactions of the Institution of Chemical Engeneers 25 (1947), S. 14.
50. Heywood, H.: Uniform and non-uniform motion of partides in fluids. Proceedings of the Symposium on the Interaction between Fluids and Particles, London (1962), S. 1-8.
51. Heywood, H: Particle shape coefficients. Journal of the Imperial College of the Chemical Enginiering Society 8 (1954), S. 25- 33.
52. Hirschwald, J.; Brix, J.: Untersuchungen an Kleinschlagdecken. Bautechnische Gesteinsuntersuchungen. Mitteilungen aus dem Mineralog.-geolog. Institut der Kgl. Technischen Hochschule Berlin 4 (1918) 7, S. 39-59.
53. Holzweissig G.: Leitpfaden der Technischen Mechanik. VEB Fachbuchverlag Leipzig (1967), S. 348- 351.
54. <http://www.cg.cs.tu-bs.de/medoc/books/fellner/2ddar.pdf>
55. http://www.labo.de/download/pdf/mue_0100.pdf
56. http://www.retsch-technology.de/deutsch/downloads/Camsizer_Prospekt.pdf
57. http://www.haverboecker.com/DW/HomeDW_D.htm
58. <http://www6.ww.uni-erlangen.de/~bicki/publink.html>
59. Huller, D.: Quantitative Formanalyse von Partikeln: Dissertation Technische Hochschule Karlsruhe (1984).
60. Jahne B.: Handbook of digital image processing for scientific applications. CRC Press, Boca Raton, Florida, (1997).
61. Kaye, B.H.: Specification on the ruggedness and on texture of a fine particle profile by its fractal dimension. Powder Technology 21, (1978), 1, S. 1-16.
62. Kaye, B. H.: Fractal description of fineparticle systems in N dimensional space. Preprints of the third European Symposium on Particle Characterization, Nürnberg,

- (1984), S. 131-148.
63. Kaye, B. H.: Some aspects of the efficiency of statistical methods of particle size analysis. *Powder Technology* 2 ,(1968/69), S.97-110.
 64. Kazmierczak, H.: Erfassung und maschinelle Verarbeitung von Bildern. Akademie Verlag, Berlin (1980).
 65. Komar, P. D.; Reimers, C. E.: Grain shape effects on settling rates. *Journal of Geology*. 86, (1978), S. 193-209.
 66. Kostelnick, M.; Beddow, J. K.: *Advances in Powder Metallurgy vs Processes*, edited by H. H. Hausner, Plenum, N. Y., (1971), S. 29-48.
 67. Kostenlick, M.; Kwot, F. H.; Beddow, J. K.: *International Journal of Powder Metallurgy*, (1968), 4(4), S. 19-28.
 68. Kremer, H.: Algorithms for the Haar functions and the Fast Haar transform. *Symposium: Theory and Application of Walsh Functions*, Hatfield Polytechnic/England, (1971).
 69. Krumbein, W. C.: Measurement and geological signification of shape and roundness of sedimentary particles. *Journal of Sedimentary Petrology* 11 (1941) 2, S. 64-72.
 70. Krumbein, W. C.: Settling-velocity and flume-behavior of non-spherical particles. *American Geophysical Union, Transactions* 23 (1942), S. 621-633.
 71. Krumbein, W. C.; Pettijohn, F. J.: *Manual of sedimentary petrography*. Appleton-Century-Crofts, New York, (1938).
 72. Krumbein, W. C.; Sloss, L. L.: *Stratigraphy and sedimentation*. Freeman and Company, San Fransisko, California, (1958), S. 497.
 73. Kunath, H.: Über die Bestimmung der Kornform von Straßenbauspalt Straßentechnik 3 (1955) S. 1- 5.
 74. Lew, G.; Beddow, J. K.; Vetter, A. F.: Morphological characterization of particle profiles derived from Walsh - coefficients. *Powder Metallurgy International* 11 (1979) 4, S. 165 - 168.
 75. Liepolt, F.: Ein Vorschlag zur ziffernmäßigen Festlegung der Kornformen. *Der Straßenbau* 24 (1933) 9, S. 111-113.
 76. Ludwig, J.: Sinkversuche mit Festteilchen verschiedener Gestalt in Flüssigkeiten. *Mitteilungen aus dem Institut für Chemische Technik der TH Karlsruhe; Chemiker-Zeitung* 79 (1955) 22, S. 774-777.
 77. Wütschner M.: Einführung in dieameratechnik, Stemmer Imaging GmbH, Puchheim, Version 2000-2002
 78. Matouschek, F.: Die Ermittlung des Kornaufbaues. *Radex-Rundschau*, (1962) 1, S. 14-24.
 79. Mc Nown, J. S.; Malaika, J.: Effects of particle shape on settling velocity at low Reynolds numbers. *American Geophys. Union, Transactions* 31 (1950) 1, S. 74-82.
 80. Medalia, A. I.: Dynamic shape factors of Partikles. *Powder Technol.* 4 (1970/71) S. 117-203.
 81. Medalia, A. S.: Three - dimensional shape parameters. *Int. Powder and Bulk Solids Handling and Processing Conf., Rosemont, Ill., Proc. Techn. Progr. Chicago*, (1977).

82. Meloy, T. P. (1977a): A hypothesis for morphological characterization of particle shape and physiochemical properties. Powder Technology 16, (1977), 233 - 253.
83. Meloy, T. P. (1977b): Fast Fourier transforms applied to shape analysis of particle silouettes to obtain morphological data. Powder Technology 17, (1977), 27 - 35.
84. NORM EN 933, Teil 4: Prüfverfahren für geometrische Eigenschaften von Gesteinskörnungen: Bestimmung der Kornform- Kornformkennzahl, Dezember (1999).
85. NORM EN 933, Teil 5: Prüfverfahren für geometrische Eigenschaften von Gesteinskörnungen: Bestimmung des prozentualen Anteils von gebrochenen Körnern in groben Gesteinskörnungen, Februar (1998).
86. Otzen, R.: Werteziffern für die Kornform von Splitten und Grusen. Zement (1929) 10, S. 300-303.
87. Pahl, M. H.; Rumpf, H.: Einfluß der Partikelanordnung und der Partikelform im Widerstandsgesetz der Porenströmung. Verfahrenstechnik 9 (1977) 11, S. 535-537.
88. Pahl, M. H.; Schädel, G.; Rumpf, D.: Zusammenstellung von Teilchenformbeschreibungsmethoden 1 Teil. Aufbereitungstechnik Nr. 5/1973, S. 257-264.
89. Pentland, A.: A method of measuring the angularity of Sands. Royal Society of Canada, Proceedings and Transactions 3, 21 (1927) C, S. 93.
90. Pettijohn, E. S.; Christiansen, E. B.: Effect of particle shape on freesettling rates of isometric particles. Chemical Engineering Progress 44 (1948) 2, S. 157-172.
91. Pettijohn, F. J.: Sedimentary rocks. Harper Brothers, New York (1949).
92. Piper, D. J. W.: The use of the D - Mac pencil follower in routine determinations of sedimentary parameters, in: Cutbil, J. L. (ed.) Systematics Association, Special Vol. 3, Data processing in Biology and Geology, (1970), S. 97-103.
93. Polhamus, E. C.: Naca. T.N. 4176 (1958).
94. Pös, A.: Bestimmung und Einfluß der Kornform von zuschlagstoffen. Straße und Autobahn 19 (1968) 7, S. 244-252.
95. Prandtl, L.: Führer durch die Strömungslehre. Verlag Vieweg, Braunschweig (1965).
96. Prandtl, L.; Wieselsberger, C.; Betz, A.: Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. I-II Lieferung. Verlag R. Oldenburg (1923).
97. Richardson, L. F.: The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels. General Systems Yearbook 6 (1961), S. 139-187.
98. Ridgway, K.; Rupp, R.: The effect of particle shape on powder properties. Journal Pharm. Pharmac. 21 (1969), S. 30-39.
99. Riley, A. N.: Projection sphericity. Journal of Sedimentary Petrology 11 (1941), S. 94-97.
100. Riley, G. S.: An examination of the separation of differently shaped particles. Powder Technology 2 (1968), S. 315-319.
101. Rittenhouse, G.: A visual method of estimating two- dimensional sphericity. Journal of Sedimentary Petrology 13 (1943) 2, S. 79-81.
102. Robson, D. A.: New technique for measuring roundness of sand grains. Journal of Sedimentary Petrology 28 (1958), S. 108-110.

103. Rose, H. E.: Particle shape, size and surface area Society of Chemical Industry, Monograph Nr. 14 (1961), S. 130-141.
104. Rosenfeld, M. A.; Griffiths, J. C.: An experimental test of visual comparison technique in estimating two dimensional sphericity and roundness of quartz grains. American Journal of Science 251 (1953), S. 553-585.
105. Rothfuchs, G.: Bewertung der verschiedenartigen Kornform von Steinschlag und Splitt. Zement (1931) 28, S. 660-663.
106. Rudenko K. G.: Osnowii obogaschenia i briketirowania Uglei. Ugletechisdat. Moskwa, (1958), S. 111-116.
107. Rumpf, H.: Untersuchungen zur Genauigkeit der Kornanalyse. Staub 20 (1960) 8, S. 253-266.
108. Saltikov, S. A.: Stereometrische Metallographie. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig (1974).
109. Scarlett, B.: The mathematical description of particle size and shape. 2. Europ. Symposium "Partikelmeßtechnik", Nürnberg (1979), S. 545-564.
110. Schiel, F.: Die Kornform der Zuschlagstoffe im Straßenbau Forschungsarb. Straßenwes. 29 (1941).
111. Schiller, L.: Handbuch der Experimentalphysik. Band IV, Akad. Verlagsges., Leipzig (1931).
112. Schmölzer, Grengg, R.: Neue Erfahrungen bei der Untersuchung von Straßenbaustoffen. Bericht über den 5. österr. Straßentag (1930). Verband der österr. Straßengesellschaften, Wien 1.
113. Schneiderhöhn, P.: Eine vergleichende Studie über Methoden zur quantitativen Bestimmung von Abrundung und Form an Sandkörnern (im Hinblick auf die Verwendbarkeit an Dünnschliffen). Heidelberger Beiträge zur Mineralogie und Petrographie 4 (1954), S. 172-191.
114. Schubert, H.: Kapillarität in porösen Feststoffsystemen. Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York (1982).
115. Schubert, R.: Möglichkeiten und Grenzen der automatischen Bildanalyse zur mathematischen Korngrößen- und Kornformbeschreibung unter besonderer Berücksichtigung der Fourieranalyse. Dissertation, TU Bergakademie- Freiberg (1988).
116. Schubert, H.: Aufbereitung fester mineralischer Rohstoffe. Bd.1 Leipzig: Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie (1989), S. 239-242.
117. Schubert, H.: Aufbereitung fester mineralischer Rohstoffe. Bd.1 Leipzig: Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie (1989), S. 243-249.
118. Schulz, E. F.; Wilde, R. H. und Albertson, M. L.: Influence of shape on the fall velocity of sedimentary particles. Colorado Agricultural and Mechanical College, (1954), S. 161.
119. Schulze, K.: Schnellverfahren zur Korbeurteilung und Vorschläge zur Definition von Splitt und Edelsplitt. Straße und Autobahn 4 (1953) 8, S. 253-257.
120. Schwarcz, H. P.; Shane, K. C.: Measurement of Particle Shape by Fourier Analysis. Sedimentology, 13 (1969) S. 213-231.
121. Schwedes, J.: Fließverhalten von Schüttgütern in Bunkern. Verlag Chemie, Weinheim

- (1968).
122. Sneed, E. D.; Folk, R. L.: Pebbles in the lower Colorado river, Texas. A study in particle morphogenesis. *Journal of Geology* 66 (1958), S. 114-150.
 123. Sommer, G.: Methoden der Bildverbesserung. Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena „Ausbild“ (1984), S. 139-161.
 124. Sorby, H. C.: On the structure and origin of non calcareous stratified rocks. *Quart. Journ. Geol. Soc. Proc. London* 36 (1880), S. 46-92.
 125. Steinbrecher, R.: Bildverarbeitung in der Praxis. München; Wien; Oldenburg, (1993), S. 81-87.
 126. Steinmetz, K.: Diamantkörnung als Werkzeugstoff. *VDI - Z.* 120 (1978) 24II, S. 59-69.
 127. Stenger, R.: Berechnung und Analyse von Schwerkraft- Umlenksichtern. Dissertation TU Bergakademie Freiberg (1999).
 128. Stern, O.: Mittelbare Bewertung der Kornform von Zuschlägen. *Zement* 26 (1937) 42, S. 693-696, und S. 706-711.
 129. Stoyan, D.; Kendall, W.; Necke, J.: *Stochastic Geometry and its Application*. J. Wiley and Sons, Chichester (1986).
 130. Swan, B.: Measures of particles roundness: A note. *Journal of Sedimentary Petrology* 44 (1974) 2, S. 572-577.
 131. Szadeczky - Kardoss, E.V. : Die Bestimmung des Abrollungsgrades. *Zentralblatt für Min. Geol. und Paleon. Abt. B* (1933), S. 389-401.
 132. Tickell, F. G.: *The examination of fragmental rocks*. Stanford University Press (1931), S. 6-7.
 133. Unland, G., Folgner, T., Stenger, R.: Bestimmung der Kornform und Bruchflächigkeit. *ZKG International* (1998) 12, S. 674-682.
 134. Unland, G., Folgner, T.: Automatische Kornformbestimmung durch photooptische Partikelanalyse. Sonderdruck aus *Deutsche Naturstein Industrie* Mai- Juni/1997, Heft 5 S. 20-28.
 135. Unland, G., Folgner, T., Meltke K., Popov O.: Untersuchungsergebnisse zur Bewertung der Granatproben aus Indien und Australien 120 mesh, Teil I, II, III, Unveröffentlichter Bericht für die Deutsche Bundesstiftung Umwelt (2004).
 136. Wadell, H.: Shape determinations of large sedimental rock fragments. *Pan-American-Geologist* 61 (1934), S.187-220.
 137. Wadell, H.: Sphericity and roundness of rock particles. *Journal of Geology* 41 (1933), S. 310-331.
 138. Wadell, H.: The coefficient of resistance as a function of Reynolds number for solids of various shapes. *Journal of the Franklin Institute* 217 (1934), S.459-490.
 139. Wadell, H.: Volume, shape and roundness of rock particles. *Journal of Geology* 40 (1932), S. 443-451.
 140. Waldmann, A.: Über die Methoden zur Bestimmung der Kornform. *Straßen- und Tiefbau* 4 (1950) 11, S. 334-337.
 141. Walkenhorst, W.: Modellversuche zur Bestimmung des dynamischen Formfaktors nichtizometrischer Teilchen. *Staub Reinhalt. Luft* 36 (1976), S. 149-155.

142. Walz, K.: Die Bestimmung der Kornform der Zuschlagstoffe. Betonstraße 11 (1936) S. 27-32.
143. Weibel, E. R.: Stereological Methods. Academic Press Inc., London (1980).
144. Weichert, R.; Huller, D.: Volumenbestimmung und Formerkennung unregelmäßig geformter Partikeln mittels dreidimensionaler Bildanalyse. 2 Europäisches Symposium "Partikelmeßtechnik", Nürnberg (1979), S. 600-615.
145. Wentworth, C. K.: A laboratory and field study of cobble abrasion. Journal of Geology 27 (1919), S. 507-521.
146. Whelchel, J. F.; Guinn, D. F.: The fast Fourier-Hadamard transform representation and classification. IEEE Electron. in Aerospace system, Washington Sept. (1968), S. 561-573.
147. Wyllie, M. R. J.; Gregory, A. R.: Formation factors of unconsolidated porous media: influence of particle shape and effect of cementation. Petroleum Transaction, AIME (1953), S. 103-103.
148. Zingg, Th.: Beitrag zur Schotteranalyse. Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen 15 (1935), S.39-140.
149. Zwetkov H.: Obogatitelni Maschini. Durjawnno Isdatelstwo Technika Sofia (1988), S. 287-290.

Anlagenverzeichnis

Anhang A: Bewertung der bekannten Methoden für die Kornformbeschreibung

A- 1: Methodencharakterisierung bezüglich quantitativer bzw. qualitativer Formbeschreibung
(Einschätzung der Formbeschreibungsmethoden)

		Makrogestalt	Mesogestalt	Mikrogestalt
verbale Beschreibung		qualitativ	qualitativ	qualitativ
Formfaktoren		qualitativ / quantitativ ⁽¹⁾	qualitativ / quantitativ ⁽¹⁾	qualitativ ⁽²⁾
Formfunktionen	Radius- Winkel- Funktion	quantitativ	quantitativ	qualitativ ⁽³⁾
	Sehnen- Winkel- Funktion	keine Angaben	keine Angaben	quantitativ ⁽⁴⁾
	Tangenten- Win- kel- Funktion	keine Angaben ⁽⁵⁾	keine Angaben ⁽⁵⁾	keine Angaben ⁽⁵⁾

Legende:

- (1) Kennwerte werden als Verhältnis von verbal definierten und quantitativ ermittelten Dispersitätsgrößen berechnet. Die Grenzverhältnisse zwischen z.B. kubischen und länglichen Partikeln werden ebenfalls verbal eingesetzt ohne eine quantitative Begründung.
- (2) Von *Wadell* [139] gegebene Definition für Rundungsgrad p hat durch ihren großen Zeit- und Rechenaufwand keine praktische Anwendung gefunden.
- (3) Es sind nur qualitative (fehlende Bezugsgröße z.B. Kornformfaktor für die Mikrogestaltsbereich) Vergleiche zwischen Fourierkoeffizienten und nach Augenschein definierter Konturen unterschiedlicher Rundungen bekannt
- (4) Sehnen- Winkel- Funktion (Fraktale Dimension) liefert quantitative Ergebnisse (Linienneigung) mit geringer Empfindlichkeit.
- (5) Bei der Tangente- Winkel- Funktion ist eine geometrische Abtastung komplizierter Randkonturen möglich. Eine Formauswertung der Randkonturkurve ist schwer zu interpretieren und bis jetzt nicht bekannt.

A- 2: Methodencharakterisierung der Formbeschreibungsfunktionen bezüglich ihrer geometrischen und analytischen Fähigkeiten

	Fähigkeiten						
	Geometrische Fähigkeiten der Konturabtastung			Analytische Fähigkeiten zur Konturanalyse			
	Startpunkt-problematik	Konturabtastungsprinzip	Konkav/ Konvex Übergänge	Mathematische Analyse der Randkontur	Normierungsgrößen	Auswertung der Form-information	Rückbildung von Figuren mit Konkav/ Konvex Übergänge
Radius- Winkel Funktion	Definierter Startpunkt notwendig	kompliziert	nein	- Fourier, - Radamacher - Walsh	- Fourierkoeffizient A_0 , - Randpunkteanzahl n_r , - Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$	- Einzelne Koeffizienten - Teil- oder Gesamtsummen, - Formfunktionen	nein
Sehnen- Winkel Funktion	Definition nicht notwendig	sehr kompliziert	nein	Fraktale Dimension ⁽¹⁾	Durchmesser nach Feret	Fraktale Dimension ⁽¹⁾	nein
Tangenten- Winkel Funktion	Definierter Startpunkt notwendig	sehr kompliziert	ja ⁽²⁾	keine Angaben	keine Angaben	keine Angaben	ja ⁽²⁾

Legende:

- (1) Der Anstieg der Abhängigkeit des normierten Teilchenumfanges U_p / X_{Fe} von der normierten Sehnenlänge λ / X_{Fe} wird als Fraktale Dimension bezeichnet. Je größer dieser Anstieg ist, desto rauer ist die Teilchenkontur.
- (2) Bei der Tangenten- Winkel- Funktion ist eine Abtastung sowie die Rückbildung von Konturen mit Konkav / Konvex- Übergängen möglich, allerdings sind die abgetastete Randkurven, sowie die Ergebnisse der nachfolgenden Transformation nicht anwendbar.

A- 3: Methodencharakterisierung bezüglich der charakteristischen Merkmale der Ergebnisse

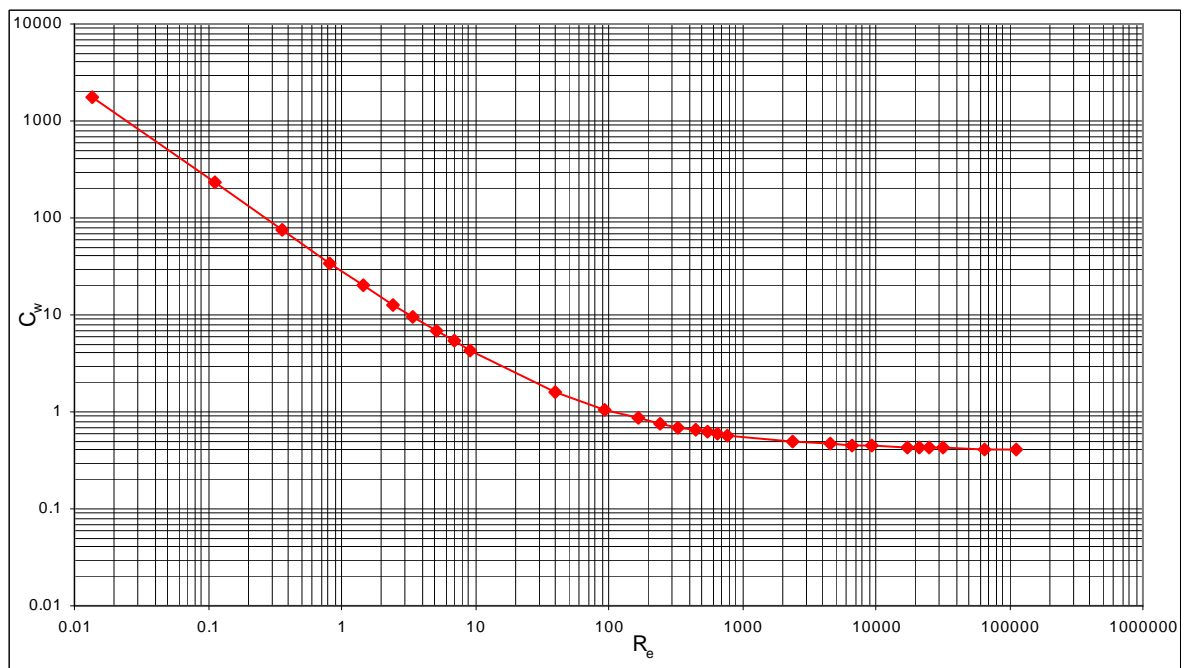
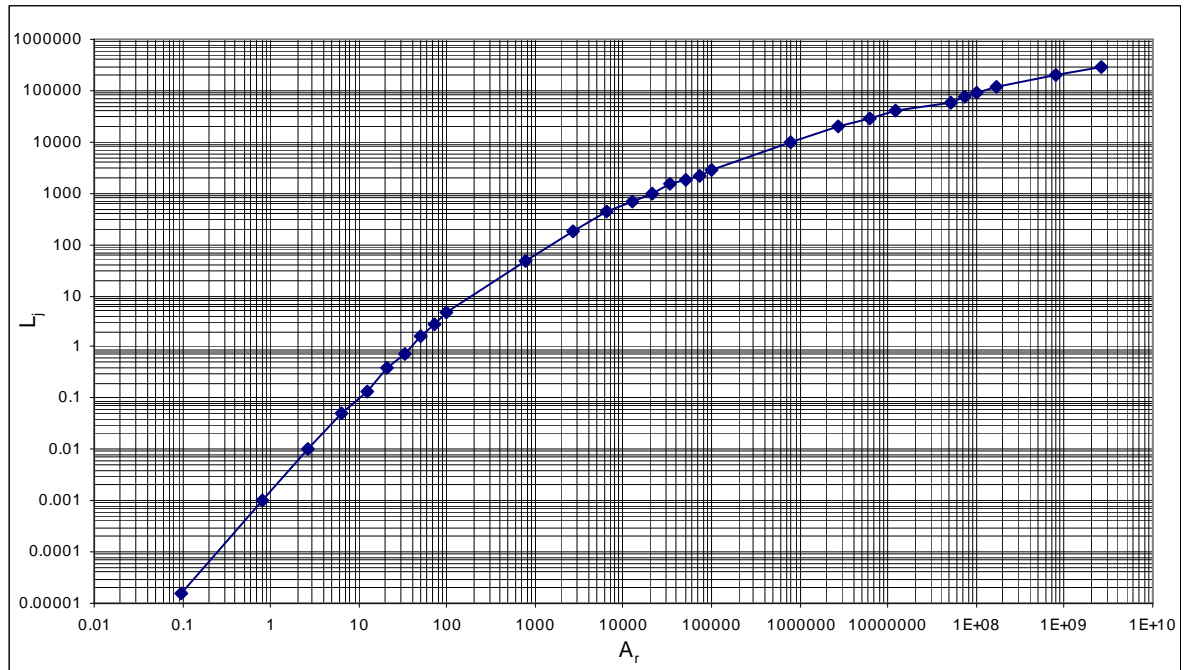
	Methodencharakterisierung					
	Statistische Maßzahlen			Rechenaufwand	Anwendungsrelevanz	
	Nachweisempfindlichkeit	Reproduzierbarkeit	Meßgenauigkeit	Anzahl der Ablaufschritte	Theoretisch nachgewiesen	Anwendung für Realpartikel
Radius- Winkel-Funktion	befriedigend	schlecht ⁽¹⁾	befriedigend	groß	ja	ja
Sehnen- Winkel-Funktion	nicht ausreichend	befriedigend	nicht ausreichend	sehr groß	ja	ja
Tangenten- Winkel-Funktion	keine Angaben	schlecht ⁽¹⁾	keine Angaben	sehr groß	ja	nein

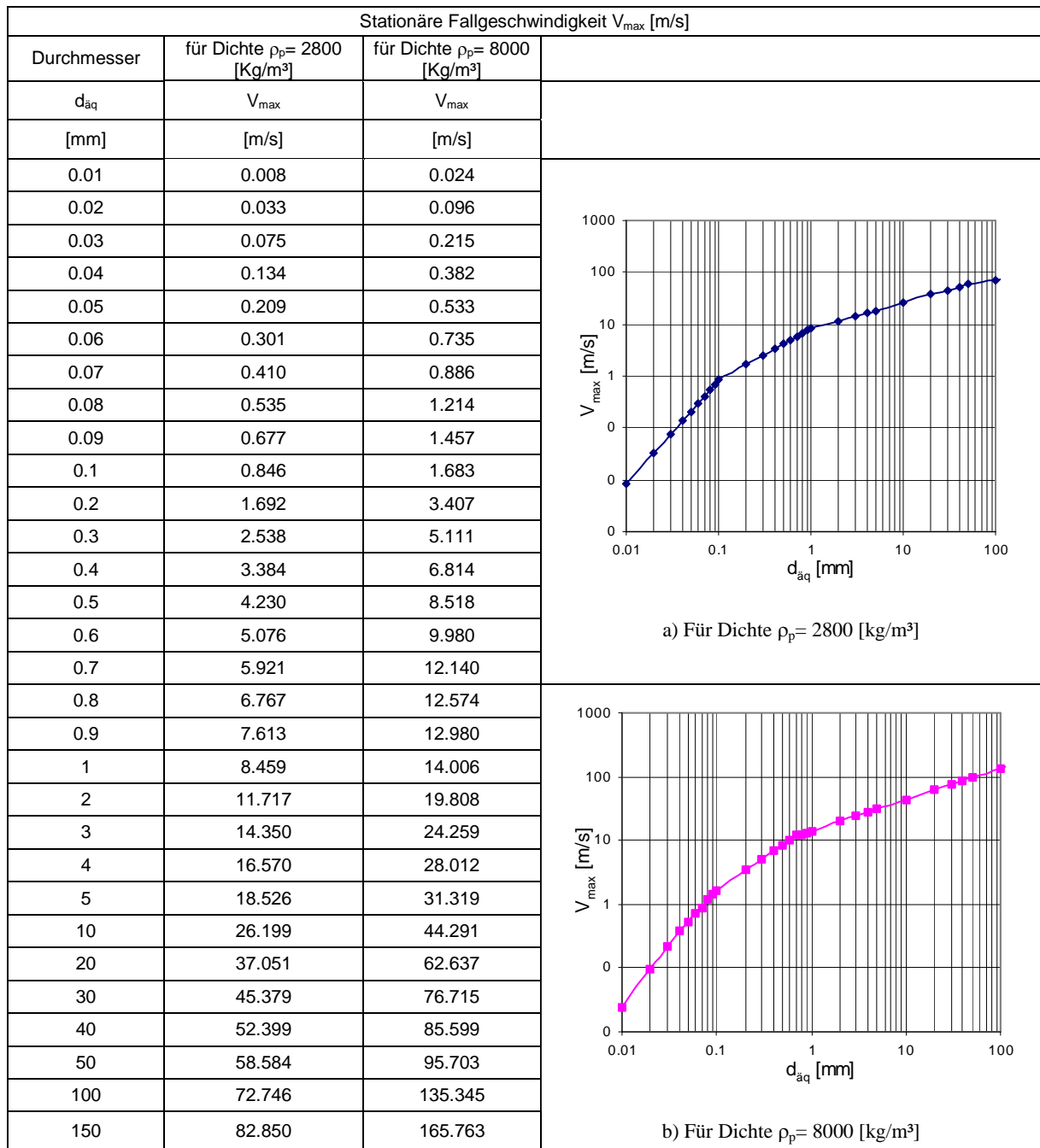
Legende:

(1) Hängt vom Startpunkt der Abtastung (Startpunktproblematik) ab.

Anhang B: Optimierung des Aufnahmeprinzips (Aufnahme im freien Fall)

B- 1: Zusammenhänge zwischen L_j und A_r , sowie zwischen c_w und Re



B- 2: Ermittlung der stationären Fallgeschwindigkeit V_{\max} 

B- 3: Physikalische Fallparameter von Teilchen bei Variation von Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und Fallhöhen h_2 (Partikeldichte $\rho_p = 2800 \text{ [kg/m}^3\text{]}$)

$\rho_p = 2800 \text{ [kg/m}^3\text{]}$															
	$d_{\text{äq}}=0.1 \text{ [mm]}$			$d_{\text{äq}}=0.5 \text{ [mm]}$			$d_{\text{äq}}=1 \text{ [mm]}$			$d_{\text{äq}}=5 \text{ [mm]}$			$d_{\text{äq}}=50 \text{ [mm]}$		
h_2	V_p	t_p	a_p	V_p	t_p	a_p	V_p	t_p	a_p	V_p	t_p	a_p	V_p	t_p	a_p
[m]	[m/s]	[s]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[m/s ²]
0.01	0.414	0.046	8.968	0.442	0.045	9.774	0.443	0.045	9.801	0.443	0.045	9.808	0.443	0.045	9.810
0.02	0.550	0.067	8.226	0.623	0.064	9.739	0.626	0.064	9.792	0.626	0.064	9.806	0.626	0.064	9.810
0.05	0.731	0.113	6.478	0.977	0.101	9.633	0.987	0.101	9.765	0.990	0.101	9.801	0.990	0.101	9.809
0.1	0.818	0.177	4.634	1.363	0.144	9.460	1.391	0.143	9.721	1.399	0.143	9.791	1.401	0.143	9.808
0.2	0.844	0.296	2.851	1.877	0.206	9.128	1.954	0.203	9.633	1.975	0.202	9.773	1.980	0.202	9.806
0.25	0.845	0.355	2.380	2.071	0.231	8.968	2.177	0.227	9.589	2.207	0.226	9.763	2.214	0.226	9.805
0.5	0.846	0.651	1.300	2.748	0.334	8.226	3.028	0.323	9.376	3.110	0.320	9.717	3.130	0.319	9.801
1	0.846	1.242	0.681	3.452	0.494	6.992	4.142	0.462	8.968	4.367	0.454	9.626	4.423	0.452	9.791
2	0.846	2.424	0.349	3.987	0.759	5.252	5.496	0.668	8.226	6.089	0.645	9.446	6.246	0.639	9.773
4	0.846	4.788	0.177	4.203	1.243	3.381	6.904	0.987	6.992	8.376	0.920	9.101	8.808	0.905	9.736
16	0.846	18.974	0.045	4.230	4.082	1.036	8.406	2.486	3.381	14.342	1.946	7.369	17.320	1.820	9.517
32	0.846	37.888	0.022	4.230	7.865	0.538	8.459	4.381	1.931	16.974	2.956	5.743	23.953	2.593	9.237
64	0.846	75.717	0.011	4.230	15.430	0.274	8.459	8.163	1.036	18.286	4.751	3.848	32.428	3.723	8.710
500	0.846	591.129	0.001	4.230	118.513	0.036	8.459	59.705	0.142	18.526	28.298	0.655	56.878	12.587	4.519
1000	0.846	1182.198	0.001	4.230	236.428	0.000	8.459	118.811	0.071	18.526	55.288	0.335	58.487	21.204	2.758
2000	0.846	2364.335	0.000	4.230	472.855	0.000	8.459	237.025	0.036	18.526	109.267	0.170	58.583	38.279	1.530
4000	0.846	4728.611	0.000	4.230	945.710	0.000	8.459	472.855	0.000	18.526	217.225	0.085	58.584	72.418	0.809
10000	0.846	11821.438	0.000	4.230	2364.276	0.000	8.459	1182.138	0.000	18.526	539.790	0.034	58.584	174.836	0.335

B- 4: Physikalische Fallparameter von Teilchen bei Variation von Äquivalentdurchmesser $d_{\text{äq}}$ und Fallhöhen h_2 (Partikeldichte $\rho_p = 8000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$)

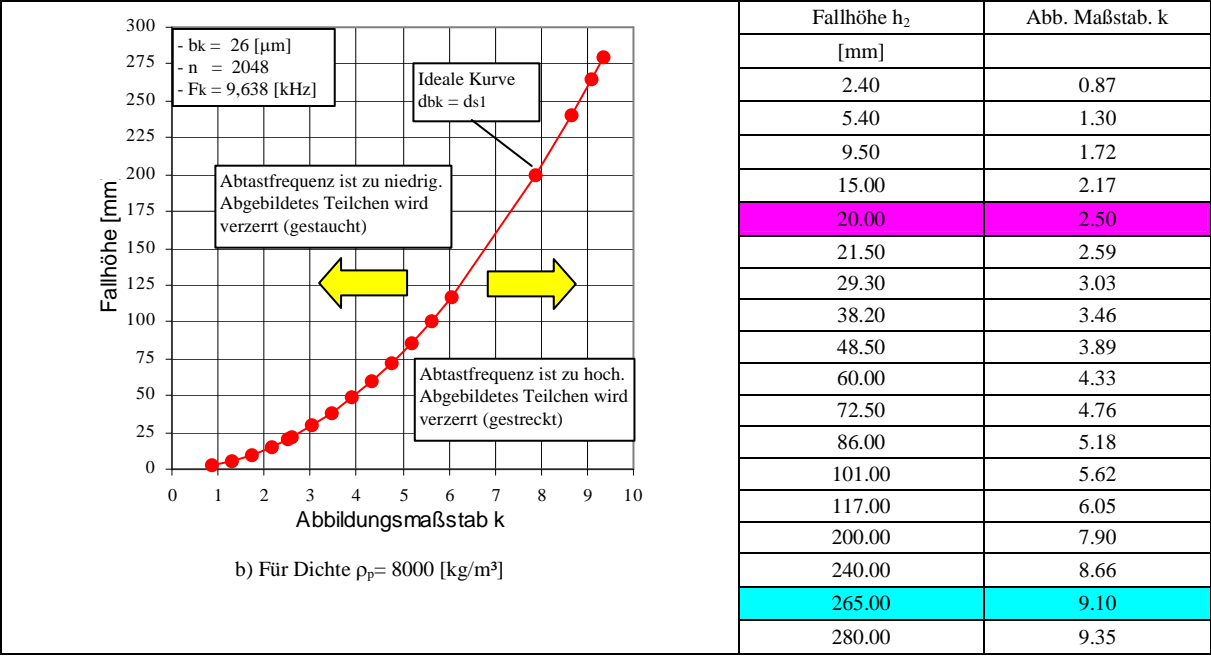
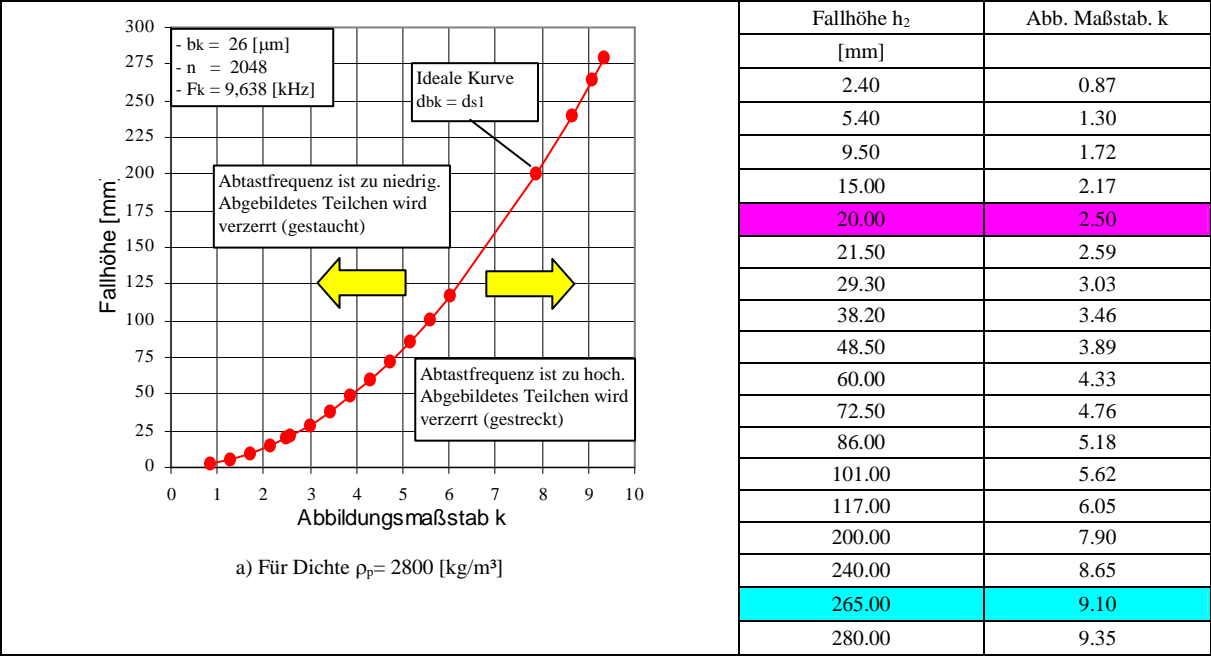
$\rho_p = 8000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$															
	$d_{\text{äq}}=0.1 \text{ [mm]}$			$d_{\text{äq}}=0.5 \text{ [mm]}$			$d_{\text{äq}}=1 \text{ [mm]}$			$d_{\text{äq}}=5 \text{ [mm]}$			$d_{\text{äq}}=50 \text{ [mm]}$		
h_2	V_p	t_p	a_p	V_p	t_p	a_p	V_p	t_p	a_p	V_p	t_p	a_p	V_p	t_p	a_p
[m]	[m/s]	[s]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[m/s ²]
0.01	0.435	0.045	9.587	0.443	0.045	9.801	0.443	0.045	9.807	0.443	0.045	9.809	0.443	0.045	9.810
0.02	0.605	0.065	9.372	0.626	0.064	9.792	0.626	0.064	9.803	0.626	0.064	9.809	0.626	0.064	9.810
0.05	0.911	0.104	8.764	0.987	0.101	9.766	0.989	0.101	9.794	0.990	0.101	9.807	0.990	0.101	9.810
0.1	1.190	0.151	7.872	1.391	0.143	9.722	1.397	0.143	9.777	1.400	0.143	9.803	1.401	0.143	9.809
0.2	1.457	0.226	6.454	1.954	0.203	9.635	1.971	0.202	9.745	1.979	0.202	9.797	1.981	0.202	9.809
0.25	1.527	0.259	5.889	2.178	0.227	9.592	2.201	0.226	9.729	2.212	0.226	9.794	2.214	0.226	9.808
0.5	1.657	0.415	3.996	3.029	0.323	9.382	3.093	0.321	9.648	3.124	0.320	9.777	3.131	0.319	9.806
1	1.683	0.713	2.360	4.146	0.462	8.979	4.321	0.455	9.490	4.407	0.452	9.745	4.427	0.452	9.803
2	1.683	1.307	1.288	5.505	0.668	8.245	5.964	0.649	9.185	6.202	0.641	9.680	6.257	0.639	9.796
4	1.683	2.495	0.675	6.925	0.986	7.022	8.042	0.933	8.616	8.685	0.909	9.553	8.840	0.904	9.782
16	1.683	9.623	0.175	8.462	2.477	3.416	12.513	2.054	6.093	16.390	1.855	8.838	17.567	1.811	9.699
32	1.683	19.128	0.088	8.517	4.359	1.954	13.718	3.260	4.208	21.534	2.692	7.998	24.633	2.569	9.589
64	1.683	38.136	0.044	8.518	8.115	1.050	13.994	5.558	2.518	26.612	4.007	6.641	34.255	3.654	9.376
500	1.683	297.129	0.006	8.518	59.301	0.144	14.006	36.688	0.382	31.318	18.178	1.723	77.594	11.017	7.043
1000	1.683	594.139	0.003	8.518	118.000	0.072	14.006	72.387	0.193	31.319	34.143	0.917	89.910	16.911	5.317
2000	1.683	1188.158	0.001	8.518	235.399	0.036	14.006	143.785	0.097	31.319	66.073	0.474	95.041	27.626	3.440
4000	1.683	2376.198	0.001	8.518	470.196	0.018	14.006	286.580	0.049	31.319	129.933	0.241	95.694	48.558	1.971
10000	1.683	5940.316	0.000	8.518	1174.587	0.007	14.006	714.965	0.020	31.319	321.512	0.097	95.703	111.252	0.860

B- 5: Wichtige physikalische Fallparameter für die Messbereiche 1 und 2

$\rho_p = 2800 \text{ [kg/m}^3\text{]}$										
	Messbereich 1: $k_1 = 2,5$ und $h_2 = 0,02 \text{ [m]}$					Messbereich 2: $k_2 = 9,1$ und $h_2 = 0,265 \text{ [m]}$				
d_{aq}	a_2	V_2	t_2	d_{s1}	d_{bk}	a_2	V_2	t_2	d_{s1}	d_{bk}
[mm]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[μm]	[μm]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[μm]	[μm]
0.02	0.056	0.033	0.600	3.47	65.00	0.004	0.033	7.871	3.47	236.60
0.03	0.278	0.075	0.271	7.81	65.00	0.022	0.075	3.500	7.81	236.60
0.04	0.842	0.134	0.159	13.88	65.00	0.067	0.134	1.990	13.88	236.60
0.05	1.893	0.209	0.110	21.69	65.00	0.163	0.209	1.282	21.69	236.60
0.06	3.414	0.299	0.088	31.03	65.00	0.334	0.301	0.902	31.24	236.60
0.07	5.077	0.389	0.077	40.41	65.00	0.606	0.410	0.676	42.52	236.60
0.08	6.480	0.462	0.071	47.96	65.00	1.004	0.535	0.533	55.53	236.60
0.09	7.498	0.514	0.068	53.28	65.00	1.543	0.677	0.439	70.28	236.60
0.1	8.226	0.550	0.067	57.02	65.00	2.267	0.846	0.373	87.74	236.60
0.2	9.376	0.606	0.065	62.83	65.00	5.762	1.548	0.269	160.63	236.60
0.3	9.614	0.617	0.064	64.02	65.00	7.606	1.889	0.248	195.97	236.60
0.5	9.739	0.623	0.064	64.64	65.00	8.921	2.124	0.238	220.39	236.60
1	9.792	0.626	0.064	64.90	65.00	9.576	2.239	0.234	232.35	236.60
5	9.806	0.626	0.064	64.97	65.00	9.761	2.272	0.233	235.69	236.60
50	9.810	0.626	0.064	64.99	65.00	9.805	2.279	0.232	236.49	236.60

$\rho_p = 8000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$										
	Messbereich 1: $k_1 = 2,5$ und $h_2 = 0,02 \text{ [m]}$					Messbereich 2: $k_2 = 9,1$ und $h_2 = 0,265 \text{ [m]}$				
d_{aq}	a_2	V_2	t_2	d_{s1}	d_{bk}	a_2	V_2	t_2	d_{s1}	d_{bk}
[mm]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[μm]	[μm]	[m/s ²]	[m/s]	[s]	[μm]	[μm]
0.02	0.443	0.096	0.216	9.92	65.00	0.034	0.096	2.779	9.92	236.60
0.03	1.988	0.215	0.108	22.32	65.00	0.172	0.215	1.247	22.32	236.60
0.04	4.694	0.369	0.079	38.30	65.00	0.531	0.382	0.720	39.68	236.60
0.05	6.462	0.461	0.071	47.86	65.00	0.997	0.533	0.535	55.32	236.60
0.06	7.793	0.528	0.068	54.80	65.00	1.783	0.735	0.412	76.29	236.60
0.07	8.351	0.556	0.067	57.66	65.00	2.449	0.886	0.362	91.88	236.60
0.08	8.991	0.587	0.065	60.90	65.00	3.945	1.196	0.303	124.09	236.60
0.09	9.231	0.599	0.065	62.10	65.00	4.948	1.393	0.281	144.52	236.60
0.1	9.372	0.605	0.065	62.81	65.00	5.735	1.543	0.269	160.11	236.60
0.2	9.700	0.621	0.064	64.45	65.00	8.487	2.047	0.241	212.40	236.60
0.3	9.761	0.624	0.064	64.75	65.00	9.188	2.171	0.236	225.28	236.60
0.5	9.792	0.626	0.064	64.91	65.00	9.580	2.240	0.234	232.40	236.60
1	9.803	0.626	0.064	64.96	65.00	9.724	2.265	0.233	235.02	236.60
5	9.809	0.626	0.064	64.99	65.00	9.793	2.277	0.233	236.27	236.60
50	9.810	0.626	0.064	64.99	65.00	9.808	2.280	0.232	236.55	236.60

B- 6: Abhängigkeit der Fallhöhe h vom Abbildungsmaßstab bei konstanter Kameraeinstellungen



Legende:

Optimale Einstellung von Fallhöhe h_2 und Abb. Maßstab k für den Messbereich 1 (MB 1)

Optimale Einstellung von Fallhöhe h_2 und Abb. Maßstab k für den Messbereich 2 (MB 2)

B- 7: Rolle der Fallbeschleunigung während der Bildaufnahme im Messbereich 1 (MB 1)

$k_1 = 2.5$; $F_k = 9638.2$ [Hz]; $b_k = 0.000026$ [m]; $n = 2048$, $h_2 = 0.02$ [m]									
d_{aq}	S_{pt}	ΔH_0	ΔH_{25}	ΔH_{50}	ΔH_{75}	ΔH_{100}	ΔS_{50}	ΔS_{75}	$\Delta S_t = \Delta S_{50} + \Delta S_{75}$
[mm]		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]			
1.00	15.38	-0.15	0.46	1.08	1.67	2.26	0.08	0.13	0.21
3.15	48.42	-0.06	1.78	3.66	5.37	6.99	0.89	1.30	2.19
5.00	76.92	-0.04	2.77	5.68	8.19	10.52	2.19	3.15	5.34
8.01	123.22	-0.03	4.21	8.68	12.26	15.45	5.35	7.55	12.90
10.16	156.26	-0.02	5.10	10.53	14.69	18.32	8.23	11.48	19.71
12.52	192.62	-0.02	6.12	11.53	17.49	21.55	11.11	16.85	27.95
50.00	769.23	-0.01	18.79	33.32	41.01	46.54	128.16	157.74	285.90

$k_1 = 2.5$; $F_k = 9638.2$ [Hz]; $b_k = 0.000026$ [m]; $n = 2048$, $h_2 = 0.02$ [m]								
Ergebnisse der theoretischen Betrachtungen								
d_{aq}	S_{pt}	ΔS_t	ΔS_t	ΔS_{at}	ΔS_{at}	$d_{äqt}$	$\Delta d_{äqt}$	$\Delta d_{äqt}$
[mm]			[%]	[mm²]	[%]	[mm]	[mm]	[%]
1.00	15.38	0.22	1.38	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
3.15	48.42	2.19	4.51	0.38	4.83	3.07	0.08	2.44
5.00	76.92	5.34	6.94	1.26	6.40	4.84	0.16	3.25
8.01	123.22	12.90	10.47	5.04	10.00	7.60	0.41	5.13
10.16	155.43	19.71	12.61	10.02	12.37	9.51	0.65	6.39
12.52	192.62	27.95	14.51	17.68	14.36	11.59	0.94	7.46
50.00	769.23	285.90	37.17	729.16	37.14	39.65	10.36	20.71

d_{aq} - Äquivalentdurchmesser des Partikels

S_{pt} - Theoretische Anzahl der Abtastsehn

ΔS_t - Theoretische Anzahl der verlorenen Sehn

ΔS_{at} - Theoretischer Projektionsflächenverlust

$d_{äqt}$ - Theoretischer Durchmesser des Partikels, der nach der Kamera Aufnahme erwartet wurde

$\Delta d_{äqt}$ - Theoretische Abweichung vom realen Äquivalentdurchmesser d_{aq} .

B- 8: Rolle der Fallbeschleunigung während der Bildaufnahme im Messbereich 2 (MB 2)

k= 9.1; F _k = 9638.2 [Hz]; b _k = 0.000026 [m]; n= 2048, h ₂ = 0.265 [m]; Dichte ρ _p = 2800 [kg/m ³]									
d _{aq}	S _{pt}	ΔH ₀	ΔH ₂₅	ΔH ₅₀	ΔH ₇₅	ΔH ₁₀₀	ΔS ₅₀	ΔS ₇₅	ΔS _t = ΔS ₅₀ +ΔS ₇₅
[mm]		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]			
1.00	4.23	-1.83	-1.78	-1.74	-1.69	-1.65	-0.04	-0.04	-0.07
3.15	13.31	-0.64	-0.49	-0.35	-0.20	-0.06	-0.02	-0.01	-0.04
5.00	21.13	-0.39	-0.15	0.08	0.31	0.54	0.01	0.03	0.04
8.01	33.81	-0.25	0.12	0.50	0.82	1.30	0.09	0.14	0.22
10.16	42.27	-0.20	0.32	0.73	1.19	1.63	0.16	0.25	0.41
12.52	52.92	-0.18	0.44	1.05	1.67	2.20	0.28	0.44	0.72
50.00	211.33	-0.05	2.13	4.36	6.35	8.23	4.61	6.72	11.32

k=9.1; F _k =9638.2 [Hz]; b _k =0.000026 [m]; n=2048, h ₂ =0.02 [m]; Dichte ρ _p = 2800 [kg/m ³]								
Ergebnisse der theoretischen Betrachtungen								
d _{aq}	S _{pt}	ΔS _t	ΔS _i	ΔS _{at}	ΔS _{at}	d _{äqt}	Δd _{äqt}	Δd _{äqt}
[mm]			[%]	[mm ²]	[%]	[mm]	[mm]	[%]
1.00	4.23	-0.07	-1.72	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
3.15	13.31	-0.04	-0.27	0.00	0.00	3.15	0.00	0.00
5.00	21.13	0.04	0.19	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00
8.01	33.81	0.22	0.66	0.00	0.00	8.01	0.00	0.00
10.16	42.27	0.41	0.96	0.00	0.00	10.16	0.00	0.00
12.52	52.92	0.72	1.36	0.00	0.00	12.52	0.00	0.00
50.00	211.33	11.32	5.36	96.21	4.90	48.76	1.24	2.48

d_{aq} - Äquivalentdurchmesser des Partikels

S_{pt} - Theoretische Anzahl der Abtastsehn

ΔS_t - Theoretische Anzahl der verlorenen Sehn

ΔS_{at} - Theoretischer Projektionsflächenverlust

d_{äqt} - Theoretischer Durchmesser des Partikels, der nach der Kamera Aufnahme erwartet wurde

Δd_{äqt} - Theoretische Abweichung vom realen Äquivalentdurchmesser d_{aq}.

B- 9: Versuchsprogramm zur Prüfung der korrekten Bildaufnahme mit dem Zeilenkamera-Scanprinzip

Messbereich	Fallhöhe h_2	Partikeldurchmesser $d_{\text{äq}}$			
	[mm]	[mm]	[mm]	mm	mm
		3.15	8	10	12.52
MB1	12	120301	120801	121001	121201
	14	140301	140801	141001	141201
	15	150301	150801	151001	151201
	16	160301	160801	161001	161201
	17	170301	170801	171001	171201
	18	180301	180801	181001	181201
	20	200301	200801	201001	201201
	23	230301	230801	231001	231201
MB2	235	230302	230802	231002	231202
	245	240302	240802	241002	241202
	255	250302	250802	251002	251202
	265	260302	260802	261002	261202
	275	270302	270802	271002	271202
	285	280302	280802	281002	281202
Material		Stahl	Glas	Glas	Stahl
Dichte ca.		7,85 [kg/m³]	2.6 [kg/m³]	2.6 [kg/m³]	7,85 [kg/m³]

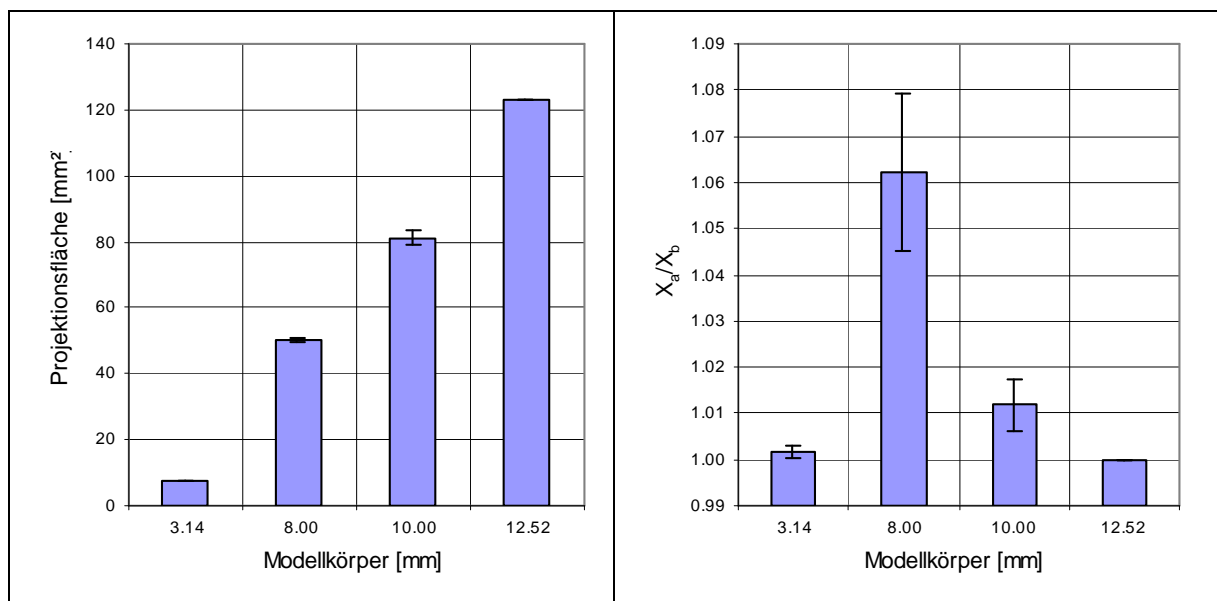
Legende:

MB1 $k_1 = 2.5$; $F_k = 9638.2$ [Hz]; $b_k = 0.000026$ [m]; $n = 2048$, $h_2 = 0.02$ [m]

MB2 $k_2 = 9.1$; $F_k = 9638.2$ [Hz]; $b_k = 0.000026$ [m]; $n = 2048$, $h_2 = 0.265$ [m]

B- 10: Meßtechnische Ermittlung (Mikrometermessungen) der Kugelparameter

Kugel	Parameter	Einheit	Max. Wert	Min. Wert	Mittelwert	Standardabweichung	Relative Standardabweichung [%]
3.14	X_a/X_b	-	1.003	1.000	1.002	0.001	0.118
	Fläche S_m	[mm ²]	7.855	7.719	7.778	0.046	0.585
	$d_{\text{äq}}$	[mm]	3.162	3.135	3.147	0.009	0.284
8.00	X_a/X_b	-	1.099	1.028	1.062	0.017	1.62
	Fläche S_m	[mm ²]	48.431	48.431	50.197	0.884	1.76
	$d_{\text{äq}}$	[mm]	8.167	7.897	8.009	0.062	0.768
10.00	X_a/X_b	-	1.030	1.003	1.012	0.006	0.551
	Fläche S_m	[mm ²]	85.846	76.193	81.042	2.144	2.645
	$d_{\text{äq}}$	[mm]	10.455	9.849	10.157	0.134	1.320
12.52	X_a/X_b	-	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000
	Fläche	[mm ²]	123.111	123.111	123.111	0.000	0.000
	$d_{\text{äq}}$	[mm]	12.520	12.520	12.520	0.000	0.000



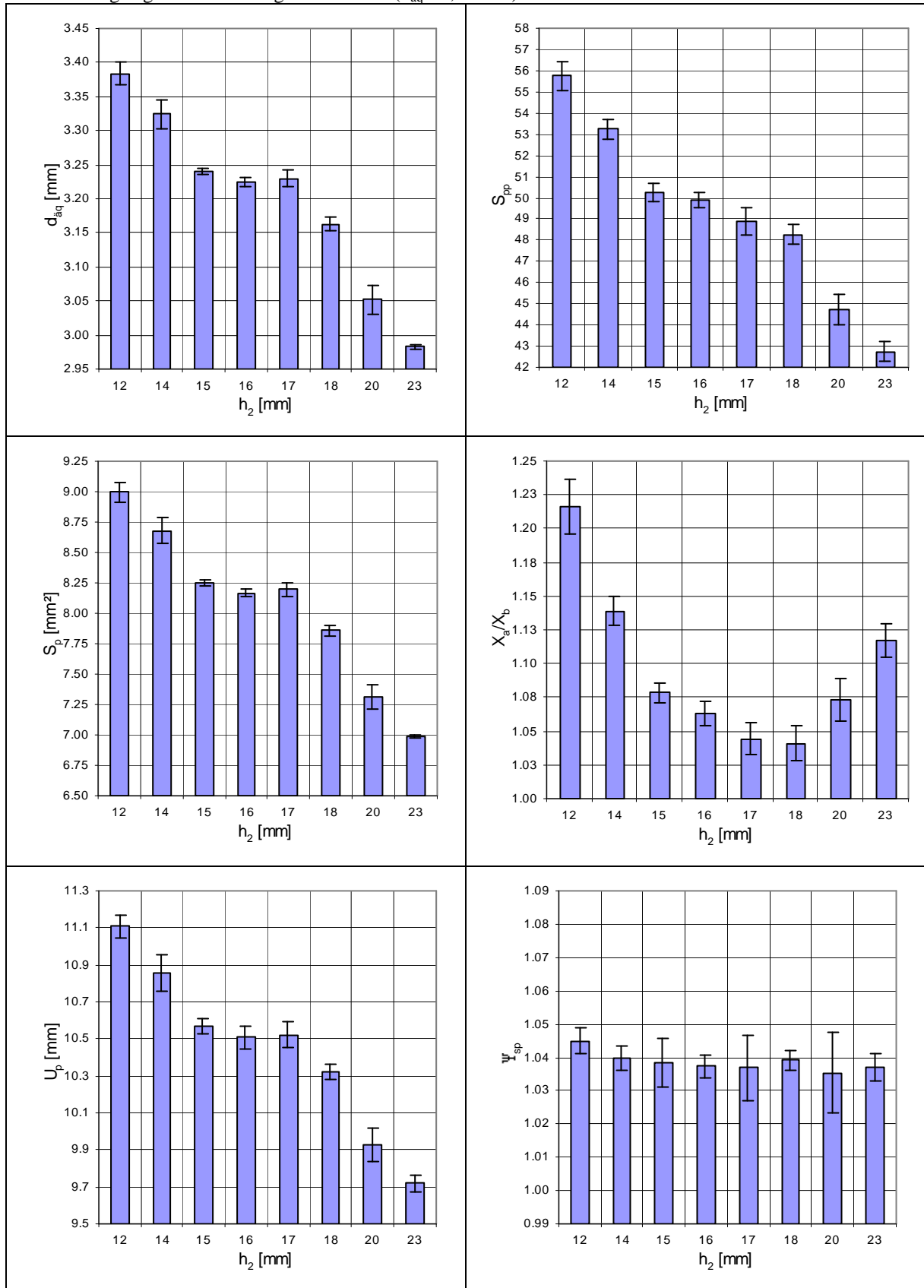
B- 11: Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen im MB1 ($d_{aq}= 3,15 \text{ mm}$) bei variablen Fallhöhen

Tabellarische Darstellung der Untersuchungsergebnisse mit $d_{aq}= 3,15 \text{ mm}$

MB1; $b_k= 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 3,15 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Mittelwerte	23	1654	128	6.987	9.718	2.983	43	94	1.037	1.117
	20	1731	131	7.314	9.926	3.052	45	95	1.035	1.073
	18	1860	136	7.857	10.326	3.163	48	94	1.039	1.041
	17	1939	139	8.194	10.522	3.230	49	98	1.037	1.044
	16	1933	138	8.166	10.507	3.224	50	96	1.037	1.063
	15	1952	139	8.246	10.570	3.240	50	96	1.038	1.078
	14	2054	143	8.678	10.859	3.324	53	94	1.040	1.139
	12	2129	147	8.994	11.110	3.384	56	94	1.045	1.216

MB1; $b_k= 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 3,15 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Standardabweichung	23	3	1	0.014	0.043	0.003	0.5	0.4	0.004	0.013
	20	23	1	0.099	0.090	0.021	0.7	0.4	0.012	0.016
	18	12	1	0.049	0.041	0.010	0.5	0.5	0.003	0.013
	17	14	1	0.058	0.071	0.011	0.6	0.8	0.010	0.012
	16	7	0	0.029	0.059	0.006	0.4	0.8	0.003	0.009
	15	6	1	0.026	0.041	0.005	0.5	0.5	0.007	0.007
	14	25	1	0.107	0.099	0.020	0.5	0.8	0.004	0.010
	12	20	1	0.084	0.062	0.016	0.7	0.5	0.004	0.021

MB1; $b_k= 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 3,15 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- zahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Relative Standardabweichung	23	0.194	0.500	0.194	0.444	0.097	1.083	0.750	0.394	1.123
	20	1.353	1.062	1.353	0.911	0.675	1.580	0.750	1.174	1.477
	18	0.627	0.471	0.627	0.401	0.313	0.959	0.980	0.293	1.237
	17	0.710	0.537	0.710	0.677	0.354	1.311	1.559	0.952	1.174
	16	0.357	0.335	0.357	0.561	0.178	0.709	1.591	0.312	0.805
	15	0.312	0.371	0.312	0.389	0.156	0.921	1.125	0.718	0.649
	14	1.236	0.723	1.236	0.916	0.616	0.869	1.771	0.358	0.911
	12	0.932	0.727	0.932	0.558	0.465	1.268	1.110	0.353	1.699

Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen ($d_{\text{aq}} = 3,15 \text{ mm}$) im MB 1 bei variablen Fallhöhen

B- 12: Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen im MB1 ($d_{aq}= 8,00$ mm) bei variablen Fallhöhen

MB1; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 8,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Mittelwerte	23	10494	328	44.338	24.890	7.513	105	250	1.055	1.189
	20	10841	333	45.805	25.220	7.636	110	249	1.051	1.106
	18	11505	343	48.608	26.019	7.867	117	248	1.053	1.092
	17	11818	346	49.932	26.327	7.973	118	252	1.051	1.090
	16	12222	353	51.640	26.773	8.108	120	254	1.051	1.073
	15	12152	352	51.341	26.726	8.085	123	250	1.052	1.040
	14	12466	355	52.668	27.009	8.188	128	244	1.050	1.079
	12	13621	372	57.547	28.309	8.559	138	248	1.053	1.140

MB1; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 8,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Standardabweichung	23	253	4	1.067	0.313	0.090	0.3	2.8	0.018	0.024
	20	369	7	1.559	0.457	0.128	3.1	1.3	0.025	0.039
	18	251	4	1.059	0.278	0.086	0.4	2.4	0.027	0.044
	17	360	6	1.520	0.413	0.121	1.8	2.5	0.018	0.031
	16	206	4	0.869	0.264	0.068	1.4	1.8	0.013	0.016
	15	262	4	1.105	0.299	0.087	1.9	2.5	0.018	0.019
	14	393	6	1.659	0.456	0.130	2.2	4.1	0.015	0.035
	12	272	4	1.151	0.317	0.086	1.7	2.6	0.013	0.030

MB1; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 8,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Relative Standardabweichung	23	2.407	1.194	2.407	1.259	1.198	0.261	2.207	1.700	2.003
	20	3.403	2.084	3.403	1.812	1.682	2.841	1.054	2.373	3.516
	18	2.179	1.251	2.179	1.070	1.089	0.324	1.964	2.569	3.992
	17	3.043	1.834	3.043	1.569	1.514	1.502	1.975	1.727	2.874
	16	1.683	1.075	1.683	0.986	0.839	1.155	1.440	1.236	1.527
	15	2.153	1.153	2.153	1.119	1.076	1.512	2.044	1.701	1.788
	14	3.150	1.760	3.150	1.689	1.584	1.691	3.351	1.445	3.250
	12	2.000	1.062	2.000	1.121	1.000	1.250	2.058	1.218	2.644

B- 13: Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen im MB1 ($d_{aq}= 10,00$ mm) bei variablen Fallhöhen

MB1; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 10,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Mittelwerte	23	16664	414	70.403	31.460	9.467	132	320	1.058	1.209
	20	16748	414	70.760	31.433	9.489	135	313	1.000	1.152
	18	17983	427	75.980	32.481	9.834	145	312	1.051	1.080
	17	18799	438	79.426	33.264	10.054	149	318	1.000	1.077
	16	19255	444	81.353	33.754	10.175	152	322	1.000	1.068
	15	19283	444	81.472	33.776	10.183	153	320	1.000	1.050
	14	20177	454	85.248	34.498	10.417	161	316	1.054	1.041
	12	21084	463	89.080	35.278	10.649	171	314	1.054	1.114

MB1; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 10,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Standardabweichung	23	550	7	2.323	0.535	0.155	2.5	3.0	0.002	0.009
	20	842	11	3.558	0.822	0.240	3.3	4.7	0.000	0.014
	18	808	9	3.416	0.722	0.219	3.2	4.0	0.002	0.018
	17	893	11	3.771	0.810	0.240	3.5	3.9	0.000	0.009
	16	910	10	3.847	0.831	0.241	3.5	5.2	0.000	0.018
	15	840	10	3.551	0.817	0.224	3.0	5.3	0.000	0.016
	14	743	8	3.138	0.598	0.191	2.6	3.0	0.003	0.013
	12	486	6	2.051	0.427	0.123	2.1	2.4	0.002	0.025

MB1; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 2,5$; $d_{aq}= 10,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Relative Standardabweichung	23	3.299	1.618	3.299	1.702	1.640	1.899	1.866	0.168	0.724
	20	5.028	2.614	5.028	2.616	2.526	2.464	3.013	0.000	1.225
	18	4.496	2.195	4.496	2.222	2.228	2.173	2.569	0.156	1.637
	17	4.748	2.542	4.748	2.435	2.383	2.380	2.440	0.000	0.811
	16	4.728	2.253	4.728	2.461	2.372	2.310	3.202	0.000	1.727
	15	4.359	2.302	4.359	2.420	2.204	1.965	3.312	0.000	1.487
	14	3.681	1.803	3.681	1.733	1.836	1.640	1.903	0.240	1.272
	12	2.303	1.280	2.303	1.210	1.152	1.202	1.523	0.154	2.238

B- 14: Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen im MB1 ($d_{\text{aq}} = 12,52 \text{ mm}$) bei variablen Fallhöhen

MB1; $b_k = 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1 = 2,5$; $d_{\text{aq}} = 12,52 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Mittelwert	23	26157	522	110.514	39.593	11.862	164	406	1.062	1.232
	20	26589	524	112.336	39.758	11.960	169	396	1.000	1.177
	18	29058	549	122.772	41.498	12.503	184	400	1.056	1.091
	17	29441	550	124.390	41.804	12.585	184	406	1.000	1.102
	16	29812	556	125.954	42.219	12.664	186	410	1.000	1.094
	15	30181	559	127.515	42.512	12.742	188	412	1.000	1.093
	14	31312	565	132.292	42.982	12.978	198	402	1.054	1.026

MB1; $b_k = 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1 = 2,5$; $d_{\text{aq}} = 12,52 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Standardabweichung	23	83	2	0.349	0.126	0.019	0.7	0.9	0.003	0.005
	20	128	2	0.539	0.150	0.029	0.6	1.2	0.000	0.008
	18	78	6	0.330	0.181	0.017	0.5	2.2	0.004	0.003
	17	55	3	0.231	0.164	0.012	0.6	2.1	0.000	0.008
	16	84	3	0.355	0.218	0.018	0.6	2.5	0.000	0.007
	15	110	3	0.466	0.217	0.023	1.4	3.5	0.000	0.026
	14	95	2	0.401	0.100	0.020	0.6	1.2	0.002	0.016

MB1; $b_k = 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1 = 2,5$; $d_{\text{aq}} = 12,52 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Relative Standardab- weichung	23	0.316	0.402	0.316	0.319	0.158	0.455	0.452	0.278	0.379
	20	0.480	0.454	0.480	0.378	0.240	0.379	0.627	0.000	0.698
	18	0.269	1.101	0.269	0.436	0.134	0.252	1.098	0.356	0.275
	17	0.186	0.473	0.186	0.392	0.093	0.349	1.016	0.000	0.714
	16	0.282	0.616	0.282	0.516	0.141	0.344	1.234	0.000	0.620
	15	0.366	0.463	0.366	0.511	0.183	0.722	1.714	0.000	2.406
	14	0.303	0.280	0.303	0.234	0.152	0.323	0.580	0.202	1.547

B- 15: Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen im MB2 ($d_{aq}= 3,15$ mm) bei variablen Fallhöhen

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 3,15$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Mittelwert	235	153	37	8.572	10.126	3.304	13	24	0.976	1.111
	245	150	37	8.376	10.144	3.266	13	24	0.989	1.111
	255	152	37	8.488	10.234	3.287	13	26	0.991	1.044
	265	146	37	8.180	10.081	3.227	13	26	0.994	1.072
	275	142	36	7.963	9.865	3.184	13	24	0.986	1.069
	285	138	36	7.725	9.764	3.136	12	26	0.991	1.081

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 3,15$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Standardabweichung	235	2.0	0.8	0.114	0.080	0.022	0.5	0.5	0.002	0.055
	245	2.1	1.0	0.116	0.135	0.023	0.5	0.5	0.010	0.042
	255	2.1	0.7	0.116	0.093	0.022	0.4	0.0	0.004	0.031
	265	2.2	0.5	0.125	0.109	0.025	0.5	0.4	0.006	0.016
	275	1.3	0.0	0.072	0.126	0.014	0.5	0.5	0.010	0.028
	285	2.6	0.5	0.144	0.120	0.029	0.4	0.5	0.013	0.045

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 3,15$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Relative Standardabweichung	235	1.326	2.043	1.326	0.792	0.662	3.494	3.779	0.228	4.963
	245	1.381	2.669	1.381	1.330	0.691	3.494	3.779	1.032	3.782
	255	1.362	1.898	1.362	0.905	0.682	2.746	0.000	0.426	2.971
	265	1.528	1.464	1.528	1.082	0.764	3.631	2.746	0.630	1.510
	275	0.901	0.000	0.901	1.273	0.449	4.099	3.779	0.988	2.618
	285	1.858	1.453	1.858	1.232	0.929	2.916	4.276	1.312	4.207

B- 16: Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen im MB2 ($d_{aq}= 8,00$ mm) bei variablen Fallhöhen

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 8,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Mittelwert	235	990	99	55.399	27.263	8.397	35	68	1.033	1.074
	245	945	96	52.901	26.497	8.206	34	66	1.028	1.051
	255	940	96	52.621	26.435	8.185	34	66	1.028	1.036
	265	942	96	52.733	26.494	8.193	34	68	1.029	1.059
	275	879	92	49.227	25.550	7.916	32	66	1.027	1.077
	285	871	92	48.779	25.460	7.880	32	66	1.028	1.062

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 8,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Standardabweichung	235	34.9	2.4	1.955	0.636	0.147	0.7	1.1	0.007	0.033
	245	24.4	1.3	1.364	0.321	0.106	0.7	1.1	0.004	0.033
	255	25.1	1.1	1.406	0.381	0.110	0.8	0.7	0.005	0.019
	265	27.5	1.5	1.542	0.500	0.121	1.2	0.7	0.007	0.034
	275	26.3	1.2	1.471	0.361	0.119	0.7	1.1	0.004	0.016
	285	24.0	1.6	1.341	0.386	0.109	1.0	0.6	0.004	0.038

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 8,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Relative Standardabweichung	235	3.530	2.438	3.530	2.334	1.756	2.103	3.154	0.673	3.068
	245	2.579	1.332	2.579	1.211	1.288	2.095	3.178	0.379	3.102
	255	2.673	1.109	2.673	1.440	1.338	2.223	2.127	0.463	1.813
	265	2.923	1.520	2.923	1.889	1.471	3.532	2.095	0.667	3.248
	275	2.988	1.263	2.988	1.413	1.498	2.193	3.425	0.357	1.441
	285	2.749	1.782	2.749	1.517	1.381	3.109	1.949	0.390	3.539

B- 17: Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen im MB2 ($d_{aq}= 10,00$ mm) bei variablen Fallhöhen

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 10,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Mittelwert	235	1545	124	86.460	34.096	10.490	44	84	1.035	1.063
	245	1522	123	85.215	33.936	10.415	44	86	1.037	1.035
	255	1474	120	82.514	33.302	10.249	43	84	1.034	1.033
	265	1465	120	81.982	33.145	10.216	42	84	1.033	1.031
	275	1362	116	76.244	32.059	9.851	41	84	1.036	1.032
	285	1361	116	76.209	31.933	9.849	40	82	1.032	1.047

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 10,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Standardabweichung	235	59.9	2.4	3.353	0.688	0.200	1.0	1.2	0.003	0.016
	245	56.2	2.6	3.149	0.667	0.193	1.1	0.7	0.003	0.011
	255	42.5	1.8	2.380	0.540	0.147	0.9	0.9	0.003	0.012
	265	46.8	2.5	2.622	0.502	0.162	0.4	0.6	0.003	0.012
	275	55.6	3.4	3.110	0.786	0.198	0.8	1.0	0.007	0.012
	285	45.4	2.0	2.541	0.539	0.164	0.8	0.7	0.001	0.009

MB2; $b_k= 0,026$ [mm]; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 10,00$ [mm]; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Relative Standardab- weichung	235	3.878	1.936	3.878	2.017	1.907	2.339	2.803	0.276	1.461
	245	3.695	2.150	3.695	1.965	1.855	2.458	1.654	0.249	1.030
	255	2.885	1.457	2.885	1.622	1.439	2.178	2.162	0.318	1.130
	265	3.199	2.089	3.199	1.514	1.590	0.839	1.521	0.271	1.194
	275	4.079	2.897	4.079	2.451	2.010	1.866	2.410	0.719	1.163
	285	3.334	1.732	3.334	1.688	1.667	1.890	1.714	0.103	0.862

B- 18: Untersuchungsergebnisse der Kugelaufnahmen im MB2 ($d_{aq}= 12,52 \text{ mm}$) bei variablen Fallhöhen

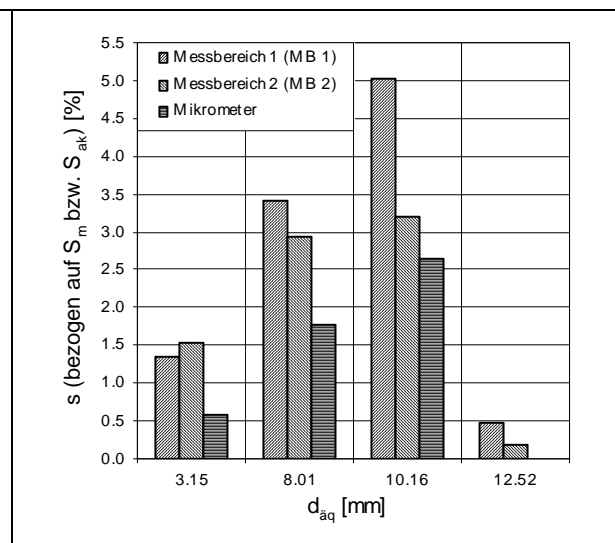
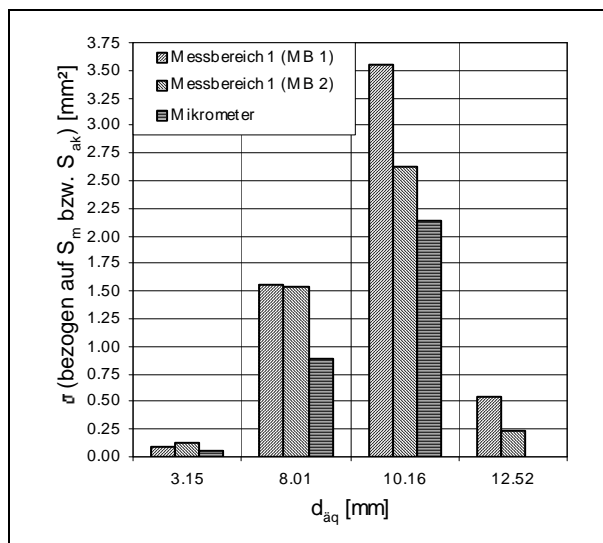
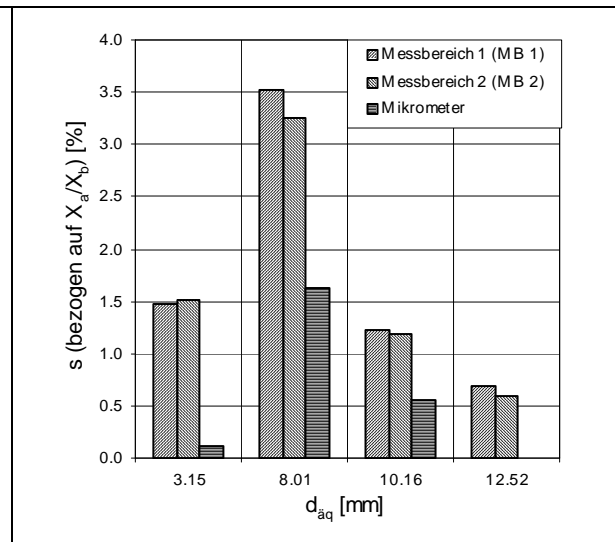
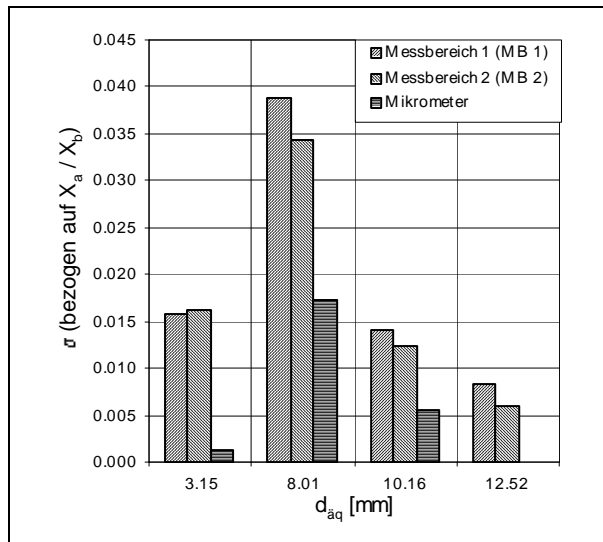
MB2; $b_k= 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 12,52 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Mittelwert	235	2466	157	138.046	43.293	13.258	56	108	1.039	1.041
	245	2417	155	135.317	42.805	13.126	55	108	1.038	1.025
	255	2351	152	131.580	42.189	12.943	54	108	1.038	1.019
	265	2278	150	127.521	41.500	12.742	53	106	1.037	1.028
	275	2260	150	126.500	41.385	12.691	52	106	1.038	1.045
	285	2242	149	125.527	41.284	12.642	51	108	1.039	1.086

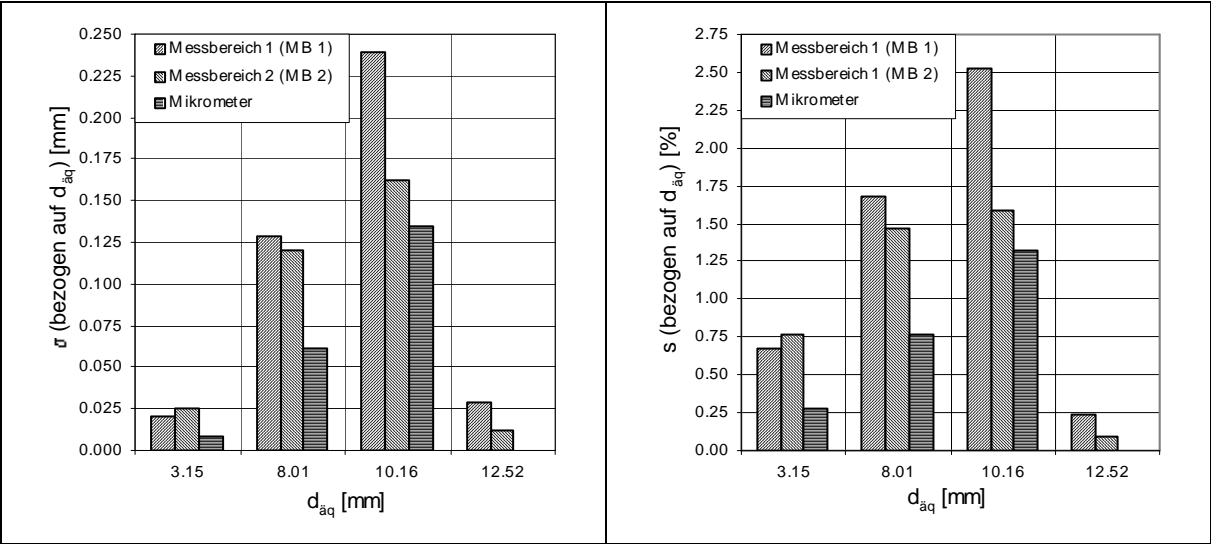
MB2; $b_k= 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 12,52 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
Standardabweichung	235	9.2	0.9	0.516	0.178	0.025	0.5	0.4	0.003	0.009
	245	7.8	0.8	0.438	0.097	0.021	0.5	0.4	0.002	0.012
	255	6.5	0.7	0.365	0.133	0.018	0.5	0.5	0.003	0.004
	265	4.1	0.6	0.230	0.172	0.011	0.0	0.5	0.004	0.006
	275	6.2	0.5	0.346	0.108	0.017	0.4	0.5	0.003	0.013
	285	21.8	1.1	1.219	0.236	0.061	0.4	0.6	0.002	0.021

MB2; $b_k= 0,026 \text{ [mm]}$; $k_1= 9,1$; $d_{aq}= 12,52 \text{ [mm]}$; 8 Teilchen pro Fallhöhe										
	Fallhöhe h_2	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelan- zahl n_r	Projektions- fläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnen- anzahl S_{pp}	Spalten- anzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Relative Standardab- weichung	235	0.374	0.585	0.374	0.411	0.187	0.955	0.653	0.303	0.887
	245	0.324	0.539	0.324	0.227	0.162	0.845	0.653	0.196	1.130
	255	0.278	0.488	0.278	0.316	0.139	0.861	0.861	0.327	0.405
	265	0.180	0.428	0.180	0.415	0.090	0.000	0.878	0.353	0.586
	275	0.274	0.309	0.274	0.261	0.137	0.682	0.970	0.285	1.249
	285	0.971	0.710	0.971	0.573	0.485	0.695	1.184	0.173	1.944

B- 19: Statistischer Parametervergleich zwischen Digitalen- und Mikrometermessungen

Messprinzip		Bezogen auf X_a/X_b - Verhältnis		Bezogen auf Fläche S_m bzw. S_{ak}		Bezogen auf d_{aq}	
	d_{aq}	σ	s	σ	s	σ	s
	[mm]	-	[%]	[mm ²]	[%]	[mm]	[%]
Mikrometer	3.15	0.001	0.118	0.046	0.585	0.009	0.284
	8.01	0.017	1.620	0.884	1.760	0.061	0.767
	10.16	0.006	0.551	2.144	2.645	0.134	1.319
	12.52	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
MB1	3.15	0.016	1.477	0.099	1.353	0.021	0.675
	8.01	0.039	3.516	1.559	3.403	0.128	1.682
	10.16	0.014	1.225	3.558	5.028	0.240	2.526
	12.52	0.008	0.698	0.539	0.480	0.029	0.240
MB2	3.15	0.016	1.510	0.125	1.528	0.025	0.764
	8.01	0.034	3.248	1.542	2.923	0.121	1.471
	10.16	0.012	1.194	2.622	3.199	0.162	1.590
	12.52	0.006	0.586	0.230	0.180	0.011	0.090





Differenzenbildung zwischen Kamera und Mikrometerstreuung							
		X_a/X_b		Fläche		d_{aq}	
	d_{aq}	$\Delta\sigma$	Δs	$\Delta\sigma$	Δs	$\Delta\sigma$	Δs
	[mm]	-	[%]	[mm ²]	[%]	[mm]	[%]
MB 1 - Mikrometer	3.15	0.01	1.36	0.05	0.77	0.01	0.39
	8.01	0.02	1.90	0.68	1.64	0.07	0.91
	10.16	0.01	0.67	1.41	2.38	0.11	1.21
	12.52	0.01	0.70	0.54	0.48	0.03	0.24
MB 2 - Mikrometer	3.15	0.02	1.39	0.08	0.94	0.02	0.48
	8.01	0.02	1.63	0.66	1.16	0.06	0.70
	10.16	0.01	0.64	0.48	0.55	0.03	0.27
	12.52	0.01	0.59	0.23	0.18	0.01	0.09

Anhang C: Einfluss der Abbildungslage auf die Umfangsberechnung eines Partikels

C- 1: Nachbarschafts-, Umfangs- und Sphäritätsuntersuchungen einer Ellipse mit $d_{\text{äq}} = 10 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 2$, bei Variation der Abbildungslage (Neigungswinkel α) und Pixelgröße

Pixelkantenlänge $d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} = 0,065 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 2$							
Neigungswinkel	Nachbarschaften			Umfang	rel Unterschied	Sphärität	rel. Unterschied
α	diagonal	horizontal	vertikal	U_p	$U_{\text{rel.}}$	Ψ_{sp}	$\Psi_{\text{sp, rel.}}$
[°]	%	%	%	mm	%	-	%
0	33.61	55.74	10.66	42.38	0.00	1.33	0.00
5	34.00	54.00	12.00	42.50	0.29	1.34	0.29
10	35.25	51.64	13.11	42.90	1.23	1.35	1.23
15	37.50	47.50	15.00	43.62	2.91	1.37	2.91
25	41.50	40.00	18.50	44.88	5.91	1.41	5.91
29	43.03	37.30	19.67	45.37	7.06	1.43	7.06
35	45.30	32.23	22.47	46.09	8.75	1.45	8.75
40	46.56	28.34	25.10	46.49	9.69	1.46	9.69
45	47.20	25.20	27.60	46.69	10.17	1.47	10.17
53	46.56	21.00	32.44	46.49	9.69	1.46	9.69
55	46.40	20.20	33.40	46.44	9.58	1.46	9.58
63	44.00	17.60	38.40	45.68	7.78	1.44	7.78
65	43.00	17.00	40.00	45.36	7.03	1.43	7.03
75	38.00	14.13	47.87	43.77	3.29	1.38	3.29
80	36.00	13.11	50.89	43.14	1.79	1.36	1.79
85	34.50	12.00	53.50	42.66	0.67	1.34	0.67
90	33.60	11.00	55.40	42.38	0.00	1.33	0.00

Pixelkantenlänge $d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} = 0,1049 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 2$							
Neigungswinkel	Nachbarschaften			Umfang	rel Unterschied	Sphärität	rel. Unterschied
α	diagonal	horizontal	vertikal	U_p	$U_{\text{rel.}}$	Ψ_{sp}	$\Psi_{\text{sp, rel.}}$
[°]	%	%	%	mm	%	-	%
0	30.52	57.14	12.34	42.13	0.00	1.33	0.00
5	31.50	55.00	13.50	42.45	0.75	1.34	0.75
10	33.12	52.27	14.61	42.97	1.99	1.35	1.99
15	35.00	49.00	16.00	43.58	3.43	1.370	3.43
25	39.20	42.20	18.60	44.93	6.65	1.41	6.65
28	40.58	39.94	19.48	45.38	7.71	1.43	7.71
35	43.50	34.00	22.50	46.32	9.95	1.46	9.95
40	45.45	29.80	24.75	46.95	11.44	1.48	11.44
45	46.10	26.70	27.20	47.16	11.94	1.48	11.94
50	45.45	25.32	29.23	46.95	11.44	1.48	11.44
55	43.00	23.00	34.00	46.16	9.56	1.45	9.56
60	40.58	21.10	38.31	45.38	7.71	1.43	7.71
65	38.70	19.30	42.00	44.77	6.27	1.41	6.27
75	35.00	16.00	49.00	43.58	3.43	1.37	3.43
80	33.12	14.61	52.27	42.97	1.99	1.35	1.99
85	32.00	13.50	54.50	42.61	1.13	1.34	1.13
90	30.52	12.66	56.82	42.13	0.00	1.33	0.00

Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,209$ mm und $X_a/X_b = 2$							
Neigungswinkel	Nachbarschaften			Umfang	rel Unterschied	Sphärizität	rel. Unterschied
α	diagonal	horizontal	vertikal	U_p	$U_{rel.}$	Ψ_{sp}	$\Psi_{sp, rel.}$
[°]	%	%	%	mm	%	-	%
0	32.45	56.29	11.26	41.80	0.00	1.32	0.00
5	32.60	54.00	13.40	41.85	0.11	1.32	0.11
10	33.11	50.99	15.89	42.01	0.50	1.32	0.50
15	34.00	48.50	17.50	42.29	1.17	1.33	1.17
25	37.50	42.00	20.50	43.39	3.81	1.37	3.81
28	39.07	39.50	21.43	43.89	5.00	1.38	5.00
35	42.00	34.20	23.80	44.81	7.21	1.41	7.21
40	44.37	29.14	26.49	45.56	9.00	1.43	9.00
45	45.00	27.00	28.00	45.76	9.48	1.44	9.48
50	44.37	25.83	29.80	45.56	9.00	1.43	9.00
55	42.00	23.00	35.00	44.81	7.21	1.41	7.21
60	39.07	21.19	39.74	43.89	5.00	1.38	5.00
65	36.50	20.00	43.50	43.08	3.06	1.36	3.06
75	33.50	17.00	49.50	42.13	0.79	1.33	0.79
80	33.11	15.89	51.00	42.01	0.50	1.32	0.50
85	32.70	13.40	53.90	41.88	0.19	1.32	0.19
90	32.45	11.26	56.29	41.80	0.00	1.32	0.00

C- 2: Nachbarschafts-, Umfangs- und Sphäritätsuntersuchungen einer Ellipse mit $d_{aq} = 10 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 3$, bei Variation der Abbildungslage (Neigungswinkel α) und Pixelgröße

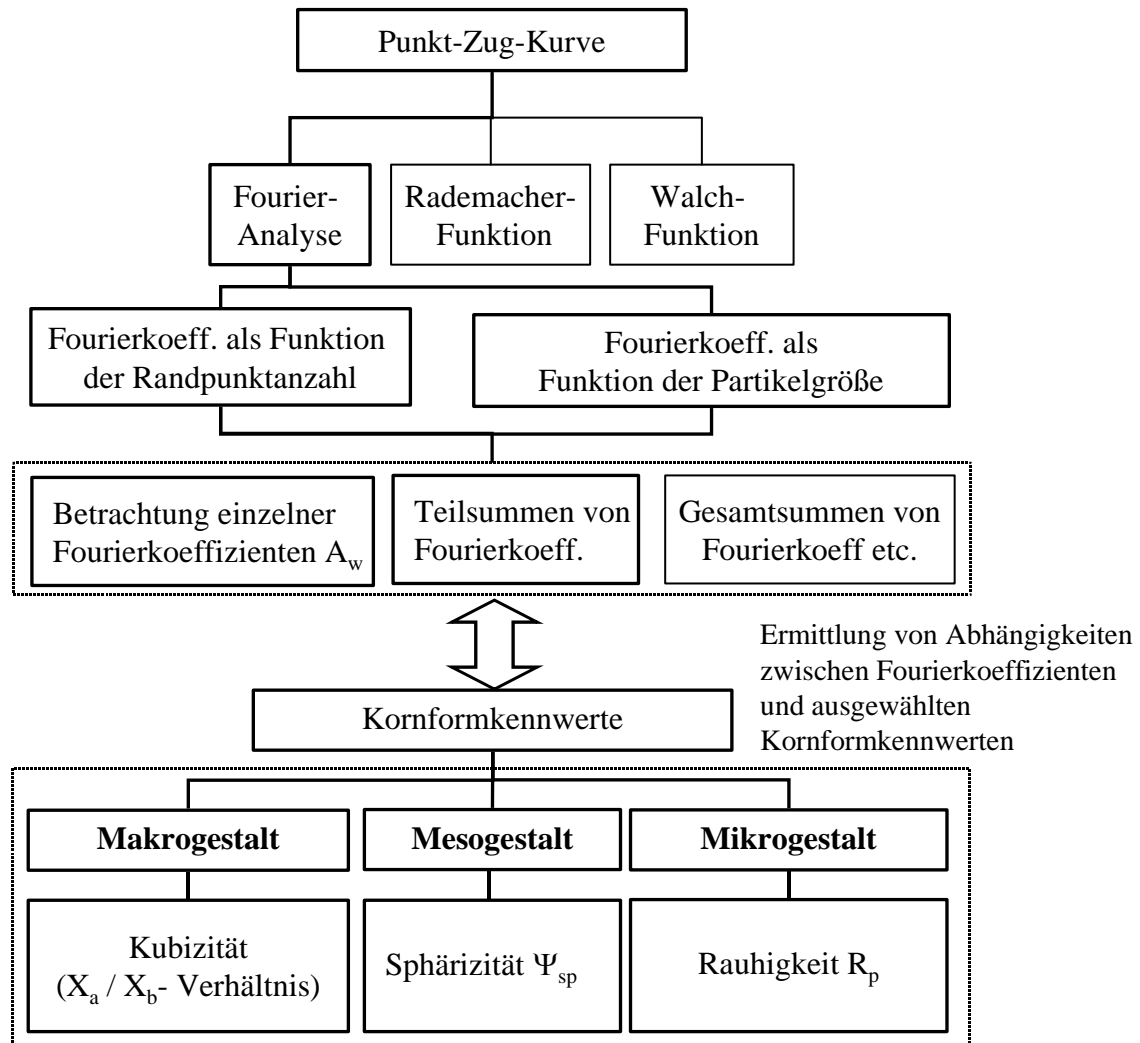
Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,065 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 3$							
Neigungswinkel	Nachbarschaften			Umfang	rel Unterschied	Sphärität	rel. Unterschied
α	diagonal	horizontal	vertikal	U_p	$U_{rel.}$	Ψ_{sp}	$\Psi_{sp, rel.}$
[°]	%	%	%	mm	%	-	%
0	28.83	66.79	4.38	45.89	0.00	1.45	0.00
5	29.50	64.00	6.50	46.13	0.52	1.46	0.52
10	31.57	59.67	8.76	46.87	2.12	1.49	2.12
15	34.50	54.00	11.50	47.91	4.40	1.52	4.40
25	40.40	42.60	17.00	50.01	8.98	1.59	8.98
29	42.34	38.69	18.98	50.70	10.48	1.61	10.48
35	44.50	32.23	23.57	51.58	12.39	1.64	12.39
40	45.62	28.50	25.88	51.87	13.03	1.64	13.03
45	46.00	25.00	29.00	52.01	13.33	1.65	13.33
53	45.00	21.00	34.00	51.65	12.55	1.64	12.55
55	44.40	20.20	35.60	51.51	12.24	1.63	12.24
60	42.15	18.43	39.42	50.64	10.34	1.61	10.34
65	40.00	16.00	44.00	49.87	8.67	1.58	8.67
75	34.50	11.00	54.50	47.91	4.40	1.52	4.40
80	31.39	8.58	60.04	46.80	1.98	1.48	1.98
85	30.00	6.50	63.50	46.31	0.91	1.47	0.91
90	28.83	4.38	66.79	45.89	0.00	1.46	0.00

Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,1049 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 3$							
Neigungswinkel	Nachbarschaften			Umfang	rel Unterschied	Sphärität	rel. Unterschied
α	diagonal	horizontal	vertikal	U_p	$U_{rel.}$	Ψ_{sp}	$\Psi_{sp, rel.}$
[°]	%	%	%	mm	%	-	%
0	27.33	67.44	5.23	45.90	0.00	1.46	0.00
5	28.00	65.00	7.00	46.15	0.53	1.46	0.53
11	29.65	60.76	9.59	46.74	1.83	1.48	1.83
15	31.50	56.80	11.70	47.41	3.28	1.50	3.28
25	39.20	44.00	16.80	50.18	9.33	1.59	9.33
32	45.93	34.00	20.07	52.61	14.61	1.67	14.61
35	47.00	32.00	21.00	53.00	15.45	1.68	15.45
40	48.26	28.49	23.26	53.45	16.44	1.69	16.44
45	49.00	24.00	27.00	53.72	17.02	1.70	17.02
52	48.40	19.77	31.83	53.50	16.55	1.70	16.55
55	48.00	18.00	34.00	53.36	16.24	1.69	16.24
61	45.93	14.53	39.53	52.61	14.61	1.67	14.61
65	39.50	13.50	47.00	50.29	9.56	1.59	9.56
75	32.00	10.00	58.00	47.59	3.67	1.51	3.67
80	29.65	8.50	61.85	46.74	1.83	1.48	1.83
85	28.00	7.00	65.00	46.15	0.53	1.46	0.53
90	27.33	5.23	67.44	45.90	0.00	1.46	0.00

Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,209 \text{ mm}$ und $X_a/X_b = 3$							
Neigungswinkel	Nachbarschaften			Umfang	rel Unterschied	Sphärizität	rel. Unterschied
α	diagonal	horizontal	vertikal	U_p	$U_{rel.}$	Ψ_{sp}	$\Psi_{sp, rel.}$
[°]	%	%	%	mm	%	-	%
0	27.81	68.05	4.14	45.14	0.00	1.43	0.00
5	28.10	65.00	6.90	45.25	0.23	1.43	0.23
10	29.59	60.95	9.47	45.77	1.39	1.45	1.39
15	34.00	53.50	12.50	47.33	4.84	1.50	4.84
25	42.00	41.00	17.00	50.16	11.10	1.59	11.10
30	45.56	36.00	18.44	51.41	13.89	1.63	13.89
35	48.00	31.50	20.50	52.28	15.80	1.66	15.80
41	49.70	26.63	23.67	52.88	17.13	1.68	17.13
45	50.00	24.00	26.00	52.98	17.36	1.68	17.36
50	49.70	21.00	29.30	52.88	17.13	1.68	17.13
55	48.00	17.50	34.50	52.28	15.80	1.66	15.80
59	46.00	15.00	39.00	51.57	14.23	1.64	14.23
65	41.70	13.00	45.30	50.05	10.87	1.59	10.87
75	34.00	9.00	57.00	47.33	4.84	1.50	4.84
80	29.59	7.50	62.91	45.77	1.39	1.45	1.39
85	28.10	6.40	65.50	45.25	0.23	1.43	0.23
90	27.81	4.14	68.05	45.14	0.00	1.43	0.00

Anhang D: Anwendung der Fourierkoeffizienten für die Kornformcharakterisierung

D- 1: Übersicht der Möglichkeiten zur Verwendung der Fourierkoeffizienten für die Kornformcharakterisierung



Anhang E: Rechenprogramm (Matlab) zur Kornformcharakterisierung nach der neuen Methode

E- 1: Hauptprogramm „Bildtet1! zur Berechnung der Fourierkoeffizienten nach der neuen Methode

```

clear all;
% Bild- Matrix aus Tiff- Datei einlesen
image = readtiff('B3a4.tif');
% eingelesenes Bild visualisieren
if (1 > 2)
    % Bild darstellen als XYZ-Plot
    % pcolor(image)
    pcolor(-1*(image-1)) % Bild invers darstellen
    shading flat
    colormap(gray)
else
    % Bild darstellen als Matrix-Plot
    spy(image)
end % if
'Enter druecken'
pause
% Ermittlung von Randpunkten aus Bild-Matrix
randmatrix=randpunct(image);
% eingelesene Randmarix darstellen
if (1 > 2)
    % Bild darstellen als XYZ-Plot
    % pcolor(randmatrix)
    pcolor(-1*(randmatrix-1)) % Bild invers darstellen
    shading flat
    colormap(gray)
else
    % Bild darstellen als Matrix-Plot
    spy(randmatrix)
end % if
'Enter druecken'
pause
% Ermittlung von ersten Abtasrandtpunkt
[erstpunct , koord1]=punct1(randmatrix);
% eingelesene Randmarix darstellen
if (1 > 2)
    % Bild darstellen als XYZ-Plot
    % pcolor(erstpunct)
    pcolor(-1*(erstpunct-1)) % Bild invers darstellen
    shading flat
    colormap(gray)
else
    % Bild darstellen als Matrix-Plot
    spy(erstpunct);
end % if
'Enter druecken'
pause
% Ermittlung von Koordinaten der Randpixel.
nachbarn = randdi5(koord1,randmatrix);
plot(nachbarn(:,2),-nachbarn(:,1))
XLABEL 'X'
'Enter druecken'
pause
YLABEL 'Y'
'Enter druecken'

```


pause

```
%Ermittlung der Diagramme  $X_0$ ,  $Y_0$   
diagram= $X_0Y_0$ (nachbarn);  
    plot(diagram(:,2),diagram(:,1));  
XLABEL 'X*';  
YLABEL 'Y*';  
'Enter druecken'  
pause
```

```
%Ermittlung von korrigierte Diagramme X,Y  
korekt=xy(diagram);  
    plot(korekt(:,2),korekt(:,1));  
XLABEL 'Xo';  
YLABEL 'Yo';  
'Enter druecken'  
pause  
%Ermittlung von Fourier Koeffizienten  
koefiz=fourier1(korekt);
```

E- 2: Unterprogramm „Readtiff“ zum Einlesen der aufgenommenen Tiff Bilder und Ermittlung der Gesamtpixelanzahl.

```
function BildXY = readtiff(filename)
% READTIFF liest ein S/W-Tiff-Bild in eine Matrix ein.
% IMAGE = READTIFF('filename')
% Es koennen keine komprimierten Dateien eingelesen werden. Es werden schwarze Punkte auf 1 und weisse
Punkte auf 0 in der Matrix gesetzt.
if isempty(findstr(filename, '.'))
    filename=[filename, '.tif'];
end;
fp = fopen(filename, 'r');
if (fp == -1)
    error(['Datei ', filename, ' nicht gefunden.']);
end
% Header einlesen
% ByteOrder: II = little endian, MM = big endian
ByteOrder = setstr(fread(fp, 2, 'uchar')); % Byte Order
if ((~strcmp(ByteOrder, 'II')) & (~strcmp(ByteOrder, 'MM')))
    error('Datei ist kein TIFF-Bild. ');
end
Ver = fread(fp, 1, 'ushort'); % Versionsnummer
IFDPoint = fread(fp, 1, 'ulong'); % Zeiger auf erstes IFD
fseek(fp, IFDPoint, -1); % auf erstes IFD setzen
AnzTag = fread(fp, 1, 'ushort'); % Anzahl der Tag-Einträge
% Tag's einlesen
for i = 1:AnzTag,
    TagTyp = fread(fp, 1, 'ushort'); % Tag-Typ
% Datentypen: 01 – Byte, 02 – ASCII, 03 – Short, 04 – Long, 05 - Rational (2 Long)
    DatTyp = fread(fp, 1, 'short'); % Datentyp
    LengthDat = fread(fp, 1, 'ulong'); % Länge des Datenbereiches
% alles mit Typ Long lesen (wichtige Werte sind Short und Long)
    TagVal = fread(fp, 1, 'ulong'); % Wert des Tag
    % [i, DatTyp, TagTyp, TagVal]
    % Tag's zuordnen: die notwendigen werden abgefangen
    % leider gibt es keine case- Anweisung
    if (TagTyp == 255)
        SubfileTag = TagVal;
        if (SubfileTag > 3)
            error('Bild mit mehreren Seiten. ');
        end % if
    end % if
    if (TagTyp == 256)
        ImageWidth = TagVal;
    end % if
    if (TagTyp == 257)
        ImageLength = TagVal;
    end % if
    if (TagTyp == 258)
        BitsPerSample = TagVal;
        if (BitsPerSample > 1)
            error('Bild ist nicht Schwarz/Weiss. ');
        end % if
    end % if
    if (TagTyp == 259)
        Compression = TagVal;
        if (Compression > 1)
```

```

        error('Bild ist komprimiert. ');
    end % if
end % if
if (TagTyp == 262)
    PhotoInter = TagVal;
    if (PhotoInter > 1)
        error('Bild ist nicht Schwarz/Weiss. ');
    end % if
end % if
if (TagTyp == 273)
    StripOffset = TagVal;
end % if
if (TagTyp == 277)
    SamplesPerPixel = TagVal;
end % if
if (TagTyp == 284)
    PlanarConfig = TagVal;
    if (PlanarConfig > 1)
        error('Bild mit mehreren Abtastebenen. ');
    end % if
end % if
end % for
NextIFD = fread(fp,1,'ulong');    % Zeiger auf nächste IFD
% nur für Bilder mit einer IFD
if (NextIFD > 0)
    error('Mehr als eine IFD. ');
end % if
fseek(fp,StripOffset,-1);        % auf Bildanfang setzen
% Einleseroutine, abgestimmt auf S/W-Bilder
BildXY = zeros(ImageLength,ImageWidth);    % Bild-Matrix initialisieren
AnzByte = ceil(ImageWidth/8);
for i = 1:ImageLength,
    for j = 1:AnzByte,
        byte = fread(fp,1,'uchar');
        %   BildXY(ImageLength-i+1,((j-1)*8+1):(j*8)) = byte2bin(byte);
        BildXY(i,((j-1)*8+1):(j*8)) = byte2bin(byte);
    end % for j
end % for i
fclose(fp);
% Schwarze Punkte: 1 , Weisse Punkte: 0
BildXY = -1*(BildXY-1);    % Bild invertieren
% Bemerkung:
% Funktion BYTE2BIN Wandelt eine Zahl kleiner 255 in eine 1x8-Matrix mit dem Binärcode um (BinaerZahl =
byte2bin(ByteZahl))
function bin = byte2bin(byte)
bin = zeros(1,8);
for i = 1:8,
    if ((byte/(2^(8-i))) >= 1)
        bin(1,i) = 1;
        byte = byte - 2^(8-i);
    end % if
end % if

```

E- 3: Unterprogramm „Randpunt“ zum Durchführung der Bilderosion und Ermittlung der Randpixelanzahl.

```
function RandXY = randpunt(BildXY)
% Ermittlung von Randpunkten
Zeilen=size(BildXY,1);
Spalten=size(BildXY,2);
RandXY=zeros(Zeilen,Spalten);
for i=2:Zeilen-1
    % Abtastungen Spalten
    for j=2:Spalten-1
        if BildXY(i,j)==1
            if BildXY(i+1,j)==0
                RandXY(i,j)=1;
            else
                if BildXY(i,j+1)==0
                    RandXY(i,j)=1;
                else
                    if BildXY(i-1,j)==0
                        RandXY(i,j)=1;
                    else
                        if BildXY(i,j-1)==0
                            RandXY(i,j)=1;
                        end % if
                    end % if
                end % if
            end % if
        end % if
    end % for j
end % for i

% erste Zeile von dem Bild abtasten
i=1;
for j=2:Spalten-1
    if BildXY(i,j)==1
        if BildXY(i+1,j)==0
            RandXY(i,j)=1;
        else
            if BildXY(i,j+1)==0
                RandXY(i,j)=1;
            else
                if BildXY(i,j-1)==0
                    RandXY(i,j)=1;
                end % if
            end % if
        end % if
    end % if
end % for j

% Letzte Zeile vom Bild abtasten
i=Zeilen;

for j=2:Spalten-1
    if BildXY(i,j)==1
```

```

        if BildXY(i,j+1)==0
            RandXY(i,j)=1;
        else
            if BildXY(i-1,j)==0
                RandXY(i,j)=1;
            else
                if BildXY(i,j-1)==0
                    RandXY(i,j)=1;
                end % if
            end % if
        end % if

    end % if
end % for j
end % for i

% Erste Spalte vom Bild abtasten
j=1;
for i=2:Zeilen-1
    if BildXY(i,j)==1
        if BildXY(i+1,j)==0
            RandXY(i,j)=1;
        else
            if BildXY(i,j+1)==0
                RandXY(i,j)=1;
            else
                if BildXY(i-1,j)==0
                    RandXY(i,j)=1;
                else
                    end % if
                end % if
            end % if
        end % if
    end % if
end % for i

% Letzte Spalte vom Bild abtasten
for i=2:Zeilen-1;
    j=Spalten;
    if BildXY(i,j)==1
        if BildXY(i+1,j)==0
            RandXY(i,j)=1;
        else
            if BildXY(i-1,j)==0
                RandXY(i,j)=1;
            else
                if BildXY(i,j-1)==0
                    RandXY(i,j)=1;
                end % if
            end % if
        end % if
    end % if
end % for j
end % for i

% Eckpixel vom Bild oben- Links abtasten
i=1;

```

```
j=1;
    if BildXY(i,j)==1
        if BildXY(i+1,j)==0
            RandXY(i,j)=1;
        else
            if BildXY(i,j+1)==0
                RandXY(i,j)=1;
            end % if
        end % if
    end % if

%Eckpixel vom Bild unten- Links abtasten
i=Zeilen;
j=1;
    if BildXY(i,j)==1
        if BildXY(i,j+1)==0
            RandXY(i,j)=1;
        else
            if BildXY(i-1,j)==0
                RandXY(i,j)=1;
            end % if
        end % if
    end % if

%Eckpixel vom Bild oben- Rechts abtasten
i=1;
j=Spalten;
    if BildXY(i,j)==1
        if BildXY(i+1,j)==0
            RandXY(i,j)=1;
        else
            if BildXY(i,j-1)==0
                RandXY(i,j)=1;
            end % if
        end % if
    end % if

%Eckpixel vom Bild unten- Rechts abtasten
i=Zeilen;
j=Spalten;
    if BildXY(i,j)==1
        if BildXY(i-1,j)==0
            RandXY(i,j)=1;
        else
            if BildXY(i,j-1)==0
                RandXY(i,j)=1;
            end % if
        end % if
    end % if
```

E- 4: Unterprogramm „Punkt1“ zur Ermittlung des ersten Startpunktes.

```
function [punkt , koord] = punkt1(randmatrix)
Zeilen1=size(randmatrix,1);
Spalten1=size(randmatrix,2);
punkt=zeros(Zeilen1,Spalten1);
% Abtastung der Matrix Randmatrix von Rechts nach Links
% und von oben nach unten
j1 = Spalten1;
while j1 >=1
    i1 = 1;
    while i1 <= Zeilen1
        if randmatrix(i1,j1)==1
            punkt(i1,j1)=1;
            koord = [i1 j1];
            i1=Zeilen1+1;
            j1=0;
        end
        i1=i1+1;
    end
    j1=j1-1;
end
% Ausdruck der Koordinaten des erstes Randpunktes
koord
end
```

E- 5: Unterprogramm „Randdi5“ zur Ermittlung der Randpunktkoordinaten

```
function diagrl=randdi5(koord1,randmatrix)
a=koord1;
s=1;
k=a(1, 1);
l=a(1, 2);
if randmatrix(k-1,l-1)==1
    k=k-1;
    l=l-1;
    s=size(a,1);
    s=s+1;
    a(s,:)= [k,l];
    if randmatrix(k-1,l)==1
        k=k-1;
        l=l;
        s=size(a,1);
        s=s+1;
        a(s,:)= [k,l];
    else
        if randmatrix(k-1,l-1)==1
            k=k-1;
            l=l-1;
            s=size(a,1);
            s=s+1;
            a(s,:)= [k,l];
        else
            if randmatrix(k,l-1)==1
                k=k;
                l=l-1;
```

```

        s=size(a,1);
        s=s+1;
        a(s,:)= [k,l];
    else
        if randmatrix(k+1,l)==1
            k=k+1;
            l=l;
            s=size(a,1);
            s=s+1;
            a(s,:)= [k,l];
        end%if
    end%if
end%if
else
    if randmatrix(k,l-1)==1
        k=k;
        l=l-1;
        s=size(a,1);
        s=s+1;
        a(s,:)= [k,l];
        if randmatrix(k-1,l-1)==1
            k=k-1;
            l=l-1;
            s=size(a,1);
            s=s+1;
            a(s,:)= [k,l];
        else
            if randmatrix(k,l-1)==1
                k=k;
                l=l-1;
                s=size(a,1);
                s=s+1;
                a(s,:)= [k,l];
            else
                if randmatrix(k+1,l-1)==1
                    k=k+1;
                    l=l-1;
                    s=size(a,1);
                    s=s+1;
                    a(s,:)= [k,l];
                else
                    if randmatrix(k+1,l)==1
                        k=k+1;
                        l=l;
                        s=size(a,1);
                        s=s+1;
                        a(s,:)= [k,l];
                    end%if
                end%if
            end%if
        end%if
    end%if
else
    if randmatrix(k+1,l)==1
        k=k+1;
        l=l;
        s=size(a,1);
        s=s+1;

```



```

        a(s,:)= [k,l];
        if randmatrix(k,l-1)==1
            k=k;
            l=l-1;
            s=size(a,1);
            s=s+1;
            a(s,:)= [k,l];
        else
            if randmatrix(k+1,l-1)==1
                k=k+1;
                l=l-1;
                s=size(a,1);
                s=s+1;
                a(s,:)= [k,l];
            else
                if randmatrix(k+1,l)==1
                    k=k+1;
                    l=l;
                    s=size(a,1);
                    s=s+1;
                    a(s,:)= [k,l];
                end%if
            end%if
        end %if
    else
        'Teilchen besteht aus einen Punkt'
    end%if
end %if
end

while (a(s,1)~=a(1,1) | a(s,2)~=a(1,2))
    if (a(s,1)~=a(1,1) | a(s,2)~=a(1,2))
        for kk=k-1:k+1
            for ll=l-1:l+1
                if randmatrix(kk,ll)==1
                    zz=0;
                    for ii=2:s
                        if [kk,ll]==a(ii,:)
                            zz=1;
                        end %if
                    end%for
                    if zz==0
                        a(s+1,:)= [kk,ll];
                        s=s+1;
                    end %if
                end %if
            end %for
        end %for
    end %while
    k=a(s, 1);
    l=a(s, 2);

    end
k=a(:, 1)
'Enter drucken
pause
l=a(:, 2)
diagrl=a;

```

E- 6: Unterprogramm „X₀Y₀“ zu Ermittlung von X₀, Y₀ Diagrammen

```
function diagr2=x0y0(nachbarn)
r=nachbarn(1,:);
j=size(nachbarn,1);
a(1,:)=nachbarn(1,:);
b(1,:)=nachbarn(1,:);
for i=2:j;
    dx=(nachbarn(i,1)-nachbarn(i-1,1));
    dy=abs(nachbarn(i,2)-nachbarn(i-1,2));
    a(i,:)=[dx,dy];
%end%for
a;
% for i=2:j;
    x=b(i-1,1)+a(i,1);
    y=b(i-1,2)+a(i,2);
    b(i,:)=[x,y];
% end %for
b;
%    for i=1:j;
        x0=b(i,1)-nachbarn(1,1);
        y0=b(i,2)-nachbarn(1,2);
        c(i,:)=[x0,y0];
    end%for
a;
b;
    diagr2=c;
```

E- 7: Unterprogramm „XY“ zu Korrigierung von X₀, Y₀ Diagramm

```
function diagr2=xy(diagram)

korekt(1,:)=diagram(1,:);
k=1;
j=size(diagram,1);
for i=2:j
    if diagram(i,2)==diagram(i-1,2)
        %nichts
    else
        k=k+1;
        korekt(k,:)=diagram(i,:);
    end %if
end%for
korekt(k,1)=diagram(j,1);
diagr2=korekt;
```

E- 8: Unterprogramm „Fourier1“ zur Ermittlung von Fourierkoeffizienten mit Hilfe von FFT

```
function koef1=fourier1(korekt)
```

Wird die zweidimensionale Matrix "korekt" von Unterprogramm „XY“ eingelesen.

```
% Spalten selektieren
```

```
y = korekt(:,1);
```

```
x = korekt(:,2);
```

```
% Schrittweiten definieren
```

```
start = x(1);
```

```
ende = x(size(x,1));
```

```
delta = ende/(size(x,1)*1);
```

```
% Interpolations- X- Werte definieren
```

```
j = 1;
```

```
for i = start:delta:ende;
```

```
    wi(j,1) = i;
```

```
    j = j+1;
```

```
end %for
```

```
j
```

```
% Interpolation
```

```
ri = interp1(x,y,wi);
```

```
% Fourieranalyse
```

```
koef1 = fft(ri);
```

```
% Realanteile selektieren
```

```
koef_real = real(koef1)
```

```
% Imagineranteil selektieren
```

```
koef_imag = imag(koef1)
```

```
%Summe der Fourier Koeffizienten
```

```
c=sqrt(koef_real.^2+koef_imag.^2);
```

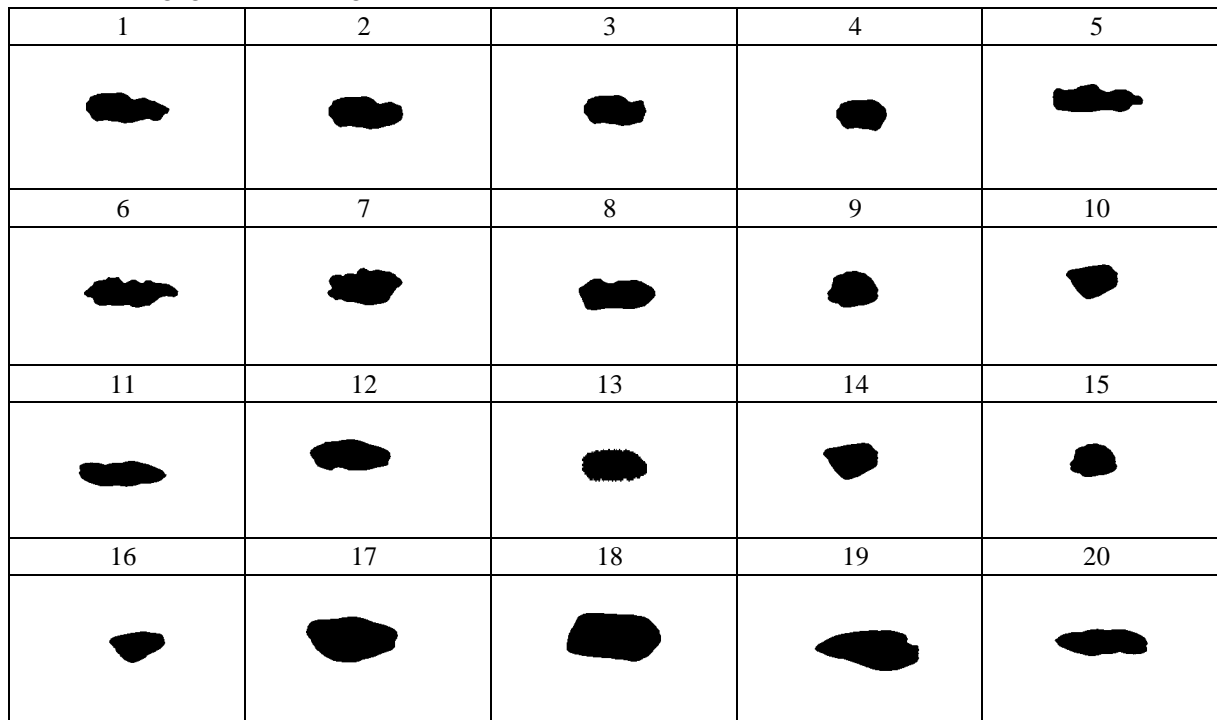
```
d=sum(c)
```

```
% x;y-Funktion und interpolierte Daten als Grafik darstellen
```

```
plot(x,y,'y-',wi,ri,'go');
```

Anhang F: Berechnungen mit selbstkonfigurierten Testpartikeln zur Ermittlung einer Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten (neue Methode) und Formfaktoren aus dem Makro- und Mesogestaltsbereich.

F- 1: Abbildungs- und Wertetabelle zu den charakteristischen Parametern von Testpartikeln bei vorgegebener Pixelgröße $d_{ak} = d_{bk} = 0,065 \text{ mm}$



Partikel Nr.	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	$d_{äqk}$	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
1	4446	279	18.78	20.48	4.89	128	55	1.33	2.88
2	3966	245	16.76	17.89	4.62	107	52	1.23	2.46
3	3677	231	15.54	16.82	4.45	97	52	1.20	2.20
4	2914	187	12.31	13.85	3.96	76	49	1.11	1.77
5	4963	325	20.97	23.31	5.17	148	55	1.44	3.53
6	4558	304	19.26	22.61	4.95	145	60	1.45	3.64
7	4999	273	21.12	20.52	5.19	124	64	1.20	2.04
8	4613	266	19.49	19.50	4.98	120	54	1.25	2.93
9	3245	194	13.71	14.60	4.18	80	54	1.11	1.45
10	3382	199	14.29	15.28	4.27	87	56	1.14	1.55
11	4103	286	17.34	20.64	4.70	136	45	1.40	3.85
12	4875	281	20.60	20.45	5.12	128	53	1.27	2.64
13	1220	139	5.15	11.00	2.56	64	42	1.34	2.81
14	3378	199	14.27	15.22	4.26	86	56	1.02	1.47
15	3226	194	13.63	14.55	4.17	79	54	1.05	1.43
16	2524	182	10.66	13.71	3.69	81	45	1.18	1.85
17	6161	289	26.03	21.29	5.76	128	63	1.18	2.00
18	7271	311	30.72	22.56	6.26	132	67	1.15	2.06
19	5863	320	24.77	23.28	5.62	149	57	1.32	2.73
20	4105	287	17.34	20.67	4.70	136	45	1.40	3.80

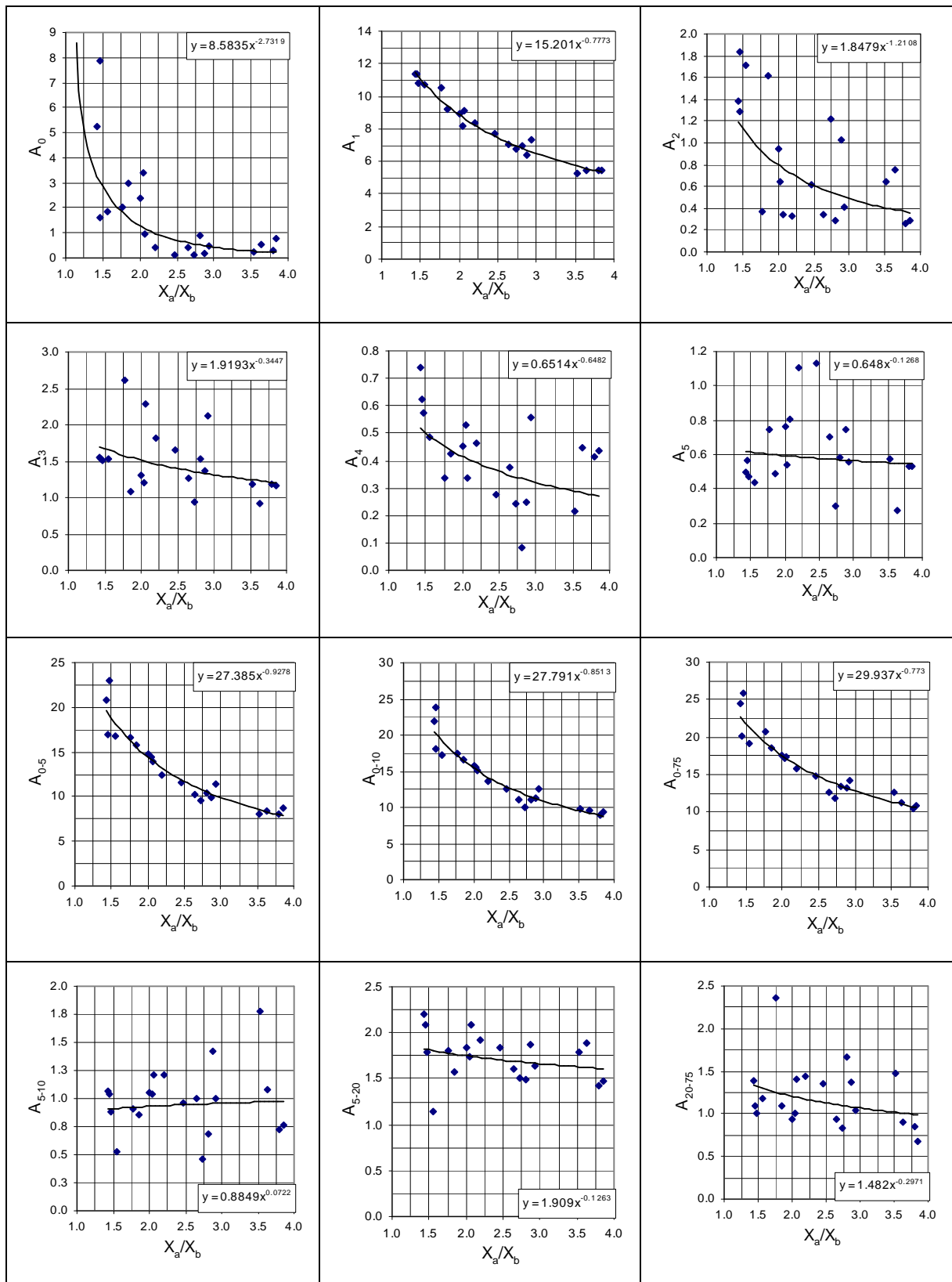
F- 2: Versuchsprogramm zur Ermittlung einer Korrelation zwischen Formfaktoren (aus Makro- und Mesogestalt) und berechneten Fourierkoeffizienten

Formfaktor	relative Fourierkoeffizienten		
	Einzelne Koeffizienten	Teilsummen	Gesamtsummen
X_a/X_b	A_0	A_{0-5}	A_{0-75}
	A_1	A_{0-10}	
	A_2	A_{0-20}	
	A_3	A_{5-10}	
	A_4	A_{5-20}	
	A_5	A_{20-75}	
Sphärizität Ψ_{CPA}	A_0	A_{0-5}	A_{0-75}
	A_1	A_{0-10}	
	A_2	A_{0-20}	
	A_3	A_{5-10}	
	A_4	A_{5-20}	
	A_5	A_{5-75}	
		A_{10-20}	
		A_{10-75}	
		A_{20-75}	

F- 3: Normierte Fourierkoeffizienten (neue Methode) der Testpartikel

Partikel Nr.	Normierte Fourierkoeffizienten															
	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
1	0.150	6.412	1.030	1.376	0.247	0.744	9.936	11.358	11.810	1.422	1.873	3.234	0.451	1.811	1.365	13.170
2	0.142	7.717	0.615	1.653	0.274	1.131	11.532	12.487	13.367	0.955	1.835	3.188	0.881	2.233	1.352	14.720
3	0.418	8.370	0.327	1.817	0.461	1.108	12.500	13.715	14.421	1.215	1.921	3.366	0.706	2.151	1.445	15.866
4	1.999	10.504	0.376	2.614	0.334	0.742	16.570	17.478	18.379	0.908	1.809	4.175	0.901	3.267	2.366	20.745
5	0.264	5.226	0.638	1.191	0.214	0.576	8.110	9.892	9.892	1.783	1.783	4.521	0.000	2.738	2.738	12.630
6	0.531	5.493	0.757	0.917	0.447	0.278	8.422	9.501	10.304	1.078	1.882	2.781	0.803	1.702	0.899	11.203
7	3.419	8.158	0.650	1.211	0.529	0.537	14.504	15.549	16.235	1.045	1.732	2.738	0.686	1.693	1.006	17.241
8	0.482	7.337	0.405	2.127	0.556	0.554	11.461	12.466	13.094	1.005	1.632	2.667	0.628	1.662	1.034	14.128
9	1.631	11.397	1.282	1.526	0.621	0.562	17.019	18.061	19.098	1.041	2.079	3.181	1.038	2.139	1.102	20.200
10	1.870	10.726	1.715	1.535	0.484	0.436	16.766	17.287	17.916	0.520	1.150	2.331	0.630	1.811	1.181	19.097
11	0.765	5.463	0.285	1.167	0.433	0.530	8.643	9.412	10.117	0.770	1.475	2.154	0.705	1.385	0.679	10.797
12	0.391	7.079	0.336	1.267	0.378	0.702	10.154	11.158	11.753	1.004	1.599	2.536	0.595	1.532	0.937	12.690
13	0.907	6.933	0.295	1.530	0.082	0.585	10.330	11.009	11.824	0.679	1.494	3.155	0.814	2.476	1.661	13.485
14	7.871	10.759	1.829	1.516	0.573	0.473	23.021	23.904	24.806	0.883	1.785	2.798	0.902	1.915	1.013	25.819
15	5.224	11.412	1.382	1.543	0.740	0.499	20.799	21.861	22.996	1.062	2.196	3.587	1.134	2.525	1.390	24.386
16	2.991	9.242	1.623	1.072	0.422	0.489	15.839	16.699	17.411	0.860	1.572	2.667	0.712	1.807	1.095	18.506
17	2.364	8.906	0.950	1.314	0.452	0.762	14.748	15.796	16.589	1.048	1.841	2.782	0.793	1.734	0.941	17.530
18	0.970	9.151	0.347	2.292	0.335	0.805	13.900	15.107	15.993	1.208	2.094	3.502	0.886	2.294	1.408	17.401
19	0.139	6.735	1.216	0.936	0.244	0.302	9.571	10.037	11.085	0.466	1.514	2.339	1.048	1.873	0.825	11.910
20	0.283	5.446	0.264	1.177	0.412	0.529	8.111	8.830	9.530	0.719	1.418	2.264	0.700	1.545	0.846	10.375

F- 4: Grafische Darstellung ausgewählter Einzel- bzw. Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (neue Methode) in Abhängigkeit vom X_a/X_b - Verhältnis (Testpartikel)



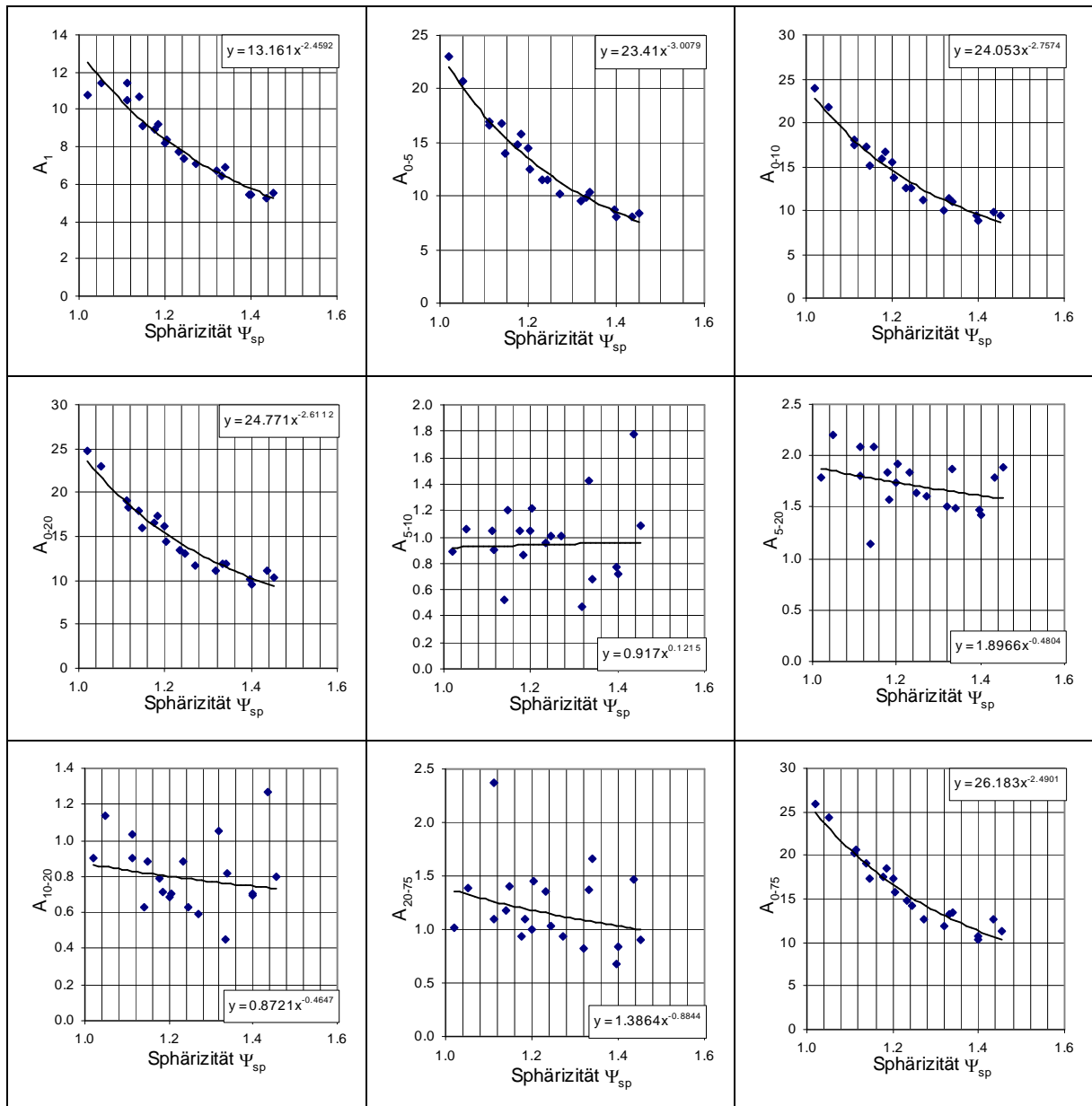
F- 5: Charakteristische Parameter unterschiedlicher Anpassungsfunktionen, die eine Korrelation zwischen ausgewählten Einzel-, Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (neue Methode) und dem X_a/X_b - Verhältnis (Testpartikel) darstellen

	Berechnungsvarianten	1	2	3	4	5	6
		A1	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅
$y = a * x + b$	a	-2.487	-4.821	-4.774	-4.812	-0.151	-4.963
	b	14.227	24.930	25.799	26.706	1.571	28.277
	Standardabweichung	0.583	1.878	1.890	1.945	0.368	1.943
	Rel. Standardabweichung [%]	7.172	14.341	13.423	13.056	30.679	12.072
	Korrelationskoeffizient	0.962	0.904	0.901	0.898	0.320	0.903
$y = a * x^b$	a	15.201	27.385	27.791	28.461	1.482	29.937
	b	-0.777	-0.928	-0.851	-0.809	-0.297	-0.773
	Standardabweichung	0.368	1.294	1.345	1.374	0.377	1.425
	Rel. Standardabweichung [%]	4.528	9.918	9.602	9.259	32.526	8.886
	Korrelationskoeffizient	0.969	0.943	0.936	0.934	0.027	0.918
$y = a * e^{(b * x)}$	a	17.155	31.204	31.306	31.805	1.608	33.389
	b	-0.317	-0.373	-0.342	-0.324	-0.136	-0.311
	Standardabweichung	0.433	1.578	1.623	1.683	0.372	1.697
	Rel. Standardabweichung [%]	5.344	12.139	11.607	11.375	32.144	10.603
	Korrelationskoeffizient	0.962	0.948	0.942	0.938	0.378	0.939
$y = a * \ln(x) + b$	a	-6.182	-12.199	-12.075	-12.194	-12.524	-0.330
	b	13.359	23.428	24.307	25.221	26.702	1.481
	Standardabweichung	0.393	1.497	1.526	1.566	1.585	0.372
	Rel. Standardabweichung [%]	4.839	11.433	10.836	10.516	9.845	31.010
	Korrelationskoeffizient	0.983	0.940	0.937	0.935	0.937	0.288
	Anzahl der Wertepaare	20	20	20	20	20	20

Legende:

 Berechnungsvariante mit den besten charakteristischen Parametern

F- 6: Grafische Darstellung ausgewählter Einzel- bzw. Teil- oder Gesamtsumme von Fourierkoeffizienten (neue Methode) in Abhängigkeit von der Sphärizität Ψ_{sp} (Testpartikel)



F- 7: Charakteristische Parameter unterschiedlicher Anpassungsfunktionen, die eine Korrelation zwischen ausgewählten Einzel-, Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (neue Methode) und dem Ψ_{sp} (Testpartikel) darstellen

	Berechnungsvarianten	1	2	3	4	5	6	6	7	8
		A ₁	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₀₋₇₅	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₁₀₋₂₀	A ₂₀₋₇₅
y = a * x + b	a	-15.709	-31.852	-31.533	-31.745	-32.581	0.319	-0.708	-0.212	-0.834
	b	27.583	52.553	53.141	54.218	56.453	0.588	2.611	1.077	2.234
	Standardabweichung	0.589	1.441	1.470	1.546	1.572	0.303	0.246	0.202	0.373
	Rel. Standardabweichung [%]	7.246	11.002	10.443	10.377	9.770	30.823	14.167	24.817	31.087
	Korrelationskoeffizient	0.966	0.945	0.941	0.937	0.938	0.136	0.351	0.136	0.279
y = a * x ^b	a	13.161	23.410	24.053	24.771	26.183	0.917	1.897	0.872	1.386
	b	-2.459	-3.008	-2.757	-2.611	-2.490	0.122	-0.480	-0.465	-0.884
	Standardabweichung	0.649	0.894	0.933	0.991	1.049	0.308	0.245	0.202	0.377
	Rel. Standardabweichung [%]	8.004	6.844	6.650	6.676	6.538	32.743	14.264	25.524	32.581
	Korrelationskoeffizient	0.969	0.977	0.971	0.967	0.961	0.040	0.320	0.195	0.315
y = a * e ^(b * x)	a	93.154	249.880	209.920	191.980	184.640	0.816	2.735	1.192	2.826
	b	-1.995	-2.419	-2.214	-2.094	-1.997	0.115	-0.377	-0.331	-0.724
	Standardabweichung	0.595	1.019	1.074	1.151	1.197	0.283	0.246	0.203	0.376
	Rel. Standardabweichung [%]	7.343	7.817	7.659	7.764	7.469	30.991	14.324	25.639	32.535
	Korrelationskoeffizient	0.972	0.972	0.964	0.958	0.953	0.047	0.310	0.171	0.319
y = a * ln(x) + b	a	-19.457	-39.907	-39.534	-39.844	-40.867	0.373	-0.902	-0.310	-1.021
	b	12.192	21.441	22.347	23.226	24.640	0.906	1.923	0.879	1.415
	Standardabweichung	0.577	1.272	1.299	1.368	1.396	0.303	0.245	0.201	0.374
	Rel. Standardabweichung [%]	7.099	9.711	9.229	9.183	8.675	30.851	14.105	24.727	31.112
	Korrelationskoeffizient	0.963	0.957	0.955	0.951	0.951	0.128	0.362	0.160	0.277
Anzahl der Wertepaare		20	20	20	20	20	20	20	20	20

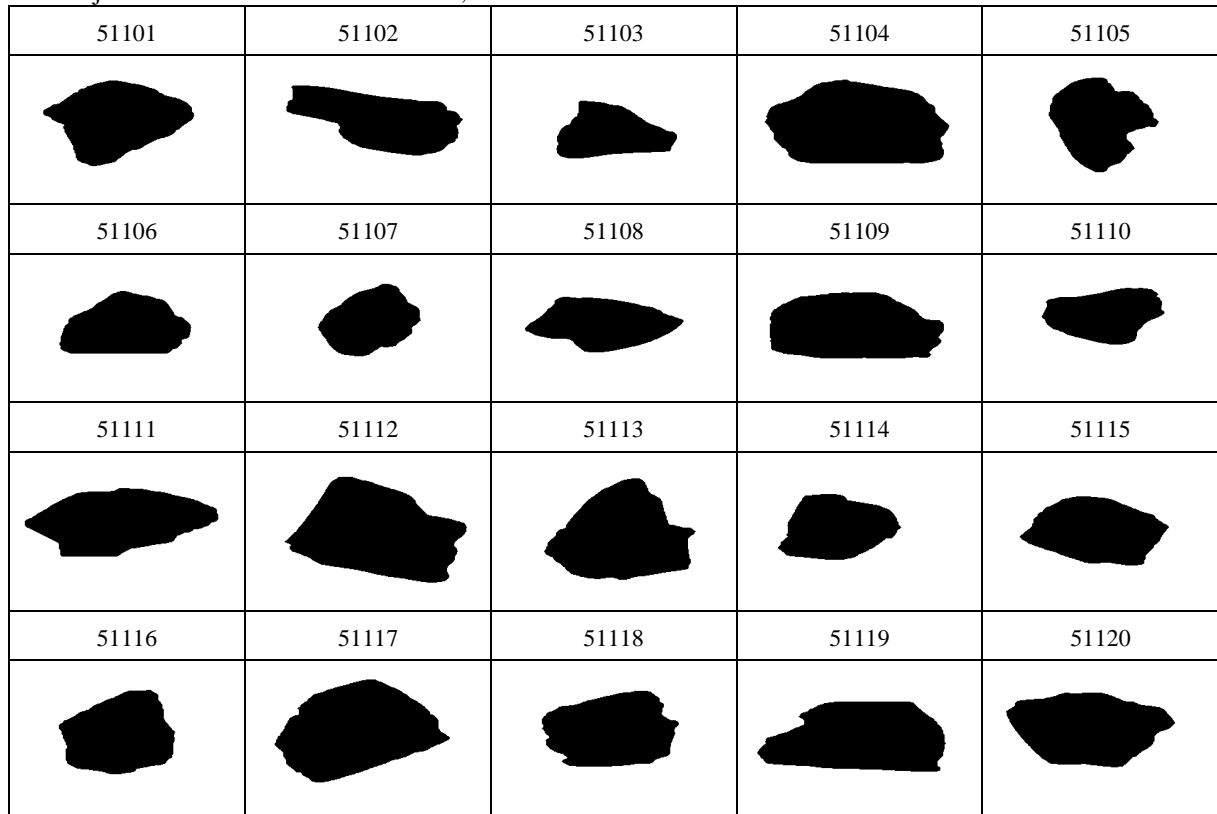
Legende:

 Berechnungsvariante mit den besten charakteristischen Parametern

Anhang G: Berechnungen mit Realpartikeln zur Ermittlung einer Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten (neue Methode bzw. Radius-Winkel-Funktion) und Formfaktoren aus dem Makro- und Mesogestaltsbereich.

G- 1: Abbildungs- und Wertetabelle zu den charakteristischen Parametern von Realpartikeln bei vorgegebener Pixelgröße $d_{ak} = d_{bk} = 0,065 \text{ mm}$ und Fallhöhe $h_2 = 15 \text{ mm}$

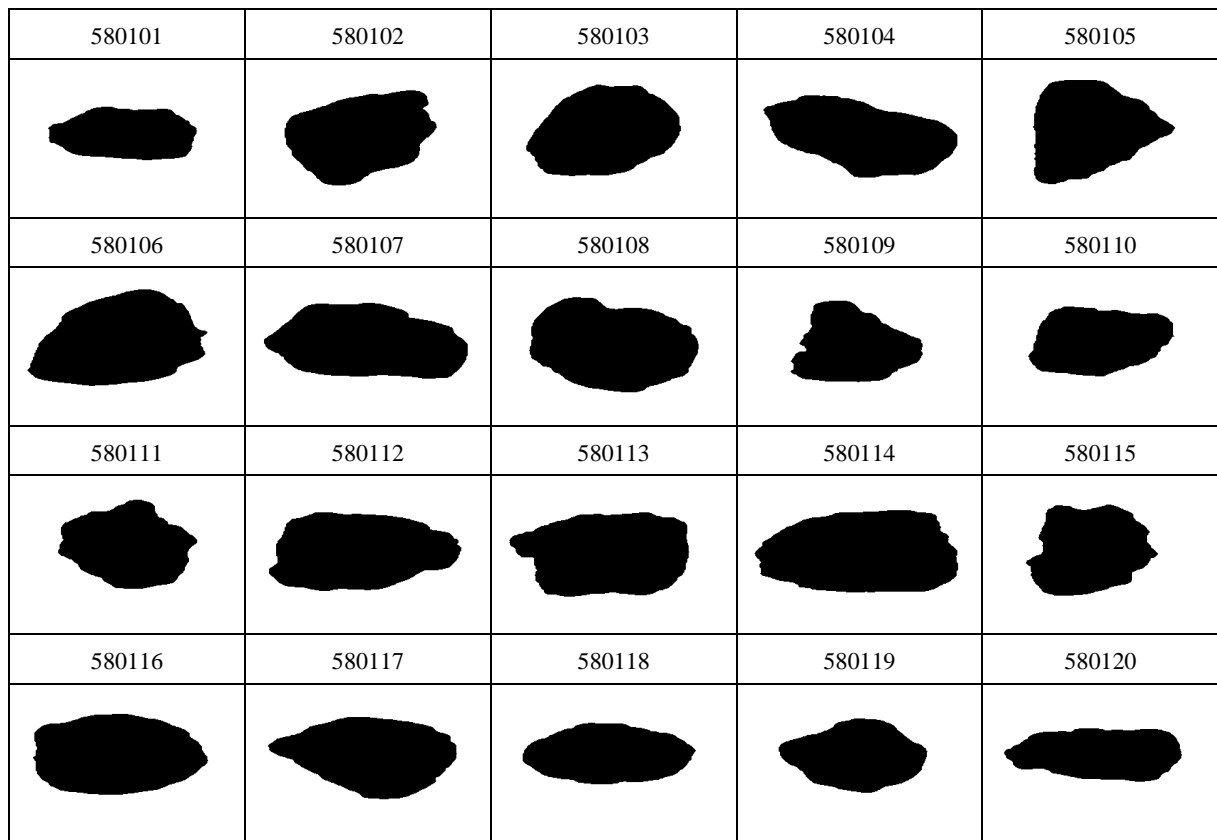
2-D Projektionsbilder von Flint 8 / 12 mm,



Wertetabelle für Flint 8 / 12 mm

Partikel Nr.	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{aqk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
51101	20128	536	85.04	40.86	10.41	243	136	1.25	1.94
51102	19610	643	82.85	44.75	10.27	291	111	1.39	3.29
51103	11469	443	48.46	31.84	7.85	191	89	1.29	2.53
51104	27621	635	116.70	47.91	12.19	287	126	1.25	2.36
51105	17482	478	73.86	35.81	9.70	193	156	1.18	1.12
51106	14710	463	62.15	34.60	8.90	206	96	1.24	2.18
51107	12306	377	51.99	30.41	8.14	164	114	1.19	1.66
51108	13834	504	58.45	37.02	8.63	247	86	1.37	3.06
51109	21912	609	92.58	43.53	10.86	274	102	1.28	2.65
51110	13129	459	55.47	33.72	8.40	207	93	1.28	2.46
51111	19169	600	80.99	43.15	10.15	283	99	1.35	3.03
51112	23900	590	100.98	43.12	11.34	265	147	1.21	1.89
51113	19555	519	82.62	38.05	10.26	217	143	1.18	1.51
51114	11371	395	48.04	29.62	7.82	176	91	1.21	1.81
51115	15038	465	63.54	35.09	8.99	217	101	1.24	2.26
51116	15428	448	65.18	32.58	9.11	174	122	1.14	1.32
51117	22465	548	94.91	41.37	10.99	247	143	1.20	1.82
51118	15584	487	65.84	34.73	9.16	211	105	1.21	1.87
51119	20216	612	85.41	42.89	10.43	278	97	1.31	2.78
51120	19181	527	81.04	39.50	10.16	246	110	1.24	2.24

2-D Projektionsbilder von Granit 8/12 mm bei vorgegebener Pixelgröße $d_{ak} = d_{bk} = 0,065$ mm und Fallhöhe $h_2 = 15$ mm



Wertetabelle für Granit 8 / 11mm

Partikel Nr.	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	Randpixelanzahl n_r	Projektionsfläche S_{ak}	Umfang U_p	d_{agk}	Sehnenanzahl S_{pp}	Spaltenanzahl S_{kp}	Sphärizität Ψ_{sp}	X_a/X_b
	-	-	[mm ²]	[mm]	[mm]	-	-	-	-
580101	13303	478	56.21	34.58	8.46	220	79	1.30	2.92
580102	19845	515	83.85	39.95	10.33	222	133	1.23	2.00
580103	20594	496	87.01	37.72	10.53	217	130	1.14	1.50
580104	20981	586	88.64	43.91	10.62	273	116	1.32	2.76
580105	21362	534	90.25	34.80	10.72	216	151	1.03	1.28
580106	26286	610	111.06	44.09	11.89	273	140	1.18	1.82
580107	22931	611	96.88	45.61	11.11	285	108	1.31	2.84
580108	23494	557	99.26	42.58	11.24	240	134	1.21	2.03
580109	14622	472	61.78	34.29	8.87	203	113	1.23	1.86
580110	16442	495	69.47	35.73	9.40	213	103	1.21	2.11
580111	18151	487	76.69	36.55	9.88	209	129	1.18	1.61
580112	22687	607	95.85	43.82	11.05	273	112	1.26	2.45
580113	23428	610	98.98	44.25	11.23	258	123	1.25	2.34
580114	26735	655	112.96	46.46	11.99	294	115	1.23	2.43
580115	18500	506	78.16	37.67	9.98	206	139	1.20	1.55
580116	23928	586	101.10	43.20	11.35	260	117	1.21	2.14
580117	20520	565	86.70	42.90	10.51	266	114	1.30	2.54
580118	15644	509	66.10	37.73	9.17	243	86	1.31	2.89
580119	14880	452	62.87	34.59	8.95	209	103	1.23	2.11
580120	15683	551	66.26	39.42	9.19	259	82	1.37	3.40

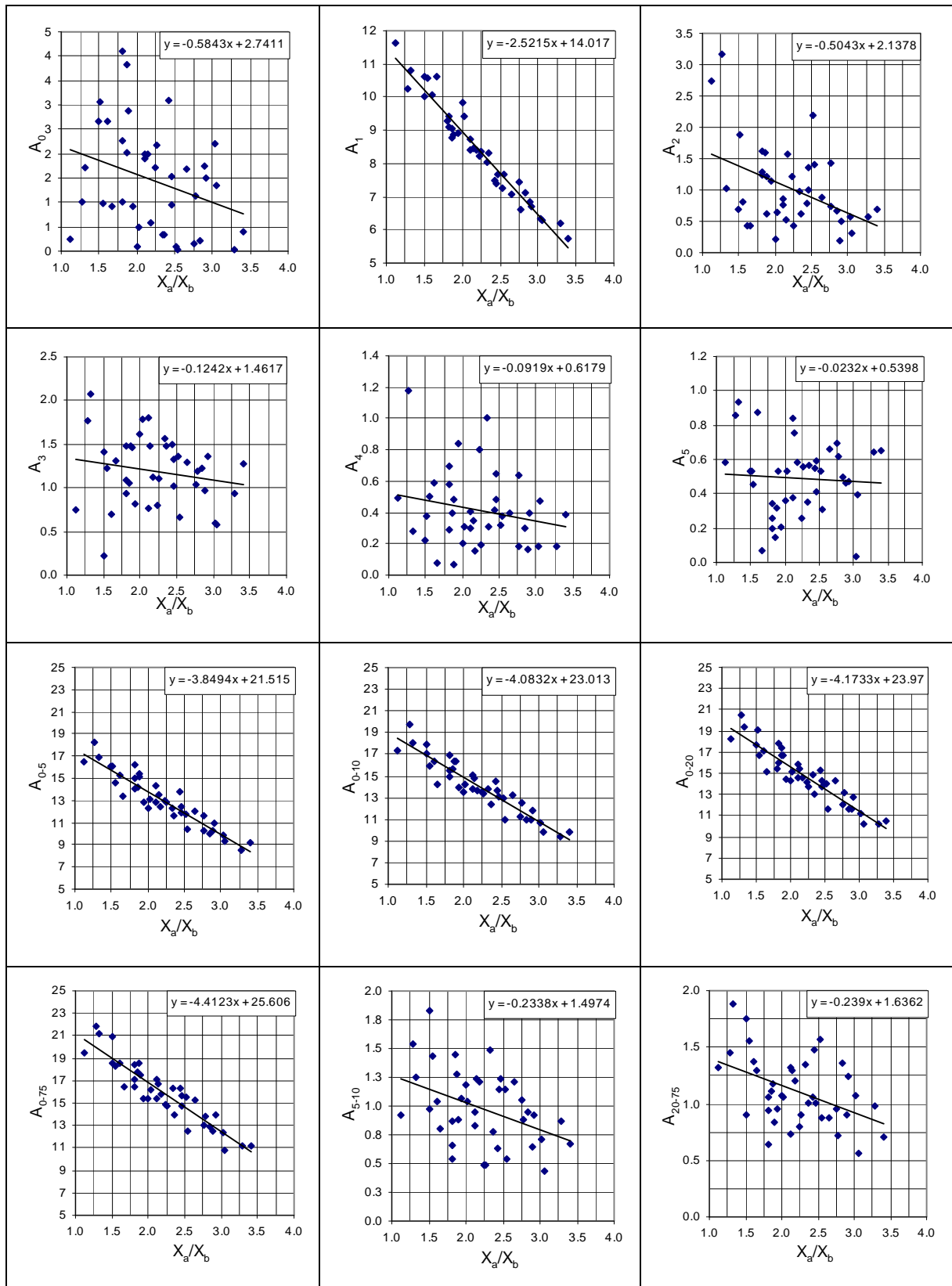
G- 2: Normierte Fourierkoeffizienten (neue Methode) für Realpartikel (Flint)

Partikel Nr.	Normierte Fourierkoeffizienten (Flint)															
	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
51101	0.929	8.907	1.136	0.810	0.838	0.208	12.827	13.888	14.433	1.061	1.606	2.565	0.545	1.504	0.959	15.392
51102	0.023	6.194	0.580	0.939	0.182	0.639	8.557	9.421	10.238	0.864	1.681	2.668	0.817	1.804	0.987	11.225
51103	0.096	7.246	2.199	1.362	0.317	0.531	11.750	12.901	14.028	1.151	2.278	3.841	1.127	2.690	1.563	15.591
51104	0.327	8.327	0.608	1.478	0.310	0.566	11.617	12.393	12.999	0.776	1.383	2.387	0.607	1.611	1.005	14.004
51105	0.241	11.619	2.747	0.745	0.491	0.581	16.425	17.340	18.213	0.915	1.788	3.104	0.873	2.189	1.316	19.529
51106	0.590	8.422	1.563	1.127	0.154	0.581	12.437	13.643	14.543	1.206	2.105	3.308	0.899	2.102	1.203	15.746
51107	0.927	10.615	0.426	1.302	0.080	0.072	13.422	14.229	15.119	0.808	1.697	2.988	0.889	2.180	1.291	16.410
51108	1.337	6.272	0.301	0.584	0.475	0.393	9.361	9.798	10.176	0.437	0.815	1.373	0.378	0.935	0.557	10.734
51109	1.688	7.062	0.876	1.285	0.392	0.662	11.964	13.177	14.320	1.213	2.356	3.238	1.143	2.025	0.882	15.202
51110	0.958	7.680	1.362	1.023	0.478	0.414	11.916	13.155	13.779	1.239	1.863	2.876	0.624	1.637	1.013	14.792
51111	2.200	6.338	0.565	0.596	0.181	0.038	9.917	10.626	11.257	0.708	1.339	2.408	0.631	1.700	1.069	12.325
51112	2.877	8.888	1.207	1.463	0.480	0.533	15.448	16.330	16.683	0.882	1.235	2.066	0.353	1.185	0.832	17.514
51113	3.061	10.020	1.886	0.224	0.376	0.533	16.100	17.926	19.130	1.826	3.030	4.777	1.204	2.950	1.747	20.876
51114	0.998	9.263	1.232	1.473	0.699	0.341	14.005	14.868	15.467	0.863	1.462	2.403	0.599	1.540	0.941	16.408
51115	2.183	8.357	0.440	1.103	0.189	0.555	12.826	13.310	13.801	0.485	0.975	1.876	0.491	1.392	0.901	14.702
51116	1.725	10.790	1.024	2.074	0.280	0.934	16.827	18.070	19.330	1.244	2.503	4.387	1.260	3.143	1.884	21.214
51117	2.261	9.437	1.624	1.090	0.286	0.258	14.957	15.501	15.988	0.544	1.032	2.087	0.487	1.543	1.056	17.044
51118	3.819	8.781	0.624	1.486	0.065	0.318	15.093	16.374	17.389	1.281	2.295	3.476	1.015	2.195	1.180	18.569
51119	1.141	6.602	1.424	1.183	0.636	0.615	11.603	12.482	13.100	0.879	1.497	2.219	0.618	1.340	0.722	13.821
51120	1.712	8.226	1.210	0.793	0.798	0.258	12.997	13.487	14.088	0.489	1.091	1.885	0.602	1.395	0.794	14.882

Relative Fourierkoeffizienten (neue Methode) für Realpartikel (Granit)

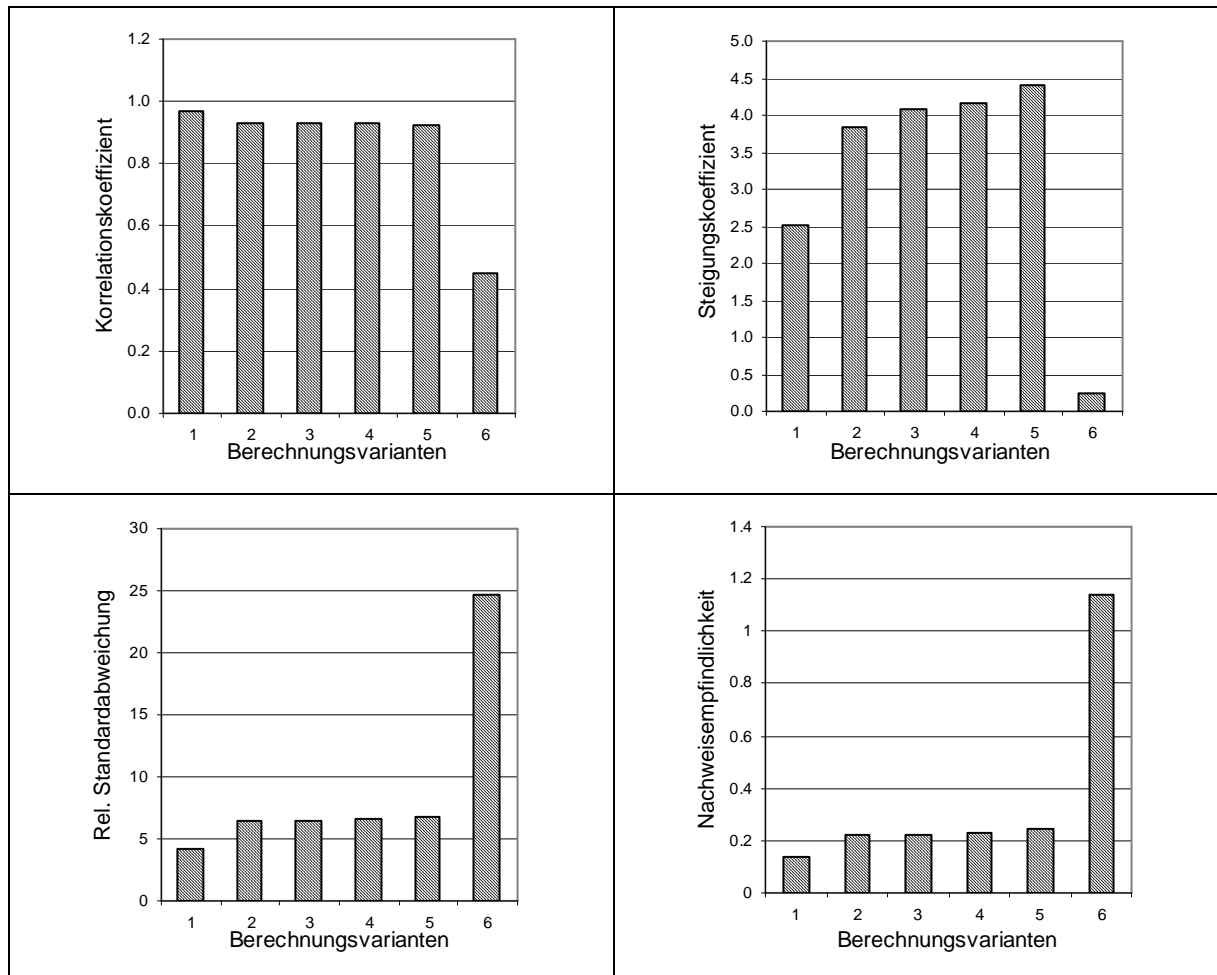
Partikel Nr.	Normierte Fourierkoeffizienten (Granit)															
	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
580101	1.492	6.711	0.509	1.353	0.396	0.475	10.937	11.860	12.723	0.92	1.79	3.028	0.863	2.105	1.242	13.965
580102	0.085	9.820	0.215	1.610	0.200	0.359	12.289	13.473	14.287	1.18	2.00	3.069	0.814	1.885	1.071	15.358
580103	2.665	10.623	0.694	1.403	0.222	0.530	16.137	17.110	17.714	0.97	1.58	2.479	0.604	1.506	0.902	18.616
580104	0.141	7.424	0.732	1.039	0.185	0.692	10.213	11.266	12.016	1.05	1.80	2.760	0.750	1.707	0.957	12.973
580105	1.022	10.260	3.165	1.763	1.174	0.856	18.241	19.775	20.427	1.53	2.19	3.639	0.652	2.105	1.453	21.880
580106	4.100	9.103	1.289	0.927	0.578	0.200	16.197	16.856	17.759	0.66	1.56	2.196	0.903	1.537	0.634	18.393
580107	0.207	7.115	0.668	1.219	0.302	0.501	10.012	10.962	11.559	0.95	1.55	2.901	0.597	1.951	1.354	12.913
580108	0.487	9.414	0.642	1.781	0.313	0.531	13.169	14.209	15.115	1.04	1.95	3.007	0.905	1.967	1.061	16.176
580109	2.009	9.049	1.598	1.046	0.399	0.150	14.250	15.694	16.691	1.44	2.44	3.551	0.996	2.107	1.111	17.802
580110	1.989	8.402	0.853	1.795	0.402	0.843	14.284	15.108	15.796	0.82	1.51	2.838	0.688	2.014	1.326	17.122
580111	2.672	10.088	0.422	0.697	0.584	0.873	15.336	16.378	17.131	1.04	1.79	3.174	0.753	2.132	1.379	18.510
580112	1.525	7.403	1.009	1.319	0.644	0.595	12.495	13.642	14.226	1.15	1.73	3.206	0.584	2.059	1.474	15.700
580113	0.341	8.036	0.982	1.563	1.008	0.347	12.278	13.772	14.924	1.49	2.65	3.987	1.153	2.494	1.341	16.266
580114	3.097	7.470	0.777	1.495	0.416	0.551	13.805	14.441	15.246	0.64	1.44	2.496	0.805	1.860	1.055	16.301
580115	0.994	10.553	0.820	1.217	0.506	0.450	14.540	15.973	16.687	1.43	2.15	3.697	0.715	2.264	1.549	18.237
580116	1.996	8.440	0.516	1.474	0.349	0.757	13.533	14.763	15.376	1.23	1.84	3.140	0.613	1.909	1.296	16.672
580117	0.045	7.660	1.397	0.659	0.372	0.305	10.438	10.972	11.662	0.53	1.22	2.106	0.690	1.572	0.882	12.544
580118	1.747	6.824	0.181	0.962	0.160	0.464	10.337	10.988	11.576	0.65	1.24	2.146	0.589	1.496	0.907	12.484
580119	1.911	8.721	0.769	0.760	0.295	0.381	12.837	13.781	14.606	0.94	1.77	2.504	0.825	1.560	0.735	15.341
580120	0.400	5.744	0.686	1.280	0.388	0.652	9.150	9.823	10.472	0.67	1.32	2.024	0.648	1.351	0.702	11.174

G- 3: Grafische Darstellung ausgewählter Einzel- bzw. Teil- oder Gesamtsumme von Fourierkoeffizienten (neuen Methode) in Abhängigkeit vom X_a/X_b - Verhältnis (Realpartikel)



G- 4: Charakteristische Parameter einer linearen Funktion, die eine Korrelation zwischen ausgewählten Einzel-, Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (neue Methode) und dem X_a/X_b - Verhältnis (Realpartikel) darstellt

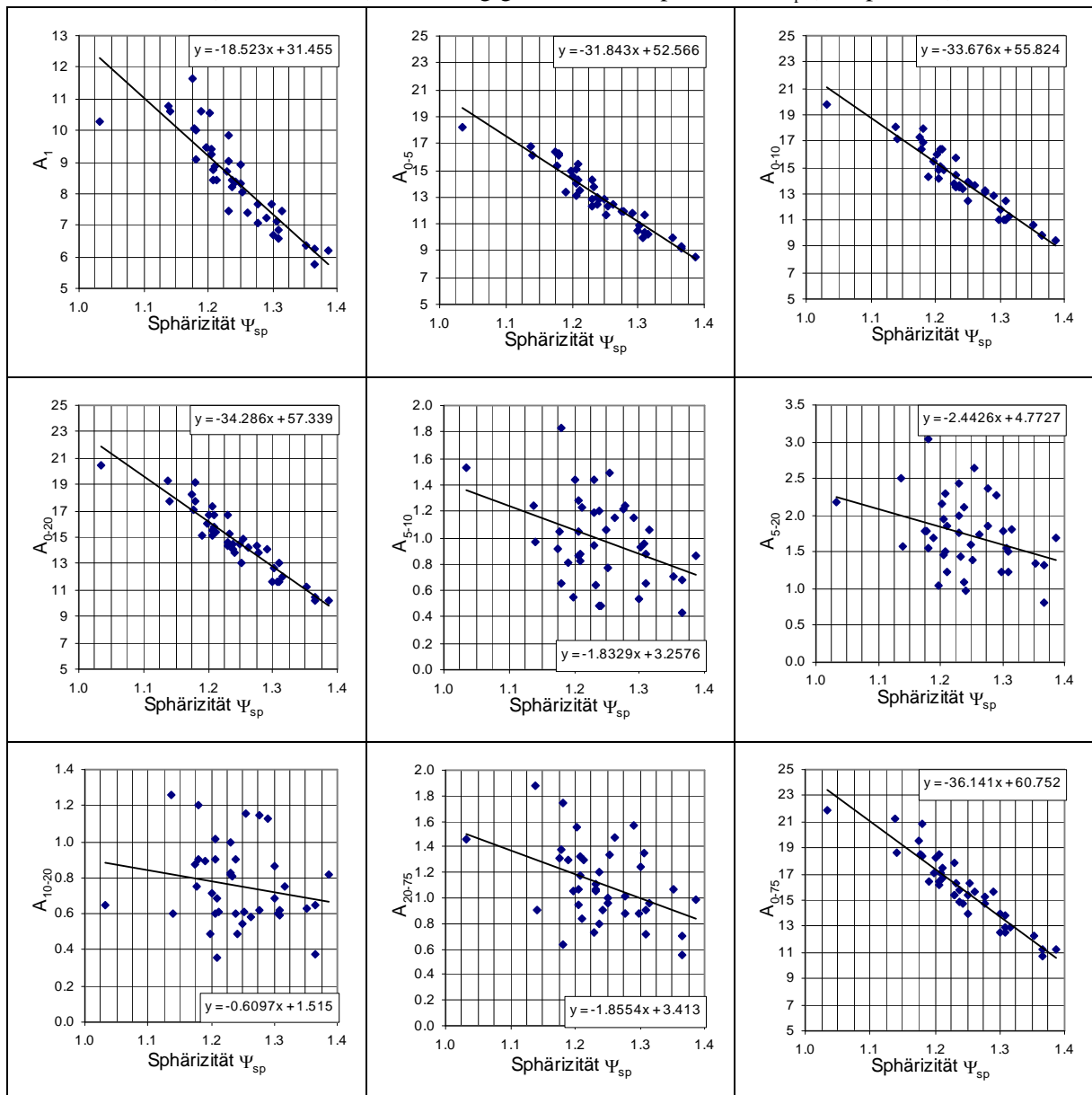
Statistische Auswertung der Korrelationen zwischen Fourierkoeffizienten und X_a/X_b -Verhältnis						
Berechnungsvarianten	1	2	3	4	5	6
Fourierkoeffizient	A_1	A_{0-5}	A_{0-10}	A_{0-20}	A_{0-75}	A_{20-75}
Standardabweichung	0.351	0.847	0.899	0.965	1.068	0.273
Rel. Standardabweichung [%]	4.152	6.508	6.422	6.543	6.734	24.638
Korrelationskoeffizient	0.972	0.934	0.933	0.927	0.921	0.448
Steigungskoeffizient	2.522	3.849	4.083	4.173	4.412	0.239
Nachweisempfindlichkeit	0.139	0.220	0.220	0.231	0.242	1.143



Legende:

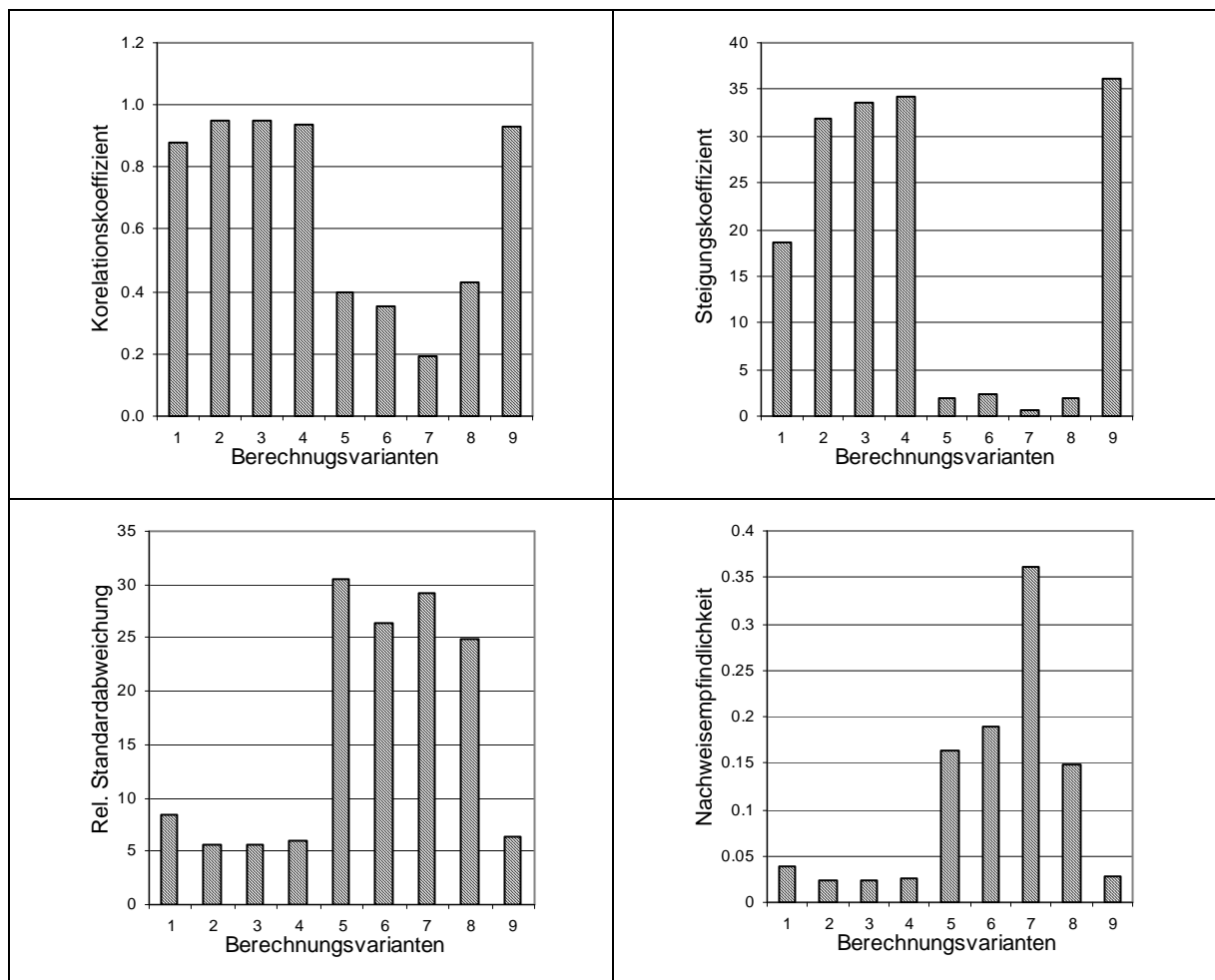
Berechnungsvariante mit den besten charakteristischen Parametern

G- 5: Grafische Darstellung ausgewählter Einzel- bzw. Teil- oder Gesamtsumme von Fourierkoeffizienten (neue Methode) in Abhängigkeit von der Sphärizität Ψ_{sp} (Realpartikel)



G- 6: Charakteristische Parameter einer lineare Funktion, die eine Korrelation zwischen ausgewählten Einzel-, Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (neue Methode) und der Sphärizität Ψ_{sp} (Realpartikel) darstellen

Statistische Auswertung der Korrelationen zwischen Fourierkoeffizienten und Sphärizität Ψ_{sp}									
Berechnungsvarianten	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fourierkoeffizient	A_1	A_{0-5}	A_{0-10}	A_{0-20}	A_{5-10}	A_{5-20}	A_{10-20}	A_{20-75}	A_{0-75}
Standardabweichung	0.709	0.730	0.797	0.892	0.299	0.460	0.221	0.276	1.014
Rel. Standardabweichung [%]	8.389	5.610	5.692	6.050	30.511	26.466	29.124	24.901	6.394
Korrelationskoeffizient	0.879	0.951	0.948	0.938	0.397	0.351	0.191	0.429	0.929
Steigungskoeffizient	18.523	31.843	33.676	34.286	1.833	2.443	0.610	1.855	36.141
Nachweisempfindlichkeit	0.038	0.023	0.024	0.026	0.163	0.188	0.362	0.149	0.028



Legende:

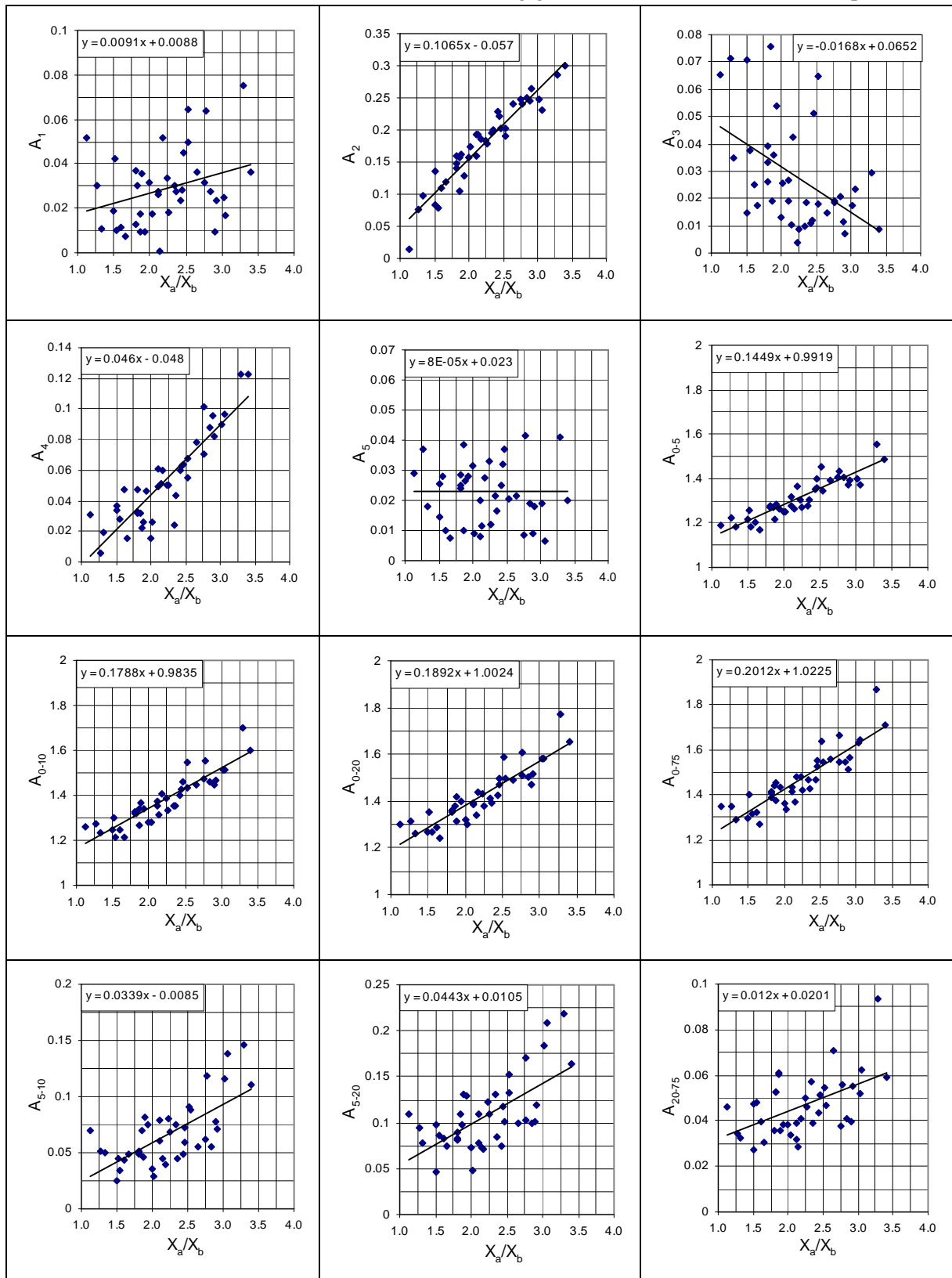
 Berechnungsvariante mit den besten charakteristischen Parametern

G- 7: Normierte Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) für Realpartikel (Flint 8/12 mm und Granit 8/12 mm)

Partikel Nr.	Normierte (Radius-Winkel-Funktion) Fourierkoeffizienten (Flint)														
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
51101	0.009	0.129	0.054	0.046	0.028	1.266	1.341	1.395	0.076	0.130	0.168	0.054	0.092	0.038	1.434
51102	0.075	0.286	0.029	0.122	0.041	1.553	1.700	1.772	0.146	0.219	0.313	0.073	0.166	0.094	1.866
51103	0.065	0.203	0.065	0.055	0.067	1.454	1.545	1.587	0.091	0.133	0.187	0.042	0.096	0.054	1.641
51104	0.028	0.199	0.018	0.044	0.017	1.306	1.351	1.391	0.045	0.085	0.124	0.039	0.078	0.039	1.430
51105	0.052	0.015	0.065	0.031	0.029	1.192	1.261	1.301	0.069	0.109	0.155	0.040	0.086	0.046	1.348
51106	0.051	0.185	0.043	0.060	0.027	1.366	1.405	1.437	0.039	0.071	0.112	0.032	0.072	0.041	1.478
51107	0.008	0.119	0.018	0.016	0.007	1.167	1.215	1.241	0.049	0.074	0.104	0.025	0.056	0.031	1.271
51108	0.017	0.231	0.023	0.097	0.007	1.374	1.512	1.583	0.138	0.209	0.271	0.071	0.133	0.062	1.645
51109	0.037	0.240	0.015	0.078	0.021	1.390	1.445	1.490	0.055	0.100	0.171	0.045	0.116	0.071	1.561
51110	0.045	0.202	0.051	0.064	0.037	1.399	1.458	1.499	0.059	0.100	0.152	0.041	0.093	0.051	1.551
51111	0.025	0.248	0.018	0.089	0.019	1.399	1.514	1.582	0.116	0.183	0.235	0.068	0.120	0.052	1.634
51112	0.036	0.162	0.036	0.026	0.027	1.286	1.368	1.416	0.082	0.130	0.166	0.049	0.084	0.036	1.452
51113	0.042	0.083	0.071	0.033	0.025	1.255	1.300	1.354	0.045	0.098	0.145	0.053	0.100	0.047	1.401
51114	0.013	0.141	0.039	0.048	0.028	1.268	1.319	1.352	0.051	0.083	0.119	0.032	0.068	0.035	1.387
51115	0.018	0.179	0.009	0.050	0.012	1.268	1.336	1.377	0.068	0.109	0.155	0.041	0.087	0.046	1.423
51116	0.011	0.097	0.035	0.020	0.018	1.181	1.231	1.258	0.050	0.077	0.110	0.027	0.059	0.032	1.291
51117	0.037	0.149	0.033	0.033	0.024	1.276	1.324	1.357	0.048	0.082	0.135	0.034	0.086	0.053	1.410
51118	0.010	0.157	0.019	0.023	0.010	1.217	1.264	1.316	0.046	0.098	0.159	0.052	0.112	0.061	1.376
51119	0.064	0.240	0.019	0.071	0.041	1.435	1.554	1.606	0.119	0.171	0.227	0.052	0.108	0.056	1.663
51120	0.034	0.184	0.004	0.050	0.033	1.305	1.386	1.428	0.081	0.123	0.173	0.042	0.092	0.050	1.479

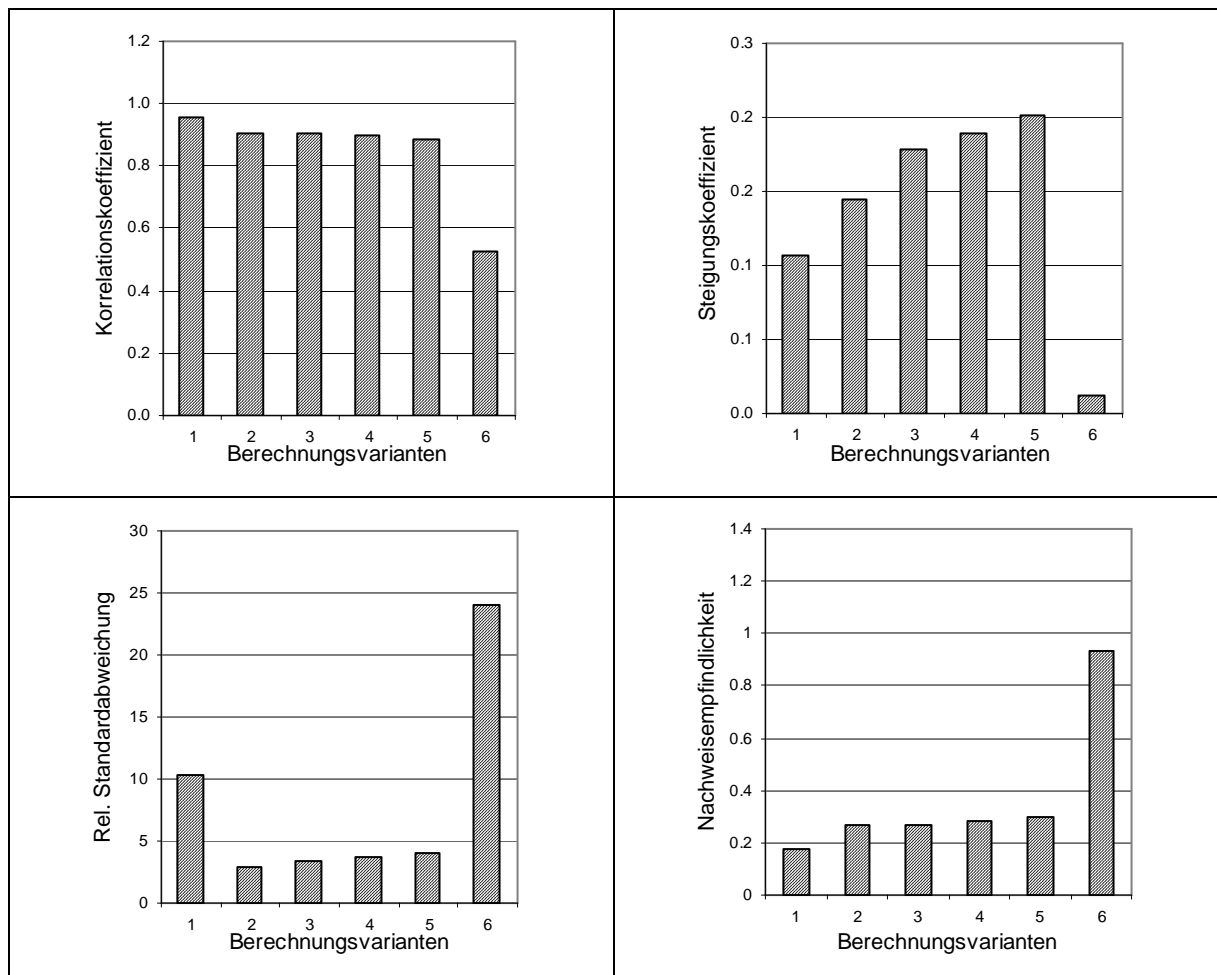
Partikel Nr.	Normierte (Radius-Winkel-Funktion) Fourierkoeffizienten (Granit)														
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
580101	0.023	0.264	0.007	0.082	0.018	1.395	1.466	1.514	0.071	0.119	0.174	0.048	0.103	0.055	1.569
580102	0.031	0.157	0.013	0.015	0.031	1.248	1.283	1.321	0.035	0.073	0.112	0.038	0.077	0.039	1.360
580103	0.019	0.135	0.015	0.036	0.015	1.219	1.245	1.266	0.026	0.047	0.074	0.021	0.049	0.027	1.294
580104	0.032	0.248	0.018	0.101	0.008	1.408	1.470	1.510	0.062	0.102	0.140	0.040	0.078	0.038	1.548
580105	0.030	0.077	0.071	0.005	0.037	1.220	1.272	1.315	0.051	0.095	0.129	0.043	0.078	0.034	1.349
580106	0.030	0.160	0.026	0.032	0.025	1.273	1.323	1.362	0.050	0.089	0.142	0.039	0.092	0.052	1.415
580107	0.027	0.249	0.020	0.088	0.019	1.404	1.458	1.503	0.055	0.100	0.140	0.045	0.086	0.041	1.544
580108	0.017	0.174	0.026	0.026	0.009	1.253	1.281	1.300	0.028	0.048	0.082	0.020	0.054	0.034	1.334
580109	0.017	0.106	0.076	0.032	0.038	1.269	1.339	1.379	0.070	0.110	0.170	0.040	0.100	0.060	1.439
580110	0.026	0.192	0.027	0.049	0.020	1.315	1.375	1.394	0.060	0.079	0.117	0.019	0.057	0.039	1.432
580111	0.012	0.109	0.025	0.047	0.010	1.203	1.246	1.286	0.043	0.083	0.122	0.040	0.079	0.040	1.325
580112	0.028	0.221	0.012	0.063	0.032	1.356	1.428	1.473	0.072	0.117	0.168	0.044	0.096	0.051	1.524
580113	0.030	0.194	0.010	0.024	0.021	1.279	1.354	1.410	0.075	0.131	0.189	0.056	0.114	0.057	1.468
580114	0.023	0.229	0.011	0.060	0.025	1.348	1.397	1.422	0.049	0.074	0.117	0.025	0.069	0.043	1.465
580115	0.010	0.079	0.037	0.028	0.028	1.182	1.216	1.268	0.034	0.086	0.134	0.052	0.100	0.048	1.316
580116	0.001	0.192	0.010	0.052	0.012	1.267	1.311	1.339	0.044	0.073	0.101	0.028	0.057	0.028	1.368
580117	0.050	0.191	0.018	0.068	0.020	1.347	1.435	1.499	0.088	0.152	0.199	0.064	0.111	0.047	1.545
580118	0.009	0.245	0.011	0.096	0.009	1.370	1.447	1.471	0.077	0.101	0.140	0.024	0.063	0.039	1.511
580119	0.027	0.161	0.019	0.061	0.008	1.276	1.355	1.386	0.079	0.110	0.142	0.031	0.063	0.032	1.417
580120	0.036	0.300	0.009	0.123	0.020	1.488	1.599	1.652	0.111	0.164	0.223	0.053	0.112	0.059	1.711

G- 8: Grafische Darstellung ausgewählter Einzel- bzw. Teil- oder Gesamtsumme von Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) in Abhängigkeit vom X_a/X_b - Verhältnis (Realpartikel)



G- 9: Charakteristische Parameter einer linearen Funktion, die eine Korrelation zwischen ausgewählten Einzel-, Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) und dem X_a/X_b - Verhältnis (Realpartikel) darstellt

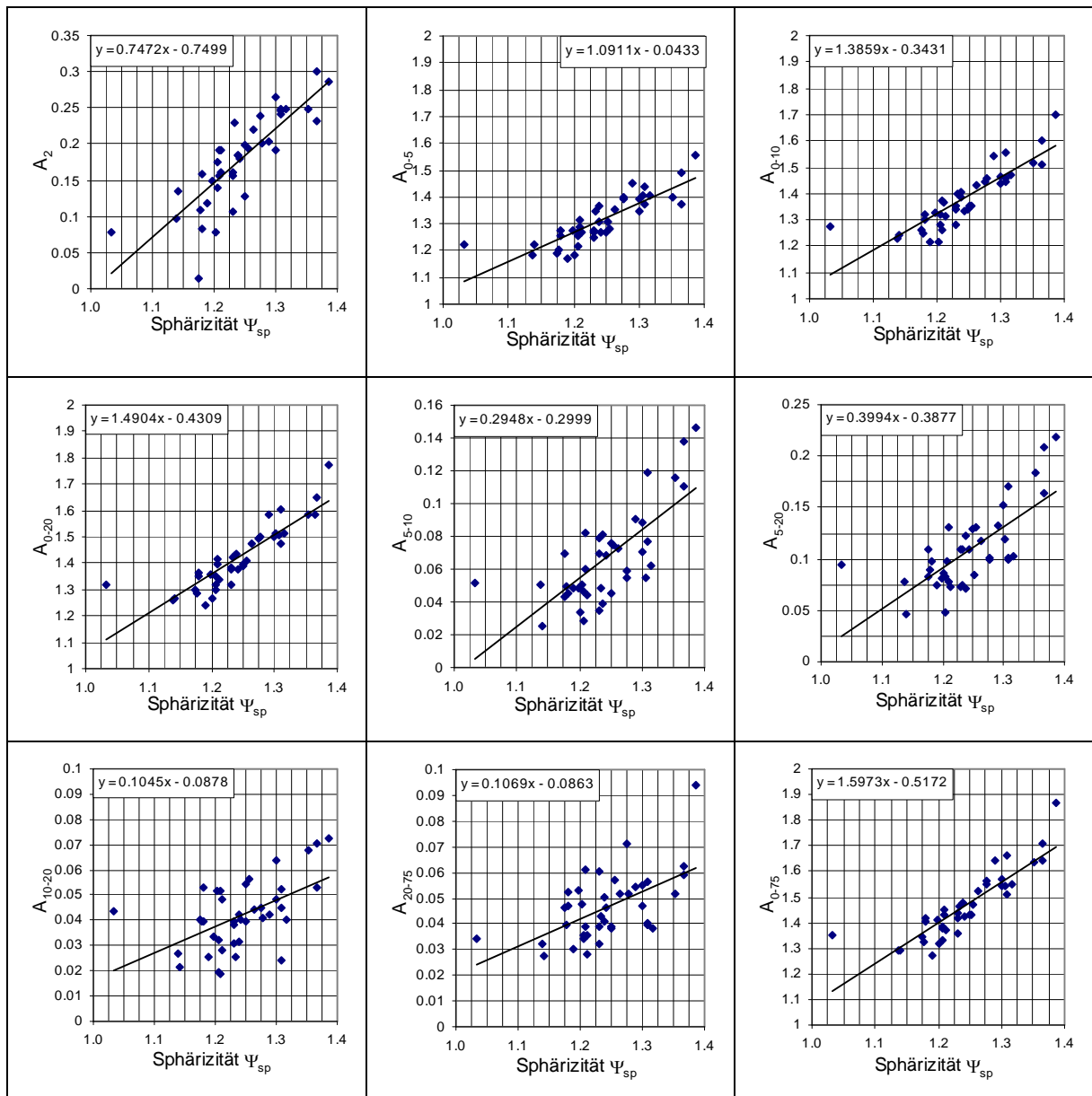
Statistische Auswertung der Korrelationen zwischen Fourierkoeffizienten und X_a/X_b - Verhältnis						
Berechnungsvarianten	1	2	3	4	5	6
Fourierkoeffizient	A_2	A_{0-5}	A_{0-10}	A_{0-20}	A_{0-75}	A_{20-75}
Standardabweichung	0.019	0.039	0.048	0.053	0.060	0.011
Rel. Standardabweichung [%]	10.395	2.953	3.465	3.726	4.069	23.983
Korrelationskoeffizient	0.957	0.906	0.906	0.899	0.888	0.523
Steigungskoeffizient	0.107	0.145	0.179	0.189	0.201	0.012
Nachweisempfindlichkeit	0.174	0.267	0.267	0.280	0.297	0.931



Legende:

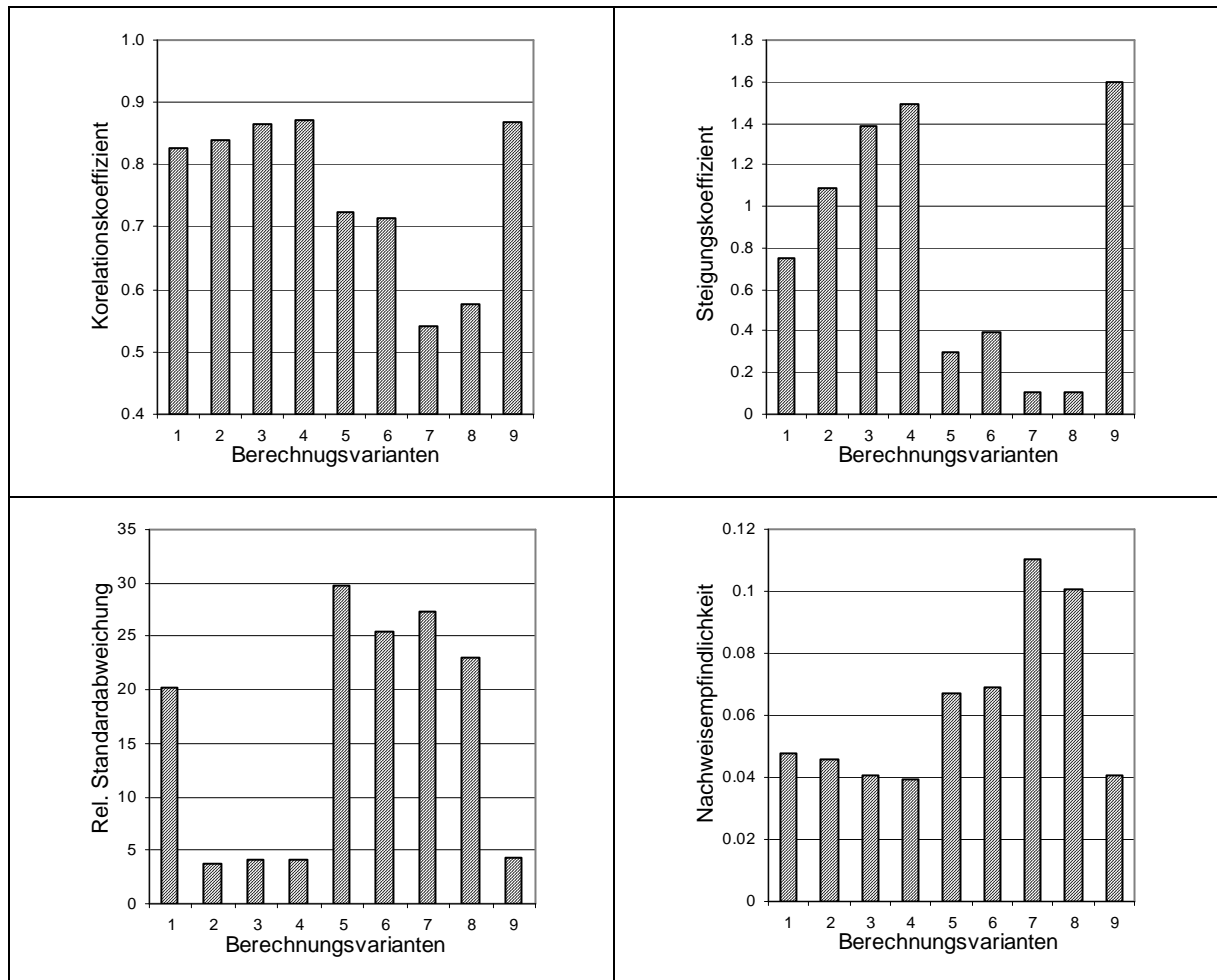
Berechnungsvariante mit den besten charakteristischen Parametern

G- 10: Grafische Darstellung ausgewählter Einzel- bzw. Teil- oder Gesamtsumme von Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) in Abhängigkeit von der Sphärizität Ψ_{sp} (Realpartikel)



G- 11: Charakteristische Parameter einer linearen Funktion, die eine Korrelation zwischen ausgewählten Einzel-, Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) und der Sphärizität Ψ_{sp} (Realpartikel) darstellen

Statistische Auswertung der Korrelationen zwischen Fourierkoeffizienten und Sphärizität Ψ_{sp}									
Berechnungsvarianten	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fourierkoeffizient	A_2	A_{0-5}	A_{0-10}	A_{0-20}	A_{5-10}	A_{5-20}	A_{10-20}	A_{20-75}	A_{0-75}
Standardabweichung	0.036	0.050	0.057	0.059	0.020	0.027	0.012	0.011	0.064
Rel. Standardabweichung [%]	20.139	3.785	4.110	4.163	29.794	25.367	27.386	23.076	4.391
Korrelationskoeffizient	0.827	0.840	0.865	0.872	0.725	0.716	0.540	0.575	0.868
Steigungskoeffizient	0.747	1.091	1.386	1.490	0.295	0.399	0.105	0.107	1.597
Nachweisempfindlichkeit	0.048	0.046	0.041	0.040	0.067	0.069	0.110	0.100	0.040



Legende:

Berechnungsvariante mit den besten charakteristischen Parametern

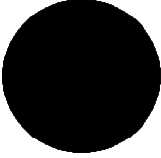
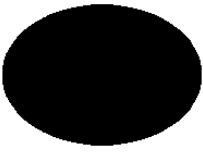



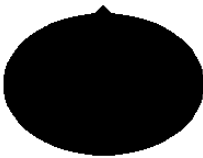



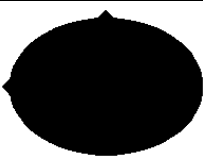







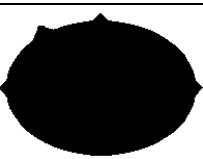














Anhang H: Berechnungen mit Modellpartikeln bezüglich der neuen Rauigkeitskennzahl R_p und die Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik

H- 1: Versuchsprogramm zur Durchführung der Modellrechnungen mit Hilfe von Modellkörpern

Pixelkantenlänge	Elongation	Äquivalentdurchmesser				
$d_{ak} = d_{bk}$	X_a/X_b	$d_{\text{äq}}$				
mm	-	mm				
0.01	1	0.485	0.641	0.966	1.557	4.411
	1.4	0.485	0.641	0.966	1.557	4.411
	2	0.485	0.641	0.966	1.557	4.411
	2.8	0.485	0.641	0.966	1.557	4.411
0.03	1	1.454	1.922	2.898	4.671	13.152
	1.4	1.454	1.922	2.898	4.671	13.152
	2	1.454	1.922	2.898	4.671	13.152
	2.8	1.454	1.922	2.898	4.671	13.152
0.065	1	3.150	4.165	6.280	10.121	28.495
	1.4	3.150	4.165	6.280	10.121	28.495
	2	3.150	4.165	6.280	10.121	28.495
	2.8	3.150	4.165	6.280	10.121	28.495
0.091	1	4.411	5.831	8.792	14.169	39.934
	1.4	4.411	5.831	8.792	14.169	39.934
	2	4.411	5.831	8.792	14.169	39.934
	2.8	4.411	5.831	8.792	14.169	39.934
0.118	1	5.719	7.561	11.400	18.373	51.795
	1.4	5.719	7.561	11.400	18.373	51.795
	2	5.719	7.561	11.400	18.373	51.795
	2.8	5.719	7.561	11.400	18.373	51.795

- Detailliertes Rechenprogramm s. Anlage H- 2

H- 2: Testpartikel zur Ermittlung der Mindestanforderung an die Aufnahmetechnik im Mikrogestaltsbereich (Rauhigkeit). Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01$ mm und $d_{äq} = 1,557$ mm

Partikel		X_a/X_b - Verhältnis			
Nr.	r_f	1	1,4	2	2,8
1	0.00				
2	0.27				
3	0.60				
4	0.92				
5	1.31				
6	1.69				
7	1.31				
8	5.17				

r_f - Relativer Rauhigkeitsflächenanteil (s. Gl. (146))

H- 3: Wertetabelle charakteristischer Parameter von Testpartikeln mit $d_{aq} = 0,49$ mm, aufgenommen mit einer Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01$ mm

Pixelkantenlänge 0.01 mm								
Partikel	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	d_{aq}	Randpixelanzahl n_r	X_a/X_b	Rauhigkeitspixel n_{pr}	Rauhigkeitsflächenanteil r_f	Sphärizität Ψ_{sp}	Umfang U_p
Nr.	[-]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[%]	[-]	[mm]
1	1839	0.48	136	1.02	0	0.00	1.00	2.20
2	1844	0.48	136	1.02	5	0.27	1.02	2.24
3	1848	0.49	137	1.02	11	0.60	1.04	2.28
4	1854	0.49	140	1.04	17	0.92	1.05	2.31
5	1860	0.49	140	1.04	24	1.31	1.06	2.34
6	1866	0.49	140	1.02	31	1.69	1.07	2.36
7	1860	0.49	137	1.00	24	1.31	1.06	2.34
8	1925	0.50	153	1.09	95	5.17	1.08	2.42
1	1839	0.48	140	1.43	0	0.00	1.01	2.22
2	1844	0.48	141	1.39	5	0.27	1.03	2.26
3	1848	0.49	142	1.38	11	0.60	1.05	2.31
4	1854	0.49	144	1.45	17	0.92	1.06	2.34
5	1860	0.49	144	1.47	24	1.31	1.07	2.35
6	1866	0.49	145	1.43	31	1.69	1.07	2.37
7	1860	0.49	143	1.36	24	1.31	1.07	2.36
8	1925	0.50	152	1.39	95	5.17	1.09	2.45
1	1839	0.48	151	2.03	0	0.00	1.08	2.36
2	1844	0.48	151	1.92	5	0.27	1.10	2.41
3	1848	0.49	151	1.97	11	0.60	1.12	2.46
4	1854	0.49	153	1.97	17	0.92	1.13	2.49
5	1860	0.49	153	2.00	24	1.31	1.13	2.48
6	1866	0.49	153	2.00	31	1.69	1.15	2.53
7	1860	0.49	151	1.97	24	1.31	1.14	2.51
8	1925	0.50	161	1.97	95	5.17	1.16	2.59
1	1839	0.48	169	3.00	0	0.00	1.17	2.56
2	1844	0.48	170	2.79	5	0.27	1.18	2.58
3	1848	0.49	171	2.83	11	0.60	1.19	2.62
4	1854	0.49	171	2.73	17	0.92	1.21	2.65
5	1860	0.49	172	2.80	24	1.31	1.22	2.68
6	1866	0.49	172	2.62	31	1.69	1.24	2.74
7	1860	0.49	171	2.71	24	1.31	1.22	2.68
8	1925	0.50	182	2.79	95	5.17	1.24	2.77

H- 4: Wertetabelle charakteristischer Parameter von Testpartikeln mit $d_{aq} = 0,65$ mm, aufgenommen mit einer Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01$ mm

Pixelkantenlänge 0.01 mm								
Partikel	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	d_{aq}	Randpixelanzahl n_r	X_a/X_b	Rauhigkeitspixel n_{pr}	Rauhigkeitsflächenanteil r_f	Sphärizität Ψ_{sp}	Umfang U_p
Nr.	[-]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[%]	[-]	[mm]
1	3220	0.64	182	1.05	0	0.00	1.00	2.52
2	3226	0.64	182	1.03	9	0.28	1.01	2.55
3	3231	0.64	183	1.03	19	0.59	1.04	2.61
4	3241	0.64	187	1.05	31	0.96	1.05	2.66
5	3250	0.64	187	1.05	42	1.30	1.06	2.69
6	3263	0.64	187	1.04	54	1.68	1.08	2.74
7	3250	0.64	183	1.03	43	1.34	1.06	2.69
8	3369	0.65	202	1.11	166	5.16	1.10	2.83
1	3220	0.64	186	1.44	0	0.00	1.01	2.54
2	3226	0.64	186	1.41	9	0.28	1.03	2.59
3	3231	0.64	187	1.42	19	0.59	1.06	2.66
4	3241	0.64	190	1.44	31	0.96	1.07	2.71
5	3250	0.64	190	1.46	42	1.30	1.08	2.72
6	3263	0.64	190	1.39	54	1.68	1.09	2.76
7	3250	0.64	187	1.38	43	1.34	1.08	2.73
8	3369	0.65	204	1.36	166	5.16	1.12	2.88
1	3220	0.64	200	2.05	0	0.00	1.07	2.68
2	3226	0.64	200	1.96	9	0.28	1.09	2.74
3	3231	0.64	200	1.96	19	0.59	1.11	2.80
4	3241	0.64	202	2.00	31	0.96	1.12	2.83
5	3250	0.64	202	1.98	42	1.30	1.12	2.84
6	3263	0.64	202	1.94	54	1.68	1.14	2.89
7	3250	0.64	200	1.88	43	1.34	1.13	2.86
8	3369	0.65	216	1.92	166	5.16	1.15	2.97
1	3220	0.64	227	3.00	0	0.00	1.15	2.88
2	3226	0.64	227	2.77	9	0.28	1.17	2.94
3	3231	0.64	229	2.87	19	0.59	1.19	3.00
4	3241	0.64	229	2.94	31	0.96	1.20	3.04
5	3250	0.64	231	2.96	42	1.30	1.21	3.06
6	3263	0.64	231	2.96	54	1.68	1.22	3.08
7	3250	0.64	229	2.80	43	1.34	1.22	3.07
8	3369	0.65	244	2.91	166	5.16	1.24	3.19

H- 5: Wertetabelle charakteristischer Parameter von Testpartikeln mit $d_{aq} = 0,97$ mm, aufgenommen mit einer Pixelkantenlänge $d_{ak} = d_{bk} = 0,01$ mm

Pixelkantenlänge 0.01 mm								
Partikel	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	d_{aq}	Randpixelanzahl n_r	X_a/X_b	Rauhigkeitspixel n_{pr}	Rauhigkeitsflächenanteil r_f	Sphärizität Ψ_{sp}	Umfang U_p
Nr.	[-]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[%]	[-]	[mm]
1	7311	0.96	277	1.04	0	0.00	1.01	3.82
2	7333	0.97	280	1.03	22	0.30	1.02	3.89
3	7352	0.97	280	1.03	43	0.59	1.05	4.00
4	7375	0.97	284	1.06	70	0.96	1.07	4.07
5	7401	0.97	285	1.05	95	1.30	1.08	4.10
6	7422	0.97	283	1.03	124	1.70	1.09	4.17
7	7403	0.97	281	1.03	97	1.33	1.08	4.12
8	7668	0.99	307	1.12	379	5.18	1.12	4.35
1	7311	0.96	286	1.43	0	0.00	1.01	3.84
2	7333	0.97	287	1.41	22	0.30	1.03	3.91
3	7352	0.97	287	1.39	43	0.59	1.06	4.03
4	7375	0.97	293	1.43	70	0.96	1.08	4.11
5	7401	0.97	293	1.46	95	1.30	1.09	4.14
6	7422	0.97	294	1.44	124	1.70	1.10	4.21
7	7403	0.97	289	1.39	97	1.33	1.09	4.16
8	7668	0.99	315	1.39	379	5.18	1.14	4.41
1	7311	0.96	308	2.04	0	0.00	1.06	4.02
2	7333	0.97	308	1.98	22	0.30	1.09	4.13
3	7352	0.97	308	1.99	43	0.59	1.11	4.22
4	7375	0.97	312	2.04	70	0.96	1.13	4.31
5	7401	0.97	316	2.01	95	1.30	1.14	4.34
6	7422	0.97	317	1.98	124	1.70	1.15	4.39
7	7403	0.97	315	1.97	97	1.33	1.14	4.35
8	7668	0.99	337	1.98	379	5.18	1.18	4.56
1	7311	0.96	344	2.91	0	0.00	1.16	4.38
2	7333	0.97	345	2.72	22	0.30	1.18	4.46
3	7352	0.97	347	2.80	43	0.59	1.20	4.54
4	7375	0.97	349	2.89	70	0.96	1.22	4.63
5	7401	0.97	354	2.94	95	1.30	1.23	4.67
6	7422	0.97	357	2.83	124	1.70	1.24	4.73
7	7403	0.97	351	2.75	97	1.33	1.22	4.67
8	7668	0.99	375	2.65	379	5.18	1.26	4.88

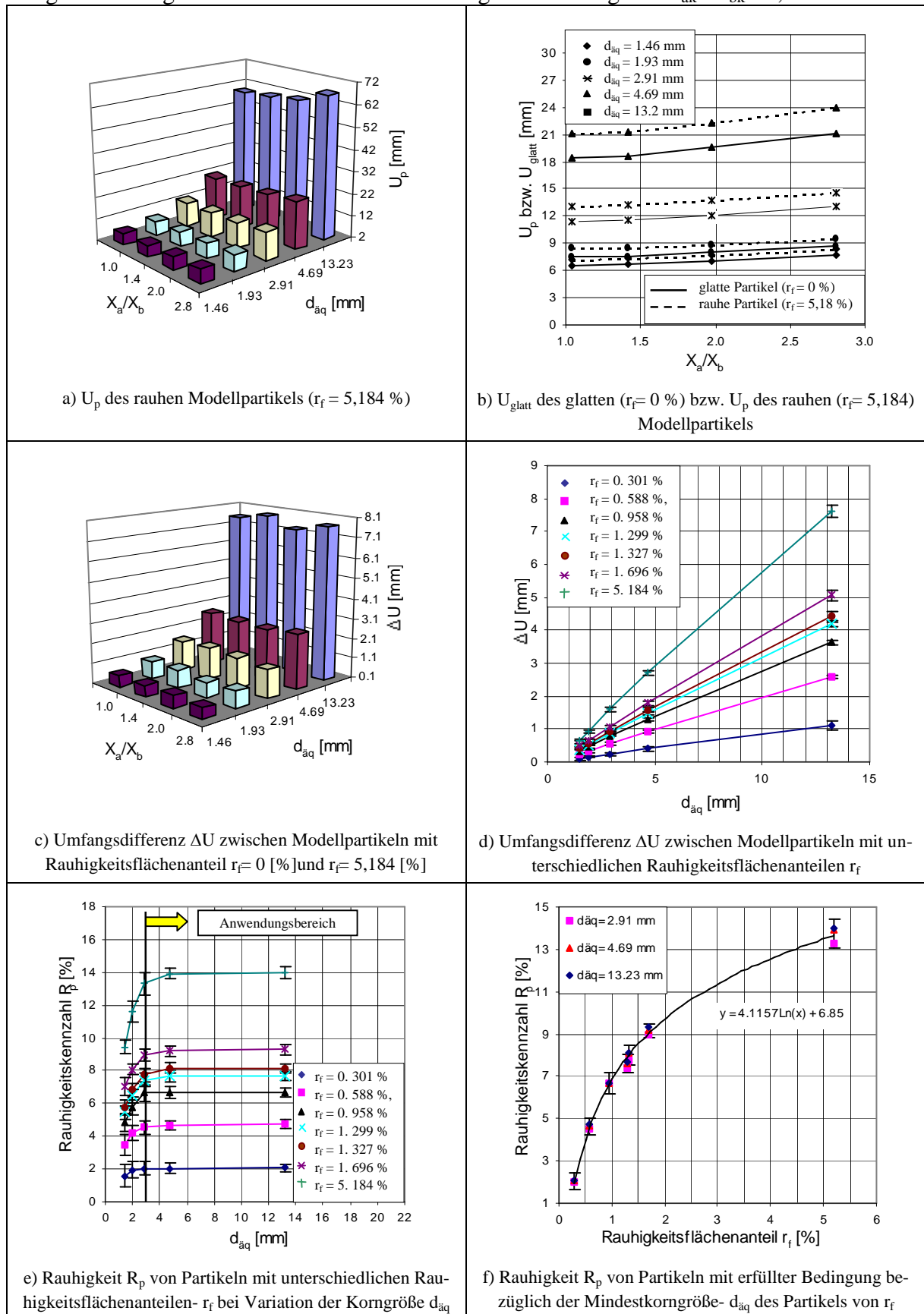
H- 6: Wertetabelle charakteristischer Parameter von Testpartikeln mit $d_{aq}= 1,56$ mm und unterschiedlichem Rauflächenanteil r_f bei vorgegebenem X_a/X_b - Verhältnis und Pixelkantenlänge $d_{ak}= d_{bk}= 0,01$ mm.

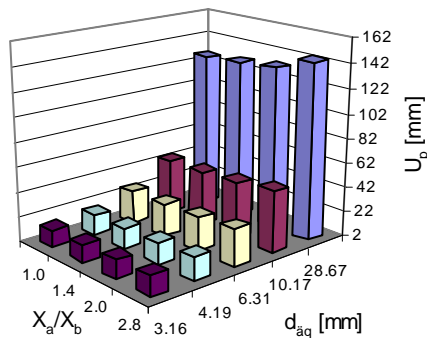
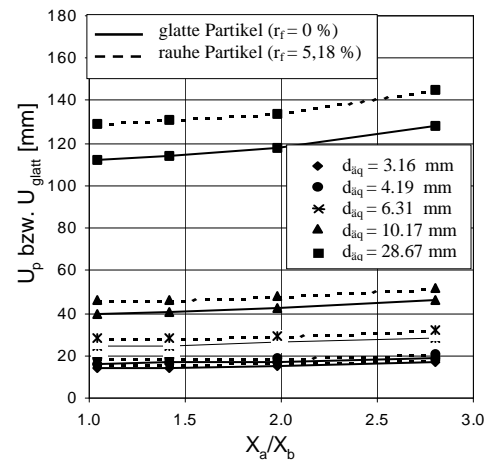
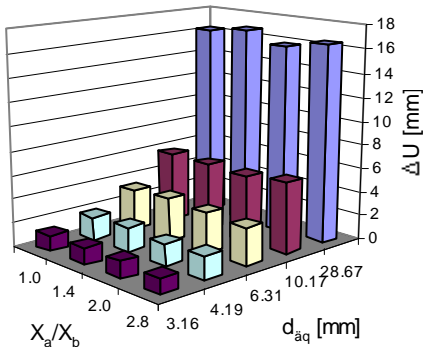
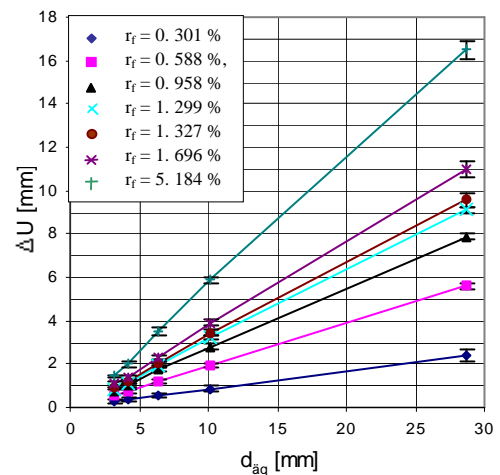
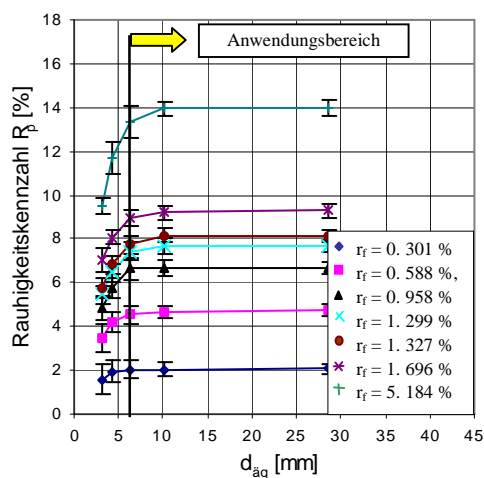
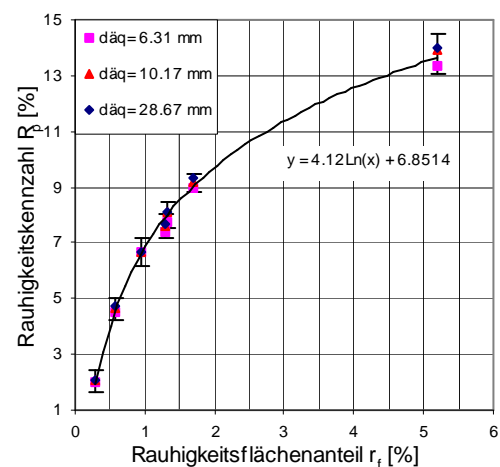
Pixelkantenlänge 0.01 mm								
Partikel	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	d_{aq}	Randpixelanzahl n_r	X_a/X_b	Rauigkeitspixel n_{pr}	Rauigkeitsflächenanteil r_f	Sphärizität Ψ_{sp}	Umfang U_p
Nr.	[-]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[%]	[-]	[mm]
1	18970	1.55	440	1.03	0	0.00	1.01	6.14
2	19027	1.56	440	1.03	57	0.30	1.02	6.26
3	19083	1.56	440	1.05	113	0.60	1.05	6.45
4	19152	1.56	453	1.06	182	0.96	1.07	6.58
5	19216	1.56	453	1.06	246	1.30	1.08	6.65
6	19288	1.57	453	1.04	318	1.68	1.10	6.76
7	19221	1.56	442	1.03	251	1.32	1.09	6.69
8	19909	1.59	495	1.10	939	4.95	1.13	7.05
1	18970	1.55	450	1.41	0	0.00	1.02	6.22
2	19027	1.56	450	1.41	57	0.30	1.04	6.34
3	19083	1.56	450	1.40	113	0.60	1.06	6.50
4	19152	1.56	458	1.41	182	0.96	1.08	6.63
5	19216	1.56	458	1.43	246	1.30	1.10	6.73
6	19288	1.57	458	1.36	318	1.68	1.11	6.81
7	19221	1.56	450	1.37	251	1.32	1.10	6.73
8	19909	1.59	491	1.38	939	4.95	1.14	7.12
1	18970	1.55	488	2.02	0	0.00	1.07	6.52
2	19027	1.56	488	1.93	57	0.30	1.09	6.68
3	19083	1.56	488	1.97	113	0.60	1.12	6.84
4	19152	1.56	494	2.03	182	0.96	1.14	6.98
5	19216	1.56	494	1.99	246	1.30	1.14	7.02
6	19288	1.57	494	1.94	318	1.68	1.16	7.14
7	19221	1.56	488	1.92	251	1.32	1.15	7.06
8	19909	1.59	525	1.89	939	4.95	1.18	7.40
1	18970	1.55	548	2.88	0	0.00	1.16	7.06
2	19027	1.56	548	2.70	57	0.30	1.18	7.19
3	19083	1.56	549	2.72	113	0.60	1.20	7.36
4	19152	1.56	555	2.81	182	0.96	1.22	7.48
5	19216	1.56	556	2.88	246	1.30	1.22	7.52
6	19288	1.57	556	2.75	318	1.68	1.24	7.64
7	19221	1.56	550	2.62	251	1.32	1.23	7.57
8	19909	1.59	588	2.70	939	4.95	1.28	7.99

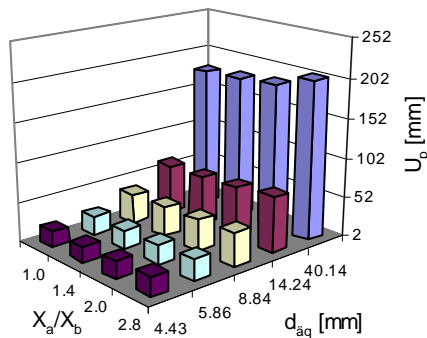
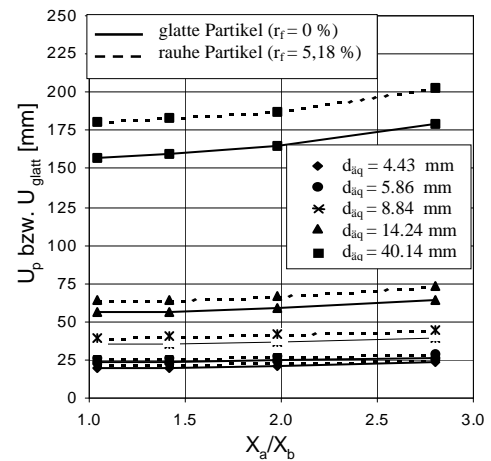
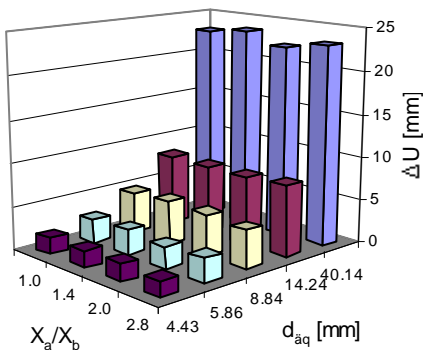
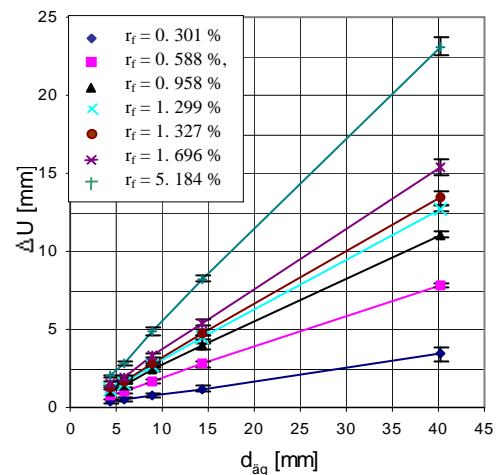
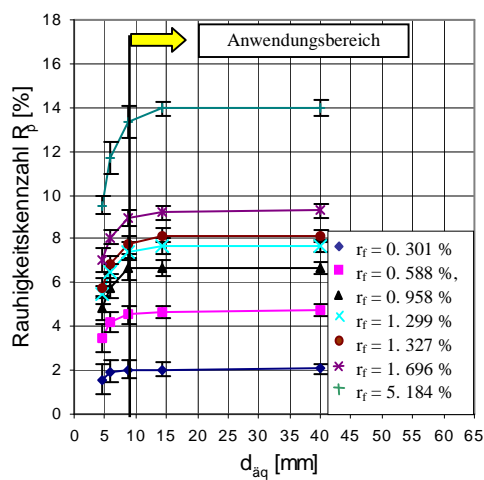
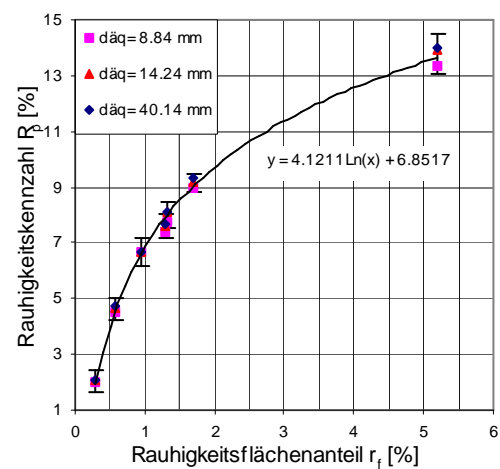
H- 7: Wertetabelle charakteristischer Parameter von Testpartikeln mit $d_{\text{aq}} = 4,41$ mm, aufgenommen mit einer Pixelkantenlänge $d_{\text{ak}} = d_{\text{bk}} = 0,01$ mm

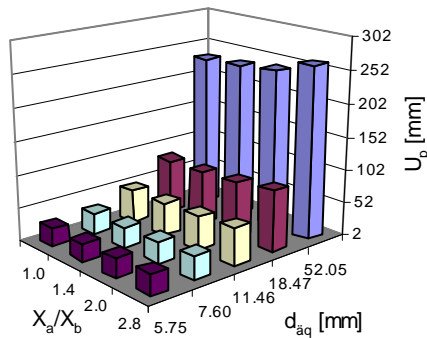
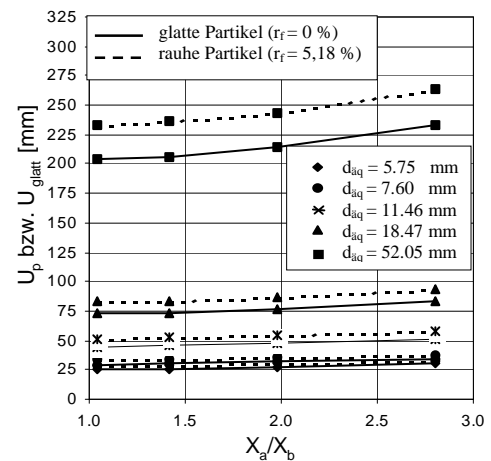
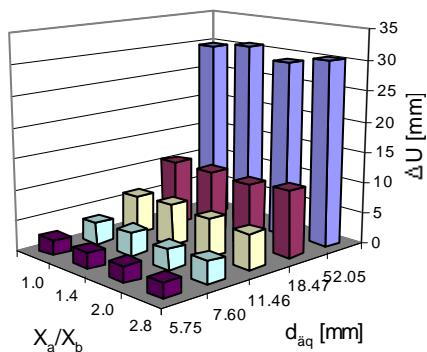
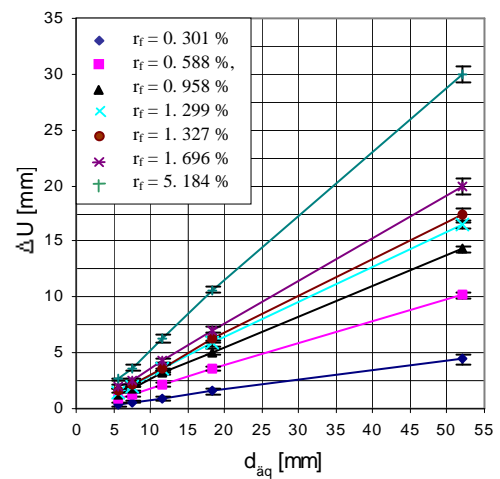
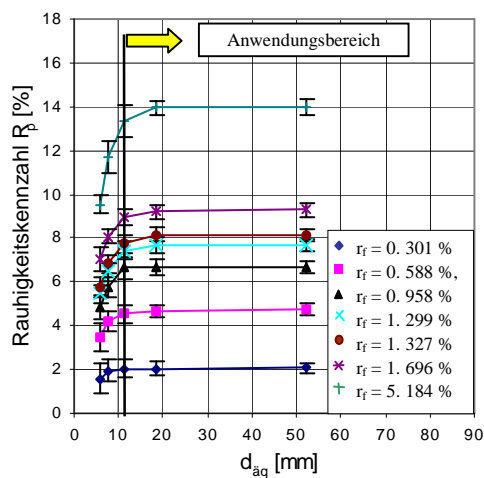
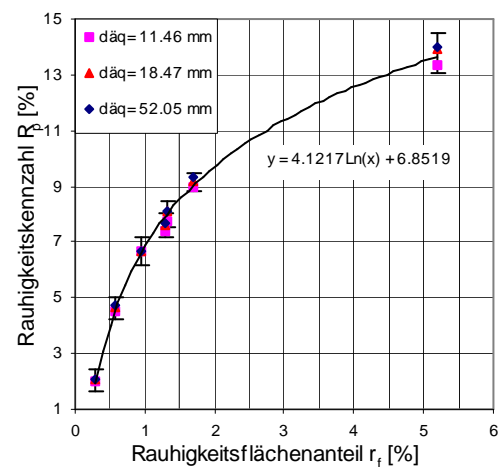
Pixelkantenlänge 0.01 mm								
Partikel	Pixelanzahl in der Projektionsfläche n_g	d_{aq}	Randpixelanzahl n_r	X_a/X_b	Rauhigkeitspixel n_{pr}	Rauhigkeitsflächenanteil r_f	Sphärizität Ψ_{sp}	Umfang U_p
Nr.	[-]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[%]	[-]	[mm]
1	150879	4.38	1253	1.02	0	0.00	1.00	17.29
2	151293	4.39	1265	1.02	454	0.30	1.02	17.64
3	151625	4.39	1276	1.02	903	0.60	1.05	18.13
4	152453	4.41	1291	1.04	1462	0.96	1.07	18.48
5	152701	4.41	1301	1.04	1980	1.30	1.08	18.68
6	153198	4.42	1313	1.02	2568	1.68	1.09	18.94
7	152536	4.41	1299	1.00	2018	1.32	1.08	18.74
8	157670	4.48	1352	1.09	7804	4.95	1.13	19.81
1	150382	4.38	1288	1.43	0	0.00	1.02	17.49
2	151045	4.39	1298	1.39	453	0.30	1.03	17.82
3	151293	4.39	1304	1.38	901	0.60	1.06	18.35
4	152204	4.40	1317	1.45	1460	0.96	1.08	18.67
5	152618	4.41	1324	1.47	1979	1.30	1.09	18.88
6	153198	4.42	1334	1.43	2568	1.68	1.11	19.20
7	152287	4.40	1321	1.36	2014	1.32	1.09	18.92
8	157504	4.48	1380	1.39	7796	4.95	1.14	20.10
1	150300	4.37	1402	2.03	0	0.00	1.05	18.12
2	150962	4.38	1411	1.92	453	0.30	1.08	18.54
3	151459	4.39	1419	1.97	902	0.60	1.10	19.05
4	152370	4.40	1431	1.97	1461	0.96	1.12	19.40
5	152867	4.41	1438	2.00	1982	1.30	1.13	19.59
6	153198	4.42	1445	2.00	2568	1.68	1.15	19.88
7	152370	4.40	1434	1.97	2016	1.32	1.14	19.67
8	157670	4.48	1494	1.97	7804	4.95	1.17	20.58
1	149720	4.37	1558	3.00	0	0.00	1.15	19.75
2	150382	4.38	1568	2.79	451	0.30	1.17	20.15
3	150714	4.38	1573	2.83	897	0.60	1.19	20.57
4	152039	4.40	1590	2.73	1458	0.96	1.21	20.95
5	152453	4.41	1596	2.80	1976	1.30	1.22	21.10
6	152950	4.41	1604	2.62	2563	1.68	1.23	21.39
7	152121	4.40	1593	2.71	2012	1.32	1.23	21.21
8	157670	4.48	1658	2.79	7804	4.95	1.27	22.32

H- 8: Graphische Darstellung der Modellrechnungen mit anderen Pixelgrößen

Ausgewählte Ergebnisse der Modelluntersuchungen mit Pixelgröße $d_{ak} = d_{bk} = 0,03$ mm

Ausgewählte Ergebnisse der Modelluntersuchungen mit Pixelgröße $d_{ak} = d_{bk} = 0,065 \text{ mm}$ a) U_p des rauhen Modellpartikel ($r_f = 5,184 \%$)b) U_{glatt} des glatten ($r_f = 0 \%$) bzw. U_p des rauhen ($r_f = 5,184 \%$) Modellpartikelsc) Umfangsdifferenz ΔU zwischen Modellpartikeln mit Rauigkeitsflächenanteil $r_f = 0 \%$ und $r_f = 5,184 \%$ d) Umfangsdifferenz ΔU zwischen Modellpartikeln mit unterschiedlichen Rauigkeitsflächenanteilen r_f e) Rauigkeit R_p von Partikeln mit unterschiedlichen Rauigkeitsflächenanteilen- r_f bei Variation der Korngröße d_{aq} f) Rauigkeit R_p von Partikeln mit erfüllter Bedingung bezüglich der Mindestkorngröße- d_{aq} des Partikels von r_f

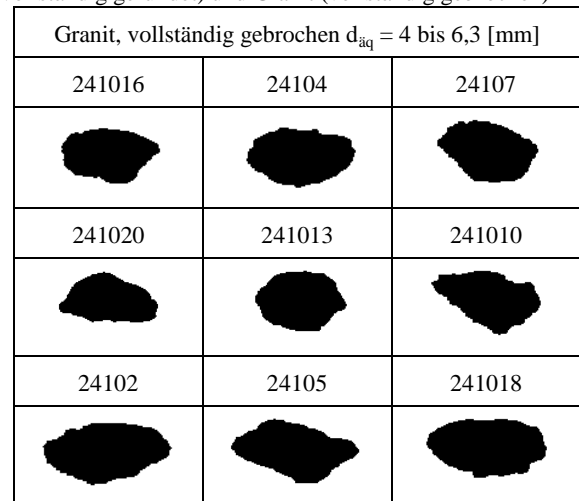
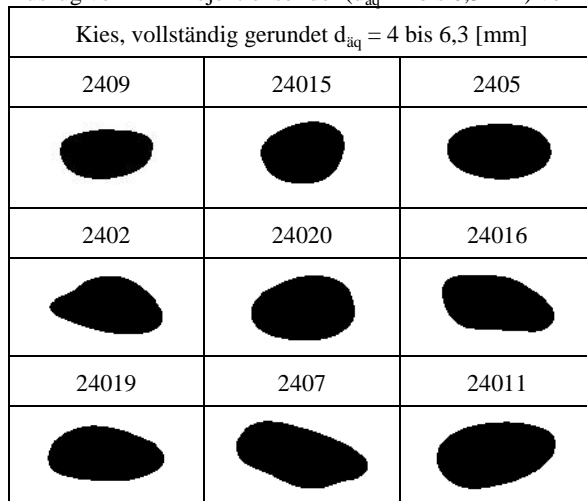
Ausgewählte Ergebnisse der Modelluntersuchungen mit Pixelgröße $d_{ak} = d_{bk} = 0,091 \text{ mm}$ a) U_p des rauhen Modellpartikel ($r_f = 5,184 \%$)b) U_{glatt} des glatten ($r_f = 0 \%$) bzw. U_p des rauhen ($r_f = 5,184 \%$) Modellpartikelsc) Umfangsdifferenz ΔU zwischen Modellpartikeln mit Rauigkeitsflächenanteil $r_f = 0 \%$ und $r_f = 5,184 \%$ d) Umfangsdifferenz ΔU zwischen Modellpartikeln mit unterschiedlichen Rauigkeitsflächenanteilen r_f e) Rauigkeit R_p von Partikeln mit unterschiedlichen Rauigkeitsflächenanteilen- r_f bei Variation der Korngröße d_{aq} f) Rauigkeit R_p von Partikeln mit erfüllter Bedingung bezüglich der Mindestkorngröße- d_{aq} des Partikels von r_f

Ausgewählte Ergebnisse der Modelluntersuchungen mit Pixelgröße $d_{ak} = d_{bk} = 0,118 \text{ mm}$ a) U_p des rauhen Modellpartikel ($r_f = 5,184 \%$)b) U_{glatte} des glatten ($r_f = 0 \%$) bzw. U_p des rauhen ($r_f = 5,184 \%$) Modellpartikelsc) Umfangsdifferenz ΔU zwischen Modellpartikeln mit Rauigkeitsflächenanteil $r_f = 0 \%$ und $r_f = 5,184 \%$ d) Umfangsdifferenz ΔU zwischen Modellpartikeln mit unterschiedlichen Rauigkeitsflächenanteilen r_f e) Rauigkeit R_p von Partikeln mit unterschiedlichen Rauigkeitsflächenanteilen- r_f bei Variation der Korngröße d_{aq} f) Rauigkeit R_p von Partikeln mit erfüllter Bedingung bezüglich der Mindestkorngröße- d_{aq} des Partikels von r_f

Anhang I: Berechnungen mit Realpartikeln bezüglich der neuen Rauigkeitskennzahl R_p und die Mindestanforderungen an die Aufnahmetechnik

I- 1: Abbildungs- und Wertetabelle der Untersuchungen mit Splittgemische $d_{\text{aq}} = 4$ bis 16 mm
(vollständig gebrochenem Granit bzw. vollständig gerundetem Kies)

Auszug von 2-D Projektionsbilder ($d_{\text{aq}} = 4$ bis 6,3 mm) von Kies (vollständig gerundet) und Granit (vollständig gebrochen)



Kies vollständig gerundet $d_{\text{aq}} = 4$ bis 6,3 [mm]						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
2409	4.74	19.97	1.87	1.34	19.61	1.82
24015	5.15	20.36	1.36	1.26	20.16	0.98
2405	5.40	22.46	1.88	1.33	22.36	0.47
2402	5.46	23.01	1.99	1.34	22.88	0.57
24020	5.55	22.43	1.63	1.29	22.35	0.34
24016	5.62	24.23	2.10	1.37	23.83	1.67
24019	5.75	24.88	2.16	1.38	24.58	1.19
2407	5.92	26.04	2.38	1.40	25.93	0.42
24011	6.16	26.18	1.92	1.35	25.64	2.10

Granit vollständig gebrochen $d_{\text{aq}} = 4$ bis 6,3 [mm]						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
241016	4.82	21.29	1.89	1.41	19.97	6.63
24104	5.11	22.20	2.06	1.38	21.58	2.89
24107	5.50	23.96	1.82	1.39	22.65	5.80
241020	5.34	23.90	2.05	1.42	22.55	6.00
241013	5.55	23.11	1.57	1.33	22.23	3.96
241010	5.51	25.33	2.13	1.46	23.45	7.34
24102	5.74	25.84	2.16	1.43	24.55	5.29
24105	5.98	27.86	2.23	1.48	25.78	8.08
241018	6.11	27.16	2.23	1.42	26.31	3.22

Kies vollständig gerundet $d_{\text{aq}} = 6.3$ bis 8 [mm]						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
2604	5.98	26.88	2.50	1.43	26.56	1.20
2605	6.52	26.57	1.52	1.30	26.01	2.17
2603	6.66	26.73	1.38	1.28	26.18	2.10
26015	6.69	28.22	1.94	1.34	27.96	0.93
2608	6.78	29.43	2.17	1.38	29.02	1.40
2602	7.16	28.57	1.45	1.27	28.35	0.80
26010	7.51	32.83	2.32	1.39	32.74	0.27
26018	7.64	30.70	1.50	1.28	30.43	0.87
26011	8.00	32.09	1.43	1.28	31.64	1.41

Granit vollständig gebrochen $d_{\text{aq}} = 6.3$ bis 8 [mm]						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
261013	6.13	30.06	2.46	1.56	27.09	10.95
26105	6.50	28.03	1.56	1.37	26.05	7.60
261017	6.67	28.21	1.41	1.35	26.30	7.26
26104	6.70	29.85	1.78	1.42	27.51	8.50
261018	6.82	30.39	2.13	1.42	29.10	4.45
26103	7.90	38.95	2.68	1.57	35.82	8.72
261016	6.97	30.76	1.81	1.41	28.71	7.13
26107	7.11	30.58	1.56	1.37	28.48	7.37
26106	8.36	37.31	1.81	1.42	34.50	8.14

Kies vollständig gerundet $d_{\text{aq}} = 8 \text{ bis } 10 \text{ [mm]}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
28010	8.14	35.82	2.27	1.40	35.34	1.37
2808	8.24	33.02	1.37	1.28	32.39	1.97
2801	8.41	34.07	1.51	1.29	33.57	1.48
28014	8.49	33.90	1.32	1.27	33.19	2.13
2804	8.50	33.85	1.37	1.27	33.43	1.27
2803	8.80	35.49	1.50	1.28	35.08	1.17
2806	8.88	34.95	1.29	1.25	34.62	0.97
28013	8.96	37.87	1.94	1.35	37.51	0.97
28011	9.11	36.22	1.36	1.27	35.79	1.20
2802	9.49	38.35	1.52	1.29	37.94	0.24
2809	9.86	41.38	1.91	1.34	41.16	0.54

Granit vollständig gebrochen $d_{\text{aq}} = 8 \text{ bis } 10 \text{ [mm]}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
281010	8.22	39.29	2.23	1.52	35.51	10.63
281013	8.18	36.07	1.41	1.40	32.29	11.71
28106	8.39	36.68	1.53	1.39	33.55	9.33
281016	8.50	37.81	1.36	1.42	33.37	13.32
281017	8.52	37.13	1.42	1.39	33.67	10.27
28101	8.79	38.09	1.47	1.38	34.92	9.07
281019	8.83	38.80	1.35	1.40	34.62	12.07
281012	8.91	41.21	1.87	1.47	36.97	11.49
281020	9.13	38.99	1.34	1.36	35.80	8.93
28104	9.49	43.05	1.56	1.44	38.11	12.96
281014	9.87	45.90	1.99	1.48	41.57	10.43

Kies vollständig gerundet $d_{\text{aq}} = 10 \text{ bis } 16 \text{ [mm]}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
210015	10.22	46.96	2.71	1.46	46.59	0.79
21004	10.37	43.68	2.04	1.34	43.94	0.58
21008	10.69	42.46	1.38	1.26	42.11	0.83
21003	10.90	45.66	1.79	1.33	44.93	1.63
210019	11.17	45.48	1.51	1.30	44.64	1.54
210017	11.14	46.69	1.88	1.33	46.37	0.69
21009	12.17	51.10	1.98	1.34	51.26	0.31
21002	12.37	53.33	2.25	1.37	53.66	0.62
210016	12.79	51.53	1.39	1.28	50.50	2.04
21006	13.00	53.15	1.50	1.30	52.02	2.18
210018	13.07	55.57	1.89	1.35	54.55	1.88

Granit vollständig gebrochen $d_{\text{aq}} = 10 \text{ bis } 16 \text{ [mm]}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
210105	10.13	50.59	2.75	1.59	46.37	9.12
210107	11.05	49.59	1.78	1.43	45.49	8.99
2101014	11.17	49.58	1.42	1.41	44.23	12.11
2101017	11.18	52.65	1.90	1.50	46.66	12.84
2101010	11.61	50.30	1.33	1.38	45.50	10.53
210102	12.02	55.70	2.03	1.47	50.91	9.39
2101011	12.37	57.01	1.83	1.47	51.25	11.22
2101013	12.39	58.60	2.30	1.51	54.04	8.44
2101020	12.76	56.76	1.32	1.42	50.05	13.39
210104	13.02	58.56	1.52	1.43	52.15	12.28
2101015	13.06	59.64	1.87	1.45	54.40	9.62

I- 2: Ergebnisse der Untersuchungen mit Siliziumkarbid- SiC $d_{aq} = 15$ bis $40 \mu\text{m}$

Probe 1 (vor dem Schneidvorgang) $d_{aq} = 15$ bis $20 \mu\text{m}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
20101	0.0155	0.065	1.65	1.33	0.062	4.45
20102	0.0160	0.075	2.46	1.49	0.070	6.56
20103	0.0161	0.066	1.36	1.30	0.063	5.22
20104	0.0165	0.074	2.13	1.43	0.070	6.69
20105	0.0171	0.069	1.20	1.28	0.065	5.63
20106	0.0178	0.074	1.25	1.33	0.068	8.64
20107	0.0179	0.081	2.23	1.44	0.077	6.17
20108	0.0184	0.088	2.67	1.53	0.083	6.89
20109	0.0189	0.078	1.13	1.31	0.071	8.97
20110	0.0196	0.085	1.75	1.38	0.080	7.26

Probe 2 (nach dem Schneidvorgang) $d_{aq} = 15$ bis $20 \mu\text{m}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
20001	0.0153	0.063	1.42	1.32	0.060	6.05
20002	0.0160	0.069	1.83	1.38	0.065	6.15
20003	0.0161	0.073	2.64	1.44	0.072	1.41
20004	0.0167	0.070	1.85	1.34	0.068	3.09
20005	0.0167	0.068	1.16	1.29	0.064	6.67
20006	0.0173	0.075	1.80	1.38	0.070	6.46
20007	0.0174	0.070	1.26	1.28	0.067	4.56
20008	0.0176	0.083	2.73	1.50	0.079	4.46
20009	0.0198	0.081	1.26	1.30	0.076	6.45
20010	0.0199	0.084	1.60	1.35	0.079	6.09

Probe 1 (vor dem Schneidvorgang) $d_{aq} = 20$ bis $25 \mu\text{m}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
25101	0.0184	0.090	2.68	1.59	0.083	9.14
25102	0.0195	0.085	1.71	1.42	0.079	8.42
25103	0.0200	0.086	1.54	1.39	0.079	8.24
25104	0.0201	0.091	1.94	1.47	0.083	9.10
25105	0.0205	0.093	2.32	1.47	0.088	4.66
25106	0.0237	0.119	2.92	1.62	0.109	8.35
25107	0.0209	0.094	1.98	1.45	0.087	7.69
25108	0.0213	0.093	1.70	1.42	0.086	8.20
25109	0.0242	0.106	1.67	1.42	0.097	8.82
25110	0.0251	0.114	1.98	1.47	0.105	8.70

Probe 2 (nach dem Schneidvorgang) $d_{aq} = 20$ bis $25 \mu\text{m}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
25001	0.0179	0.081	2.55	1.47	0.077	5.87
25002	0.0196	0.081	1.55	1.34	0.075	7.12
25003	0.0200	0.081	1.41	1.32	0.076	7.07
25004	0.0201	0.085	1.98	1.38	0.081	5.71
25005	0.0203	0.089	2.21	1.42	0.084	6.16
25006	0.0215	0.087	1.48	1.31	0.082	5.70
25007	0.0225	0.098	2.37	1.41	0.095	2.98
25008	0.0229	0.093	1.53	1.32	0.088	5.76
25009	0.0240	0.097	1.46	1.31	0.091	6.34
25010	0.0252	0.105	1.94	1.36	0.101	4.30

Probe 1 (vor dem Schneidvorgang) $d_{aq} = 25$ bis $30 \mu\text{m}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
30101	0.0247	0.119	2.30	1.57	0.106	11.83
30102	0.0245	0.107	1.45	1.41	0.097	10.69
30103	0.0252	0.110	1.57	1.42	0.100	9.46
30104	0.0255	0.112	1.40	1.42	0.100	11.97
30105	0.0256	0.111	1.47	1.41	0.101	10.01
30106	0.0264	0.115	1.51	1.42	0.104	10.32
30107	0.0265	0.114	1.39	1.40	0.103	10.17
30108	0.0267	0.123	1.88	1.49	0.110	11.52
30109	0.0274	0.117	1.38	1.39	0.107	9.80
30110	0.0285	0.130	1.61	1.48	0.114	13.88
30111	0.0296	0.137	2.05	1.51	0.125	10.28

Probe 2 (nach dem Schneidvorgang) $d_{aq} = 25$ bis $30 \mu\text{m}$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
30001	0.0244	0.112	2.34	1.48	0.106	5.48
30002	0.0247	0.104	1.41	1.36	0.097	7.26
30003	0.0252	0.108	1.56	1.39	0.100	7.25
30004	0.0255	0.107	1.36	1.36	0.099	7.44
30005	0.0255	0.106	1.41	1.35	0.100	6.52
30006	0.0264	0.111	1.54	1.37	0.105	5.83
30007	0.0266	0.111	1.33	1.35	0.103	7.11
30008	0.0269	0.119	2.00	1.44	0.112	6.01
30009	0.0273	0.115	1.40	1.37	0.107	7.52
30010	0.0285	0.121	1.56	1.37	0.113	6.26
30011	0.0296	0.130	1.96	1.43	0.123	5.57

Probe 1 (vor dem Schneidvorgang) $d_{aq} = 30$ bis $40 \mu m$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
40101	0.0304	0.150	2.69	1.56	0.137	9.47
40102	0.0332	0.150	1.74	1.42	0.135	11.12
40103	0.0335	0.146	1.39	1.37	0.131	11.25
40104	0.0335	0.157	1.86	1.48	0.138	13.66
40105	0.0348	0.150	1.30	1.36	0.135	11.08
40106	0.0361	0.165	1.99	1.44	0.151	9.14
40107	0.0371	0.168	1.79	1.43	0.152	10.90
40108	0.0372	0.176	2.25	1.49	0.160	9.88
40109	0.0383	0.165	1.30	1.36	0.149	11.22
40110	0.0390	0.173	1.49	1.40	0.155	12.12
40111	0.0392	0.177	1.83	1.43	0.161	9.98

Probe 2 (nach dem Schneidvorgang) $d_{aq} = 30$ bis $40 \mu m$						
Partikel Nr.	d_{aq}	U_p	X_a/X_b	Ψ_{sp}	U_{glatt}	R_p
-	[mm]	[mm]	-	-	[mm]	[%]
40001	0.0306	0.148	2.80	1.53	0.140	6.06
40002	0.0311	0.141	2.10	1.43	0.132	6.94
40003	0.0321	0.134	1.42	1.32	0.126	6.56
40004	0.0327	0.142	1.84	1.37	0.134	5.62
40005	0.0335	0.144	1.55	1.35	0.133	7.63
40006	0.0334	0.148	1.93	1.40	0.139	6.67
40007	0.0365	0.163	2.04	1.41	0.154	6.19
40008	0.0371	0.172	2.32	1.46	0.161	6.82
40009	0.0384	0.159	1.43	1.30	0.151	5.26
40010	0.0390	0.167	1.55	1.35	0.156	7.40
40011	0.0392	0.176	1.94	1.41	0.163	7.49

Anhang J: Berechnungen mit Realpartikeln (gebrochen und ungebrochen) zur Ermittlung einer Korrelation zwischen Fourierkoeffizienten (neue Methode bzw. Radius-Winkel-Funktion) und der Rauigkeitskennzahl R_p

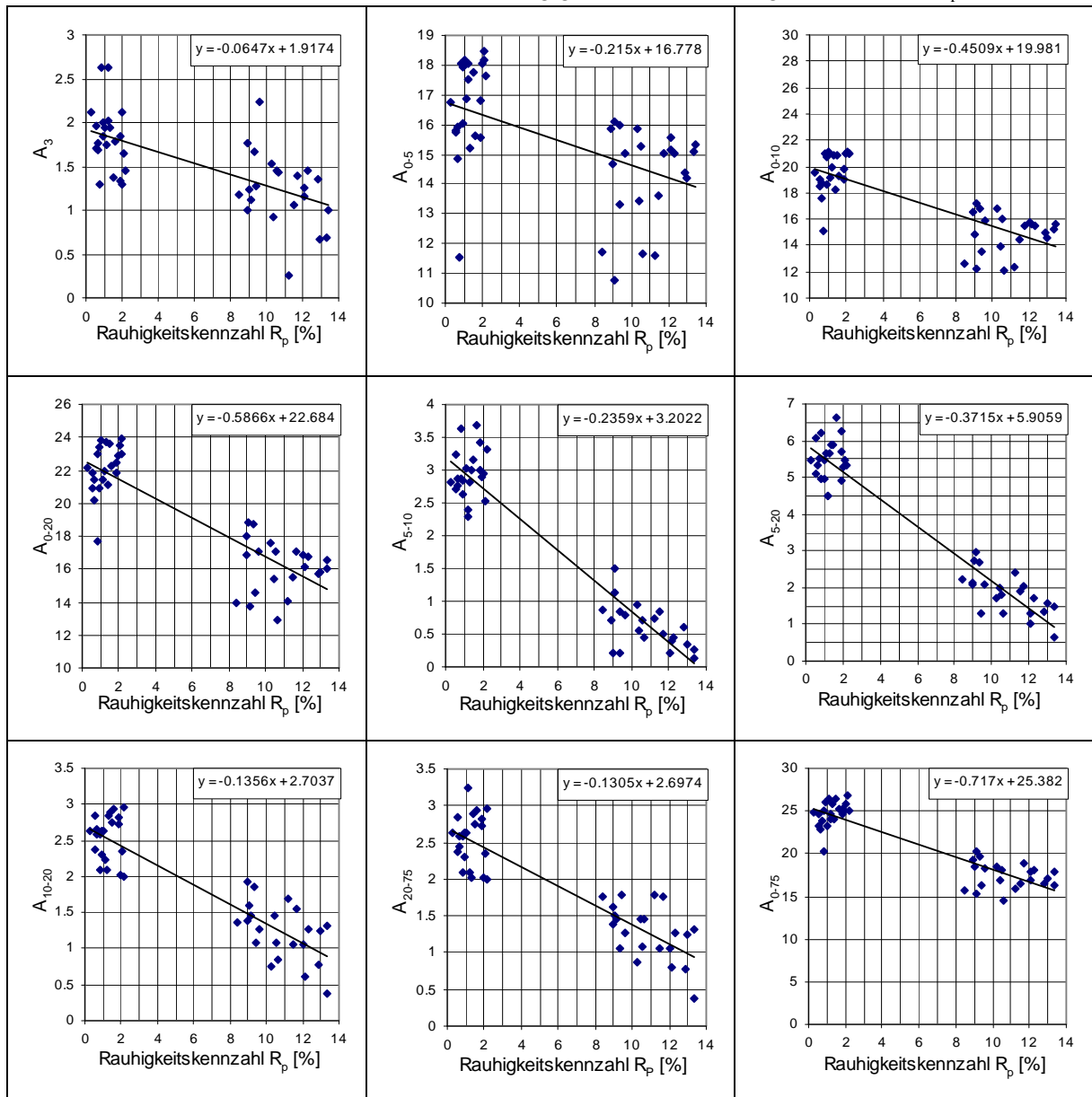
J- 1: Normierte Fourierkoeffizienten (neue Methode) für Realpartikel (vollständig gerundetem Kies)

Partikel Nr.	Normierte Fourierkoeffizienten (vollständig gerundetem Kies)															
	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
2801	3.830	10.490	1.154	1.375	0.182	0.696	17.728	20.885	23.622	3.157	5.894	8.631	2.737	5.474	2.737	26.359
2802	2.944	10.470	1.374	1.942	0.401	1.015	18.145	21.165	23.803	3.020	5.658	8.297	2.639	5.277	2.639	26.442
2803	1.110	10.520	1.697	1.742	0.916	0.907	16.891	19.171	21.404	2.280	4.514	7.747	2.234	5.467	3.234	24.638
2804	2.163	10.300	1.643	2.630	0.314	1.020	18.070	20.896	23.727	2.826	5.657	7.689	2.832	4.863	2.032	25.759
2806	1.752	10.500	1.360	2.004	0.939	1.354	17.909	20.741	23.361	2.832	5.453	8.073	2.621	5.241	2.621	25.982
2808	2.797	10.452	1.147	1.299	0.801	1.541	18.037	20.919	22.931	2.882	4.893	6.905	2.011	4.022	2.011	24.942
2809	1.077	9.420	1.950	1.957	0.279	1.035	15.717	18.965	21.797	3.248	6.080	8.912	2.832	5.664	2.832	24.629
28010	2.789	8.000	0.904	1.935	0.866	0.726	15.221	18.228	21.110	3.008	5.890	8.772	2.882	5.764	2.882	23.992
28011	2.626	10.350	0.856	2.012	0.782	0.874	17.500	19.887	21.982	2.388	4.482	6.577	2.095	4.189	2.095	24.076
28013	1.358	9.540	1.652	1.852	0.822	0.792	16.017	18.661	20.959	2.644	4.942	7.240	2.298	4.596	2.298	23.257
28014	2.272	10.850	2.986	1.650	0.289	0.404	18.451	20.988	23.944	2.537	5.492	8.448	2.956	5.911	2.956	26.899
21002	1.976	8.790	0.849	1.688	0.994	0.557	14.854	17.609	20.189	2.755	5.335	7.916	2.581	5.161	2.581	22.770
21003	0.257	9.896	2.254	1.780	0.719	0.741	15.647	19.330	22.274	3.683	6.627	9.571	2.944	5.889	2.944	25.218
21004	2.670	8.620	1.768	1.707	0.151	0.874	15.790	18.507	20.881	2.717	5.090	7.464	2.374	4.747	2.374	23.254
21006	2.289	10.500	2.251	1.451	0.472	0.684	17.647	20.961	22.967	3.314	5.320	7.326	2.006	4.013	2.006	24.973
21008	1.000	10.720	2.260	2.628	0.222	1.233	18.062	20.924	23.007	2.862	4.945	7.028	2.083	4.166	2.083	25.090
21009	2.936	9.352	1.153	2.122	0.150	1.024	16.738	19.566	22.195	2.829	5.457	8.086	2.629	5.257	2.629	24.824
210015	1.380	7.000	0.827	1.289	0.424	0.602	11.522	15.159	17.732	3.638	6.210	8.782	2.572	5.145	2.572	20.304
210016	1.456	10.750	2.365	2.112	0.503	1.009	18.195	21.149	23.496	2.953	5.300	7.647	2.347	4.694	2.347	25.843
210017	1.352	9.110	1.131	1.761	1.384	1.210	15.947	18.808	21.451	2.861	5.504	7.947	2.643	5.086	2.443	23.894
210018	2.733	9.702	0.985	1.324	0.154	0.689	15.587	19.018	21.845	3.431	6.258	9.084	2.826	5.653	2.826	24.671
210019	1.575	10.180	0.961	1.840	0.479	1.752	16.787	19.780	22.496	2.993	5.709	8.425	2.716	5.431	2.716	25.212

J- 2: Normierte Fourierkoeffizienten (neue Methode) für Realpartikel (vollständig gebrochene Granit)

Partikel Nr.	Normierte Fourierkoeffizienten (vollständig gebrochene Granit)															
	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
28101	1.087	10.250	1.355	1.243	0.634	1.524	16.093	17.230	18.831	1.137	2.738	4.240	1.601	3.102	1.501	20.332
28104	0.864	10.426	1.601	0.675	0.431	0.216	14.211	14.550	15.803	0.339	1.592	2.846	1.253	2.507	1.253	17.057
28106	0.739	10.653	1.599	1.665	0.470	0.864	15.990	16.823	18.689	0.833	2.699	3.765	1.866	2.931	1.066	19.754
281010	0.079	8.238	1.470	1.430	0.321	0.120	11.657	12.097	12.952	0.440	1.295	2.750	0.855	2.310	1.455	14.407
281012	1.455	9.089	0.892	1.068	0.506	0.611	13.620	14.452	15.514	0.832	1.894	2.956	1.062	2.124	1.062	16.576
281013	1.396	10.550	0.751	1.393	0.525	0.422	15.037	15.526	17.077	0.489	2.040	3.790	1.550	3.301	1.750	18.827
281014	0.849	8.962	1.450	0.921	0.832	0.414	13.428	13.982	15.434	0.555	2.006	3.457	1.451	2.902	1.451	16.885
281016	1.956	10.950	0.880	0.685	0.452	0.165	15.088	15.230	16.549	0.142	1.461	2.780	1.319	2.638	1.319	17.868
281017	1.143	10.650	1.616	1.526	0.153	0.788	15.876	16.823	17.581	0.947	1.705	2.563	0.758	1.616	0.858	18.439
281019	1.624	10.820	0.685	1.250	0.616	0.548	15.544	15.756	16.820	0.212	1.276	2.340	1.064	2.128	1.064	17.884
281020	0.805	10.320	1.188	0.991	1.712	0.846	15.862	16.560	17.956	0.698	2.094	3.490	1.396	2.792	1.396	19.352
210102	1.281	8.963	0.795	1.266	0.454	0.530	13.290	13.490	14.567	0.200	1.278	3.052	1.077	2.851	1.774	16.341
210104	1.155	10.364	1.251	1.442	0.139	0.686	15.039	15.479	16.738	0.440	1.700	2.959	1.259	2.519	1.259	17.998
210105	1.136	6.962	1.033	1.121	0.248	0.272	10.772	12.266	13.734	1.494	2.962	4.429	1.467	2.935	1.467	15.201
210107	0.886	9.763	1.279	1.771	0.318	0.677	14.693	14.896	16.824	0.203	2.130	3.758	1.928	3.555	1.628	18.451
2101010	1.123	10.520	1.389	1.450	0.314	0.454	15.250	15.963	17.049	0.713	1.799	2.885	1.086	2.172	1.086	18.135
2101011	0.326	9.150	0.813	0.254	0.748	0.303	11.594	12.342	14.023	0.748	2.428	4.209	1.680	3.461	1.780	15.803
2101013	0.165	7.919	1.167	1.173	0.394	0.883	11.701	12.572	13.941	0.871	2.240	4.010	1.370	3.139	1.770	15.711
2101014	1.235	10.319	0.865	1.156	0.532	1.056	15.162	15.568	16.171	0.406	1.009	1.813	0.603	1.407	0.803	16.975
2101015	1.781	9.532	0.694	2.240	0.215	0.569	15.032	15.826	17.097	0.794	2.065	3.336	1.271	2.542	1.271	18.368
2101017	1.412	8.968	1.747	1.346	0.266	0.625	14.363	14.965	15.728	0.602	1.366	2.129	0.763	1.527	0.763	16.492
2101020	1.280	10.577	1.399	1.000	0.541	0.554	15.351	15.613	16.000	0.262	0.648	1.035	0.387	0.773	0.387	16.386

J- 3 Grafische Darstellung ausgewählter Einzel- bzw. Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (neuen Methode) in Abhängigkeit von der Rauigkeitskennzahl R_p



Statistische Auswertung der Korrelationen zwischen Fourierkoeffizienten (neu) und Rauigkeitskennzahl R_p									
Berechnungsvarianten	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fourierkoeffizient	A_3	A_{0-5}	A_{0-10}	A_{0-20}	A_{5-10}	A_{5-20}	A_{10-20}	A_{20-75}	A_{0-75}
Standardabweichung	0.374	1.587	1.627	1.661	0.376	0.549	0.330	0.339	1.639
Rel. Standardabweichung [%]	24.410	10.243	9.412	8.659	20.941	14.869	17.435	17.643	7.767
Korrelationskoeffizient	0.661	0.540	0.801	0.863	0.953	0.960	0.902	0.891	0.902
Steigungskoeffizient	0.065	0.215	0.451	0.587	0.236	0.372	0.136	0.131	0.717
Nachweisempfindlichkeit (R_p)	5.777	7.382	3.609	2.832	1.593	1.477	2.436	2.594	2.286

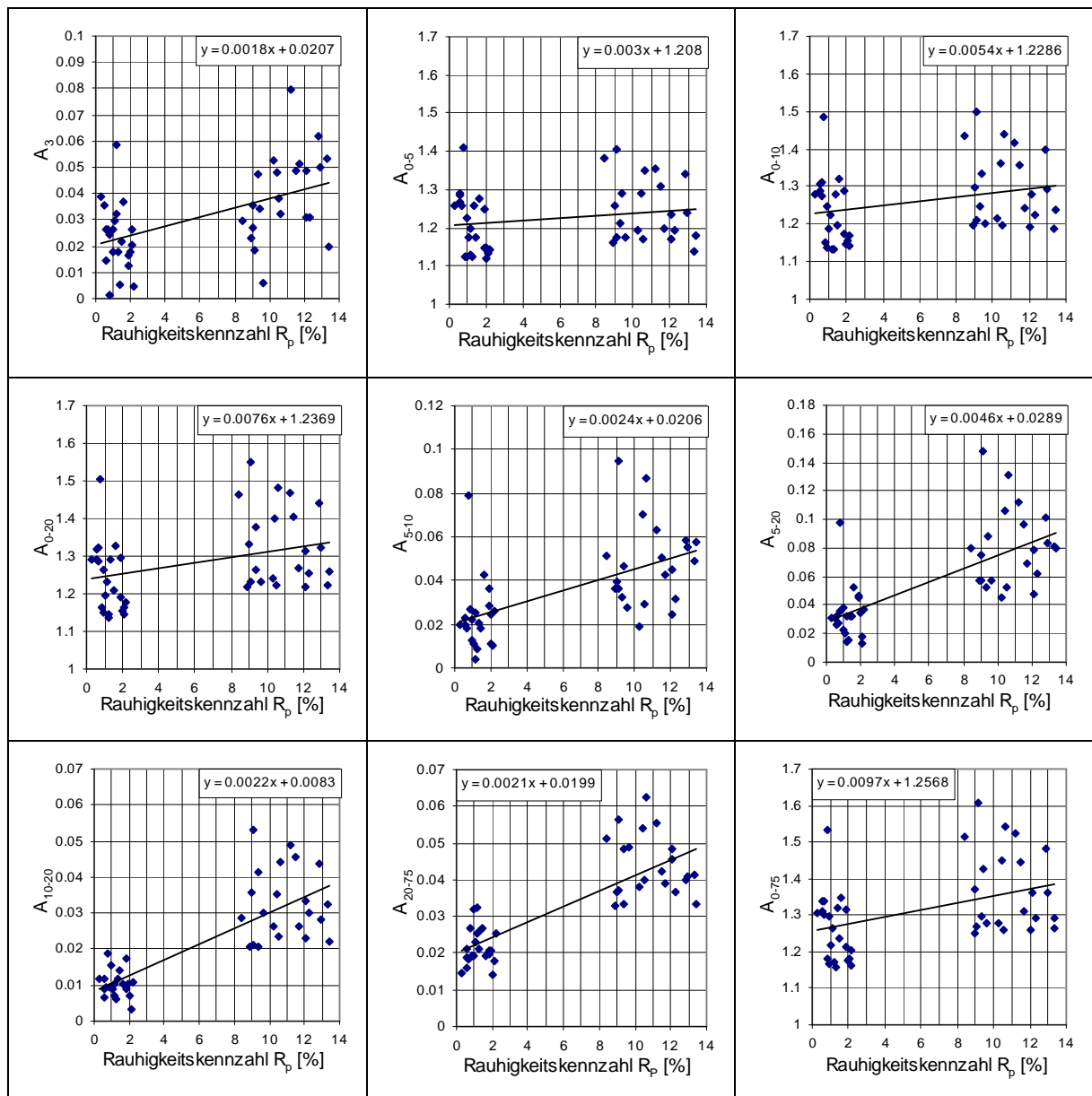
J- 4: Normierte Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) für Realpartikel (vollständig gerundetem Kies)

Partikel Nr.	Normierte Fourierkoeffizienten (vollständig gerundetem Kies)														
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
2801	0.020	0.097	0.022	0.028	0.010	1.177	1.195	1.209	0.018	0.032	0.059	0.014	0.041	0.027	1.236
2802	0.010	0.101	0.030	0.018	0.014	1.174	1.185	1.194	0.011	0.020	0.043	0.009	0.032	0.023	1.217
2803	0.004	0.104	0.059	0.009	0.023	1.199	1.224	1.231	0.025	0.032	0.065	0.007	0.040	0.033	1.263
2804	0.004	0.080	0.018	0.012	0.009	1.123	1.132	1.138	0.009	0.015	0.036	0.006	0.027	0.021	1.159
2806	0.016	0.066	0.026	0.007	0.011	1.126	1.139	1.149	0.013	0.023	0.042	0.010	0.029	0.019	1.168
2808	0.008	0.064	0.018	0.023	0.009	1.122	1.146	1.156	0.024	0.035	0.055	0.010	0.031	0.021	1.177
2809	0.029	0.164	0.036	0.034	0.024	1.287	1.306	1.318	0.020	0.031	0.052	0.012	0.033	0.021	1.339
28010	0.006	0.202	0.005	0.041	0.006	1.260	1.280	1.292	0.021	0.033	0.059	0.012	0.038	0.027	1.319
28011	0.015	0.073	0.032	0.008	0.002	1.130	1.134	1.145	0.004	0.015	0.040	0.011	0.036	0.025	1.170
28013	0.003	0.160	0.018	0.029	0.015	1.226	1.248	1.264	0.022	0.038	0.070	0.016	0.047	0.032	1.295
28014	0.015	0.069	0.021	0.018	0.009	1.132	1.142	1.146	0.010	0.014	0.032	0.004	0.022	0.018	1.164
21002	0.020	0.196	0.026	0.043	0.006	1.291	1.313	1.322	0.023	0.032	0.048	0.009	0.025	0.016	1.338
21003	0.040	0.150	0.037	0.021	0.028	1.276	1.319	1.329	0.043	0.053	0.072	0.010	0.030	0.019	1.349
21004	0.014	0.180	0.014	0.048	0.011	1.267	1.286	1.293	0.019	0.026	0.045	0.007	0.025	0.019	1.311
21006	0.009	0.097	0.005	0.022	0.010	1.143	1.169	1.179	0.026	0.037	0.062	0.011	0.036	0.026	1.205
21008	0.011	0.087	0.001	0.017	0.010	1.126	1.153	1.163	0.027	0.036	0.055	0.009	0.029	0.019	1.182
21009	0.027	0.161	0.039	0.026	0.006	1.259	1.278	1.290	0.020	0.032	0.046	0.012	0.027	0.015	1.305
210015	0.039	0.242	0.024	0.086	0.017	1.408	1.487	1.506	0.079	0.097	0.124	0.019	0.045	0.027	1.532
210016	0.015	0.086	0.026	0.007	0.012	1.146	1.158	1.165	0.011	0.018	0.033	0.007	0.021	0.014	1.179
210017	0.032	0.157	0.026	0.027	0.016	1.257	1.275	1.285	0.018	0.027	0.046	0.010	0.028	0.019	1.303
210018	0.021	0.155	0.017	0.047	0.011	1.251	1.287	1.297	0.037	0.046	0.066	0.009	0.029	0.020	1.316
210019	0.013	0.099	0.012	0.021	0.001	1.145	1.174	1.191	0.029	0.046	0.067	0.017	0.038	0.021	1.212

J- 5: Normierte Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) für Realpartikel (vollständig gebrochene Granit)

Partikel Nr.	Normierte Fourierkoeffizienten (vollständig gebrochene Granit)														
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₀₋₅	A ₀₋₁₀	A ₀₋₂₀	A ₅₋₁₀	A ₅₋₂₀	A ₅₋₇₅	A ₁₀₋₂₀	A ₁₀₋₇₅	A ₂₀₋₇₅	A ₀₋₇₅
28101	0.013	0.086	0.027	0.021	0.028	1.175	1.211	1.232	0.036	0.057	0.094	0.021	0.058	0.037	1.269
28104	0.029	0.102	0.050	0.028	0.031	1.240	1.295	1.323	0.055	0.083	0.124	0.028	0.069	0.041	1.364
28106	0.017	0.100	0.048	0.019	0.029	1.213	1.245	1.265	0.032	0.053	0.086	0.020	0.054	0.033	1.299
281010	0.060	0.185	0.032	0.041	0.034	1.351	1.437	1.482	0.087	0.131	0.193	0.044	0.107	0.063	1.544
281012	0.044	0.147	0.049	0.044	0.024	1.308	1.358	1.404	0.050	0.096	0.139	0.046	0.088	0.042	1.446
281013	0.025	0.100	0.052	0.007	0.017	1.200	1.243	1.270	0.043	0.069	0.108	0.026	0.065	0.039	1.308
281014	0.043	0.140	0.048	0.019	0.041	1.292	1.363	1.398	0.070	0.106	0.160	0.035	0.089	0.054	1.452
281016	0.015	0.062	0.054	0.008	0.003	1.140	1.189	1.222	0.049	0.082	0.123	0.032	0.074	0.041	1.263
281017	0.025	0.090	0.053	0.019	0.009	1.196	1.214	1.241	0.019	0.045	0.084	0.026	0.065	0.038	1.279
281019	0.025	0.069	0.048	0.005	0.022	1.168	1.193	1.216	0.025	0.048	0.093	0.023	0.069	0.046	1.262
281020	0.019	0.072	0.023	0.038	0.009	1.160	1.197	1.217	0.037	0.057	0.090	0.021	0.054	0.033	1.250
210102	0.030	0.175	0.034	0.025	0.023	1.288	1.335	1.376	0.047	0.088	0.137	0.041	0.090	0.049	1.425
210107	0.026	0.144	0.035	0.037	0.017	1.258	1.298	1.334	0.040	0.075	0.112	0.036	0.072	0.037	1.370
2101010	0.013	0.077	0.038	0.035	0.007	1.169	1.198	1.221	0.029	0.052	0.092	0.023	0.063	0.040	1.261
2101011	0.048	0.141	0.079	0.038	0.048	1.354	1.417	1.466	0.064	0.112	0.168	0.049	0.105	0.056	1.522
2101013	0.032	0.208	0.030	0.076	0.038	1.383	1.435	1.464	0.052	0.080	0.132	0.029	0.080	0.051	1.515
2101014	0.033	0.102	0.031	0.035	0.034	1.235	1.280	1.313	0.045	0.079	0.127	0.033	0.082	0.049	1.362
2101015	0.004	0.155	0.006	0.001	0.006	1.173	1.200	1.230	0.028	0.058	0.107	0.030	0.079	0.049	1.279
2101017	0.058	0.157	0.062	0.038	0.026	1.340	1.398	1.442	0.058	0.102	0.141	0.043	0.083	0.040	1.482
2101020	0.006	0.082	0.020	0.050	0.022	1.180	1.238	1.260	0.058	0.080	0.113	0.022	0.055	0.033	1.293
210104	0.019	0.105	0.031	0.027	0.011	1.192	1.224	1.254	0.032	0.062	0.098	0.030	0.067	0.037	1.291
210105	0.043	0.232	0.019	0.075	0.035	1.403	1.498	1.551	0.094	0.148	0.204	0.053	0.109	0.056	1.607

J- 6: Grafische Darstellung ausgewählter Einzel- bzw. Teil- oder Gesamtsummen von Fourierkoeffizienten (Radius-Winkel-Funktion) in Abhängigkeit von der Rauigkeitskennzahl R_p



Statist. Auswertung der Korrelationen zwischen Fourierkoeffizienten (R-W-F) und der Rauigkeitskennzahl R_p									
Berechnungsvarianten	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fourierkoeffizient	A_3	A_{0-5}	A_{0-10}	A_{0-20}	A_{5-10}	A_{5-20}	A_{10-20}	A_{20-75}	A_{0-75}
Standardabweichung	0.191	0.077	0.089	0.094	0.016	0.020	0.007	0.007	0.098
Rel. Standardabweichung [%]	87.8	6.3	7.1	7.3	45.1	36.4	32.8	22.5	7.4
Korrelationskoeffizient	0.520	0.183	0.278	0.357	0.576	0.705	0.810	0.813	0.424
Steigungskoeffizient	0.0018	0.0030	0.0054	0.0076	0.0024	0.0046	0.0022	0.0021	0.0097
Nachweisempfindlichkeit (R_p)	106.19	25.65	16.47	12.34	6.57	4.46	3.19	3.47	10.06